

Кафедра фізико-математичної освіти та інформатики

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Тема: Діагностика навчальних досягнень з початків аналізу старшокласників з використанням комп'ютерних тестових систем

Виконав:

Курган Кирило Олегович

(прізвище, ім'я, по батькові)

спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

(спеціальність, освітня програма)

Науковий керівник:

доктор пед.наук, доцент

(науковий ступінь, учене звання, посада)

Н. В. Кугай

(ініціали, прізвище)

Консультант:

(науковий ступінь, учене звання, посада)

(ініціали, прізвище)

Допущено до захисту

" " 20 р.

Завідувач кафедри

Р.П.Кухарчук

(підпис) (ініціали, прізвище)

Дата захисту: « » 2023 р.

Оцінка _____

Підписи членів ЕК:

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	7
1.1. Ретроспективний аналіз вивчення початків аналізу в шкільному курсі математики	7
1.2. Особливості вивчення початків аналізу в профільній школі	14
1.3. Тестові завдання як інструмент вимірювання навчальних досягнень	22
1.4. Тестові системи з математики	31
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИКА РОЗРОБЛЕННЯ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ДЛЯ КОНТРОЛЮ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕСТОВИХ СИСТЕМ	41
2.1 Тестові завдання з теми «Границя й неперервність функції»	41
2.2. Тестові завдання з теми «Похідна та її застосування»	47
2.3. Тестові завдання з теми «Інтеграл та його застосування»	54
ВИСНОВКИ	61
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	62
ДОДАТКИ	67

ВСТУП

Актуальність дослідження. Сьогодення характеризується корінними змінами в системі освіти. Переважає дистанційна форма навчання, яка проходить з використанням сучасних інформаційних і телекомунікаційних технологій за умови територіальної віддаленості викладача та здобувача освіти. Тому педагоги змушені шукати нові підходи до діагностики та контролю знань здобувачів освіти, зокрема з використанням комп'ютерних тестових систем, доступних з будь-якої локації, де є інтернет-мережа. Перед освітянами, що навчають математиці, гостро постає проблема вчасного коригування, моніторингу засвоєних знань як у векторі загальних прогресивних тенденцій, так і з урахуванням вікових та психологічних особливостей учнів, а також їх рівня попередньої підготовки. Поява дистанційних освітніх платформ надала можливість створити й реалізувати ідею єдиного інформаційного простору, який забезпечує не тільки навчальну складову, а й перевірку знань. Зокрема, тестування стало важливим елементом формування предметних умінь і навичок учнів, а головне - дієвим засобом швидкого та зручного оцінювання. Завдяки можливостям використання Інтернет-ресурсів, тестування дозволяє ефективно перевірити самостійну роботу учнів. Використання тестових технологій, що у величезній кількості представлені на теренах Інтернету сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів, мотивації до оволодіння знаннями. Використання дистанційних тестових технологій – це суттєвий важіль не тільки для організації контролю знань учнів, а й для професійного зростання вчителів у цілому.

Питанням створення та використання тестових технологій у системі освіти займалися такі науковці, як: В. Биков, І. Булах, М. Жалдак, Ю. Машбиць, В. Фетисов. Аналіз педагогічного потенціалу дистанційних тестових технологій розкрито в працях А. Верлани, А. Гуржія, Ю. Дорошенка та інших вітчизняних науковців.

Дослідженням вивчення освітніх платформ, зокрема їх ефективності у діагностиці та моніторингу перевірки знань присвячені праці К. Баханованого, І. Козачука, В. Монахова та інших.

Постановка проблеми. Доступність, гнучкість засобів діагностики та перевірки знань здобувачів освіти з використанням комп'ютерних тестових систем у реальному часі і віддаленому – потреба, що виникла в освітній галузі. Це обумовлено реаліями сьогодення, оскільки суспільство перейшло на дистанційні форми навчання. Виникла потреба в аналізі та вивченні технологій, що надають можливість перевіряти набуті знання та навички. Останні роки, в умовах пандемії та воєнного часу, стан освітньої діяльності в школах характеризується докорінною перебудовою навчальних планів, програм, підручників, упровадженням нових технологій, форм та методів навчання та контролю знань. Водночас, проблеми вичерпної всебічної діагностики, перевірки та оцінки не тільки знань, але й сформованих компетентностей залишаються актуальними. Тож використання потенціалу освітніх сервісів, що надають можливість дистанційного контролю знань з математики, надають можливість урізноманітнити процес навчання, полегшити повсякденну складну роботу перевірок для вчителя.

Таким чином, соціально-педагогічна актуальність проблеми, її науково-практичне значення недостатньо теоретично і методично розроблені і зумовили вибір теми дослідження **«Діагностика навчальних досягнень з початків аналізу старшокласників з використанням комп'ютерних тестових систем»**.

Мета дослідження: на основі теоретичних джерел та практичних засад охарактеризувати і проаналізувати сутність тестових технологій, розробити тестові завдання різних форматів з основних тем початків аналізу.

Об'єкт дослідження – процес навчання початків аналізу в профільній школі.

Предмет дослідження – способи реалізації тестових технологій для оцінювання навчальних досягнень учнів з початків аналізу в профільній школі.

Для досягнення сформульованої мети було поставлено такі **завдання**:

- 1) проаналізувати психолого-педагогічну і методичну літературу з проблеми дослідження, дослідити стан проблеми в практиці навчання;
- 2) надати загальну характеристику тестування, зокрема, види тестів та вимоги до тестування;
- 3) висвітлити особливості використання тестових технологій в навчанні математики, зокрема початків аналізу;
- 4) проаналізувати досвід використання тестування у старшій школі під час вивчення математики;
- 5) розробити (або адаптувати) тестові завдання для діагностики навчальних досягнень старшокласників з початків аналізу.

Методи дослідження: теоретичні (аналіз науково-педагогічної, навчальної літератури); емпіричні (педагогічний експеримент, узагальнення, опитування, тестування).

Апробація результатів дослідження. Результати дослідницької роботи висвітлювались у доповіді на звітній науково-практичній конференції викладачів, докторантів, аспірантів та молодих учених, здобувачів вищої та фахової передвищої освіти «Наука та освіта в умовах війни: Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка» (м.Глухів, 23-24 травня 2023р.), на засіданні педагогічної ради Глухівської загальноосвітньої школи I-III ступенів №6 та шкільній спільноті вчителів математики та фізики.

За матеріалами дослідження було опубліковано тези «Комп'ютерне тестування як інструмент вимірювання навчальних досягнень старшокласників на уроках математики». «Наука та освіта в умовах війни: Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра

Довженка» : матеріали звітної науково-практичної конференції здобувачів вищої та фахової перед вищої освіти (м. Глухів, 23-24 травня 2023 року). 2023. С. 279 – 282. URL: <http://new.gnpu.edu.ua/uk/nauka/studentska-naukovo-doslidnytska-diialnist.html>.

Структура магістерської роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел. Обсяг роботи 69 сторінок. З них 60 сторінок основного тексту, 5 сторінок списку використаних джерел з 44 найменувань та 3 сторінки додатків

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Ретроспективний аналіз вивчення початків аналізу в шкільному курсі математики

Історичний шлях введення початків аналізу у шкільну програму є багатограним та цікавим. У давні часи античності та середньовіччя математика в школах більше концентрувалася на геометрії та арифметиці. До Архімеда й Евкліда ідеї аналізу були включені до математичних досліджень, проте це були дослідження з окремих галузей математики, а не єдиний математичний аналіз, як ми його знаємо сьогодні. Під час Відродження в Європі, із розквітом наукових досліджень та розвитком математичних знань, почали виникати основи математичного аналізу. Цей період відзначився роботами вченого Нікола Макіавеллі, який досліджував концепції та методи аналізу.

По-справжньому важливим моментом в історії аналізу були роботи Ісаака Ньютона та Готфріда Вільгельма Лейбніца. Ньютон і Лейбніц незалежно один від одного розробили концепції похідних та інтегралів. Ці дві основні ідеї стали важливими стовпами математичного аналізу.

Починаючи з другої половини XVII ст. і по 1845 р. вивчення початків аналізу в школах мали стихійний характер. Створювалися перші підручники, у яких вводилися деякі елементи вищої математики, формувалася науковий апарат з аналітичної геометрії та аналізу нескінченно малих величин. Як приклад, можна навести роботи Т. Ф. Осиповського та Н. І. Фусса. Обидва науковці вводили поняття функції через аналітичний вираз. В обох підручниках також приділено увагу диференціюванню та інтегруванню функцій і рівнянь, диференціальним рівнянням. Недоліком тогочасного викладу матеріалу можна вважати дещо поверхневий підхід без детальних теоретичних засад і наявність великої кількості формул. Підручники були інформативного характеру, бо у них не було завдань для самостійної роботи, а тільки приклади розв'язування деяких завдань [26].

Кінець XIX століття характеризується стабілізацією математичної освіти. Починають з'являтися загальнодержавні програми та підручники, алгебру розглядають як науку про функції, а не лише про рівняння. У той час академік М. В. Остроградський запропонував увести поняття функції до шкільного курсу математики. Його ідею втілив один з послідовників академіка М.А. Тихомандрицький у підручнику «Початкова алгебра» в 1853 році. Була здійснена спроба відійти від формального викладання алгебри. Автор пропонує трактувати рівняння, пов'язуючи його з поняттям функції, що й на сьогодні зберігає свою актуальність. Ще одним науковцем та автором підручника є Н. Т. Щеглов, який називав функцією будь-який алгебраїчний вираз, що складається із сукупності постійних кількостей з однією або декількома змінними величинами. Змістове наповнення підручника було значно більше за навчальну програму гімназій, тому був додатковим посібником [25].

В обох підручниках залишається проблема відсутності завдань для самостійного розв'язку.

1907–1917 рр. є важливими у становленні елементів початків аналізу в школах. З 1907 року вони були включені до програм з математики реальних училищ. Програма містила теорію з арифметики, алгебри, основ аналітичної геометрії та основ аналізу нескінченно малих. Останній складався з таких тем: 1) основи учіння про границі; 2) практичне значення учіння про границі до виміру довжини кола та площі круга; 3) границя $\frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$, границя $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, тобто перша та друга важливі границі; 4) геометричне зображення функції; 5) поняття похідної, її геометричний і механічний зміст; 6) похідна добутку, суми, частки та похідна й диференціал складеної функції; 7) геометричне представлення теорем Ролля, Лагранжа; 8) ознаки спадання та зростання функції, найбільше та найменше значення функції для даної області аргументу, їх знаходження; 9) поняття невизначеного й визначеного інтегралів, використання останніх до знаходження площ плоских фігур.

Тобто, науковці-математики звернули увагу на важливість вивчення елементів математичного аналізу в школі [26].

У 1918–1933 рр за інерцією складаються програми з математичного аналізу, які закладалися ще в дореволюційні часи. Проект програм містив відомі нам елементи аналізу: похідну, диференціал, інтеграл, ряди Тейлора і Маклорена, ознаку Даламбера для збіжності ряду, відомості з диференціальних рівнянь [25]. Цей проект надає програмі більш практичного характеру на відмінну від попередників. Матеріал пронизано ідеєю функціональної залежності, що, безумовно, позитивне явище, але виявилось занадто складним для учнів через їхні вікові психоемоційні та фізіологічні особливості.

У 1924–1925 навчальному році було зроблено крок назад через низку причин. Ідеєю того часу була відмова від математики як самостійної дисципліни. Відмовлялися від строгої системи знань, передусім була наочність і простота, але не точність доведення. Спроби втілення початків аналізу у шкільну програму не були успішними.

Створення і повноцінне функціонування вітчизняної класичної шкільної математичної освіти характерне для середини ХХ ст. Навчальну програму з математики у 1934 році було перевидано, а її зміст ще більш спрощено, вилючено елементи початків математичного аналізу й аналітичної геометрії. Проте було створено перший стабільний підручник А.П. Кисельова «Алгебра», у якому поняття функції визначається як змінна величина, числове значення якої змінюється залежно від числового значення іншої величини [26].

У 1959 році у Франції на міжнародних зборах групою французьких учених під псевдонімом Ніколя Бурбакі було представлено ідею теоретико-множинного підходу, яка ґрунтувалася на використанні теорії множин для об'єднання шкільної математики.

До цього було розроблено два проекти програми з математики. У першій програмі 1947 року було об'єднано алгебру й тригонометрію в 10

класі, а в 11 класі – алгебру й аналіз, який вивчався поверхнево. Елементи математичного аналізу надавалися лише для ознайомлення учнів з основою та методикою тогочасної науки. У програмі 1953 року було передбачено глибше вивчення ідеї функціональної залежності, що знаходить своє відображення з перших кроків викладання алгебри й закінчується в 10 класі включенням до програми поняття границі й похідної функції. Але теж поверхнево і без доведень та вагомих тверджень.

У 1963 році ліквідовано тригонометрію як окремий предмет. Тригонометричні функції об'єднано з алгеброю та введено навчальний предмет «Алгебра й елементарні функції», вивчення якого передбачало ознайомлення з елементарними функціями та їх графіками, границями й похідними. У програмі нового навчального предмету були відсутні поняття неперервності функції та інтегралів. Пізніше у переважній більшості шкіл через необов'язковість перестали вивчати розділ, присвячений елементам аналізу [26].

Широка апробація вивчення елементів математичного аналізу в шкільному курсі математики та поступове введення елементів диференціального й інтегрального числення до масової середньої школи розпочалося в 1965 році. Із затвердженням нової навчальної програми у 1968 році старшокласники повинні були вивчати похідну функції та інтеграл. Навчальний предмет отримав нову назву «Алгебра і початки аналізу», що існує й досі. Під час вивчення предмету розглядають поняття границі нескінченної числової послідовності, збіжності і розбіжності послідовності, змінні величини та їх границі, основні теореми про границі без їх доведення. У підручнику для 10 класу цілий розділ присвячено функціям і границям функцій. Розглянуто теореми про границі функції, границя $\frac{\sin x}{x}$, при $x \rightarrow 0$, приклади обчислення границь, а також запропоновано багато завдань для самостійного навчання учнів. У підручнику також розглядається поняття похідної та її застосування для дослідження функцій. Поняття похідної вводитьься через поняття границі, приділено увагу фізичному й

геометричному змісту похідної, теоремам про похідну суми, добутку та частки функцій, про похідну складеної функції. Розглядають похідні другого та вищих порядків. Але поняття первісної та інтегралу зовсім не розглядаються (див. табл. 1.1)

Таблиця 1.1

**Тематичне планування навчального матеріалу з початків аналізу
(1963-1973 рр.)**

Роки	Функції границі (кількість годин)	Похідна і її застосування до дослідження функції (кількість годин)
1963-64	16	38
1965-67	16	38
1968	16	34
1969-71	18	34
1972	14	25
1973	14	25

У 1969–1971 роках було надруковано пробні підручники з алгебри й початків аналізу, що ґрунтувалися на теоретико-множинному підході. Так, поняття функції вводиться після великої кількості прикладів залежності однієї фізичної величини від іншої, де кожному значенню однієї змінної величини x поставлено у відповідність визначене значення іншої величини y . Аналогічно вводиться поняття похідної: спочатку вона визначається як миттєва швидкість руху тіла, а лише потім наводяться формули.

1977 – кінець 80-х років ХХ ст. характеризується масовою появою диференціального та інтегрального числення у шкільній програмі. Значний вплив оказав підручник «Алгебра й початки аналізу» під редакцією А.М. Колмогорова у якому, на відміну від попередніх підручників, не виділяється вивчення границі, як окрема тема. Теоретичні засади ґрунтуються на теоретико-множинному підході. Поняття функції звучить так: «Функцією з областю визначення D називається відповідність, при якому кожному числу x з множини D зіставляється деяке певне число y ». Означення похідної функції в точці подається як число, до якого наближується відношення приросту функції до приросту її аргументу. Хоча в підручнику

не використовують поняття границі, похідна функції та її застосування розглядається значно ширше, ніж у підручниках, що використовувались раніше. З'являється первісна та інтеграл. У підручнику, окремим розділом, розглянуто означення первісної, її основні властивості, правила знаходження первісної та інтеграла. Через площу криволінійної трапеції вводиться поняття інтегралу, але знов не вживають слово «границя», воно замінюється на «число, до якого наближується сума всіх площ». Безумовною перевагою підручника є й те, що поряд із зосередженістю на чіткому, теоретичному обґрунтуванні понять, велика увага приділяється також і практичній частині вивчення математики, індикатором цього є наявність великої кількості задач прикладного характеру і завдань на обчислення для кожного з розділів. На відміну від попередніх підручників, щоб не перенавантажувати учнів, елементи вищої математики лаконічно поєднуються з історичними повідомленнями про виникнення того чи іншого поняття або ж просто цікавих фактів із розвитку математичного аналізу. Попри контрреформацію змісту математичної освіти початку 80-х років ХХ століття, елементи математичного аналізу в шкільному курсі все ж таки залишилися. У той час створено методику вивчення математичного аналізу в школі [26]. Тематичне планування навчального матеріалу з початків аналізу відображено в таблиці.

Таблиця 1.2

**Тематичне планування навчального матеріалу з початків аналізу
(1975-1981 рр.)**

Роки	Границі функції та похідна (кількість годин)	Застосування похідної (кількість годин)	Первісна й інтеграл (кількість годин)
1975 -77	21	14	10
1978 - 81	28	22	13

Від початку 90-х років минулого століття і до сьогодні триває пошук оптимального змісту та методичного забезпечення для вивчення початків аналізу в старшій школі. Про це може свідчити нестійкий розподіл навчального годин, що відводиться на вивчення окремих тем. Для

підтвердження цього наведемо таблицю, що ілюструє зміни в тематичному плануванні за цей період [26].

Таблиця 1.3

**Тематичне планування навчального матеріалу з початків аналізу
(1993 -2006 рр.)**

Роки	Границі й неперервність функції (кількість годин)	Похідна та її застосування (кількість годин)	Інтеграл та його застосування (кількість годин)	Похідна, первісна логарифмічної степеневі функції (кількість годин)
1993 -1995	-	35	18	-
1996 -1999	4	20	8	6
2001-2006	4	16	16	6

Як видно з таблиці 3, за ці роки зміст навчального матеріалу з початків аналізу значно розширився та систематизувався, особливо у порівнянні з минулими підходами викладання, коли деякі з тем вивчалися дуже вузько, або не вивчалися зовсім.

Якщо раніше зміст у програмі був меншим, а часу на його вивчення відводилося більше, то сьогодні маємо обернену ситуацію: часу стало значно менше, а обсяг навчального матеріалу розширився, через це деякі розділи було об'єднано. Так відтепер границі лише є частинкою розділу «Похідна та її застосування» (див. табл. 1.4).

Таблиця 1.4

**Тематичне планування навчального матеріалу з початків аналізу
за діючою програмою (рівень стандарту)**

Роки	Функції, їхні властивості та графіки	Похідна та її застосування	Інтеграл та його застосування
Кількість годин	22	18	14

З таблиці також можна побачити, що перехід до різнорівневої системи навчання (рівень стандарту, профільний рівень і рівень поглибленого вивчення математики) навантаження за рівнем стандарту, яке відводиться на вивчення похідної зменшилася на 4 години, а на вивчення інтегралу – на 2 години. Тому постає нагальне питання провадження інноваційних, інтенсивних методів і більш динамічних форм навчання математики. Це питання вдосталь багатогранне, а пошук правильного рішення повинен відбуватись на всіх ланках навчального процесу. У майбутньому будуть розроблятися нові методи, засоби, форми навчання математики, що будуть спрямовані на ефективне формування необхідного набору компетентностей в учнів, а також розробці методичних рекомендацій для вчителів шкіл, які допоможуть їм у втіленні цих методів і форм безпосередньо у навчальному процесі [26].

1.2. Особливості вивчення початків аналізу в профільній школі

Математична підготовка має орієнтуватись на розкриття зв'язків математики з навколишнім світом, а математичні вміння та навички мають знаходити безпосереднє застосування в практичній та науковій діяльності. Профільна школа є одним з важливих елементів у системі неперервної професійної підготовки, зокрема фахівців з прикладної математики, яка передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями [26].

Проблема профільного навчання старшокласників, напрями його розвитку окреслені в основних державних документах про освіту в Україні: Закон України "Про освіту" [21], Закон України "Про загальну середню освіту" [20], Національна доктрина розвитку освіти [35], Державний стандарт базової середньої освіти [15].

Навчальна програма з математики (алгебри і початків аналізу) [34] для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (**профільний рівень**) передбачає вивчення теми «Границя та неперервність функції.

Похідна та її застосування» (54 години) в 10 класі та теми «Інтеграл та його застосування» (30 год) в 11 класі. Відповідно до програми тижневе навантаження складає 6 годин. У межах першої теми розглядаються такі питання математичного аналізу:

- Границя функції в точці.
- Основні теореми про границі функції в точці.
- Неперервність функції в точці і на проміжку.
- Задачі, які приводять до поняття похідної.
- Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції. Правила диференціювання: похідна суми, добутку і частки функцій. Складена функція. Похідна складеної функції.
- Похідні степеневі та тригонометричних функцій.
- Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.
- Застосування похідної для розв'язування рівнянь та доведення нерівностей.
- Друга похідна. Поняття опуклості функції. Точки перегину.
- Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину.
- Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків. Асимптоти графіка функції.
- Застосування похідної до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту.

В 11 класі під час вивчення теми «Інтеграл та його застосування» вивчають такі теми:

- Первісна та її властивості. Таблиця первісних.
- Невизначений інтеграл та його властивості.
- Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона-Лейбніца. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення об'ємів тіл обертання [34].

За навчальною програмою **поглибленого рівня** вивчення

математики в профільній школі виокремлено три теми з математичного аналізу: «**Границя та неперервність функції**» (18 год), «**Похідна та її застосування**» (50 год) - у 10 класі, «Інтеграл та його застосування» (30 год) – в 11 класі. У межах теми «**Границя та неперервність функції**» розглядаються додаткові питання (на відміну від профільного рівня) : властивості неперервних функцій, поняття границі функції на нескінченності та нескінченно велика функція в точці, асимптоти графіка функції, перша чудова границя. Питання з тем «Похідна та її застосування», «Інтеграл та його застосування» збігаються з відповідними темами профільного рівня [33].

Навчальною програмою з математики **рівня стандарту** вивчення теми «Границя та неперервність функції» не передбачено навіть оглядово. На вивчення теми «Похідна та її застосування» виділено 14 годин, а перелік питань збігається з питаннями профільного рівня. На розгляд теми «Інтеграл та його застосування» програмою виділено 10 годин. Перелік питань спрощено, вилючено такі питання: невизначений інтеграл та його властивості, формула Ньютона-Лейбніца (не називається, але використовується), обчислення об'ємів тіл обертання [32].

Вивчення математичного аналізу в профільній школі має величезну роль і важливість у формуванні математичних здібностей учнів та їх підготовці до подальшого вищого навчання та наукової діяльності. Ось деякі ключові аспекти, які роблять це вивчення важливим:

1. *Розвиток аналітичного мислення.* Вивчення математичного аналізу допомагає учням розвивати аналітичні навички, вміння розуміти та аналізувати складні математичні концепції. Це сприяє формуванню критичного мислення та вмінню розв'язувати складні завдання.

2. *Підготовка до навчання у вищих закладах освіти.* Вивчення аналізу є важливою підготовкою до професійного навчання, особливо в галузях, де аналіз є ключовою складовою. Учні профільної школи мають можливість

засвоїти фундаментальні математичні концепції, які стануть основою для подальших курсів вищої математики.

3. *Практичні застосування.* Математичний аналіз має широкий спектр практичних застосувань у різних галузях, таких як фізика, інженерія, економіка, біологія тощо. Вивчення аналізу допомагає учням розуміти та застосовувати математичні методи для розв'язування реальних проблем.

4. *Підготовка до участі в олімпіадах та конкурсах.* Учні профільної школи, які вивчають аналіз, зазвичай мають можливість брати участь у математичних олімпіадах та конкурсах. Вони розвивають свої математичні здібності та мають можливість вибороти високі місця у таких змаганнях.

5. *Важливість у науковій діяльності.* Аналіз є ключовим інструментом у багатьох галузях науки, включаючи фізику, хімію, біологію, економіку та інші. Вивчення аналізу може підготувати учнів до наукової діяльності та дослідницької роботи в майбутньому.

6. *Розвиток математичної культури.* Вивчення аналізу сприяє формуванню математичної культури серед учнів, розширює їхнє розуміння математики як науки та її ролі в сучасному світі [5;6].

Навчання математичного аналізу в профільній школі відрізняється від навчання в звичайній школі через специфічні особливості, які спрямовані на більший розвиток математичних здібностей та підготовку учнів до вищої математичної освіти. Зміст вивчення математики у профільній школі спрямований на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти і передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями [27].

Ключові особливості освітнього процесу в профільній школі з математичного аналізу:

1. *Глибший рівень вивчення матеріалу.* У профільній школі математичний аналіз вивчається на більш глибокому рівні. Учні більше часу приділяють абстрактному мисленню, розв'язуванню складних математичних задач та розумінню математичних концепцій.

2. *Додаткові курси та вибіркові предмети.* У профільній школі можуть існувати додаткові курси з математичного аналізу або вибіркові предмети, які дозволяють учням глибше досліджувати конкретні аспекти аналізу за їхніми інтересами.

3. *Участь у математичних олімпіадах.* Профільні школи зазвичай активно підтримують учнів у їхній участі у математичних олімпіадах та конкурсах: Всеукраїнські учнівські предметні олімпіади, **Міжнародний дистанційний конкурс з математики «Олімпіс»** (<https://www.olimpis.com.ua/ua/konkurs-z-matematiki/novini-konkursu>), Міжнародний Математичний конкурс «Кенгуру» (<http://www.kangaroo.com.ua/>), Європейська математична олімпіада для дівчат EGMO (<https://www.egmo.org/egmos/egmo12/countries/country17/>). Це дає учням можливість випробувати свої знання та навички на практиці та розвивати їх на вищому рівні.

4. *Підготовка до зовнішніх іспитів та вступу до університету.* Вивчення математичного аналізу в профільній школі також спрямоване на підготовку учнів до зовнішніх іспитів, таких як ЗНО (Зовнішнє незалежне оцінювання) або НМТ (національний мультипредметний тест), які є важливими для вступу до вищих навчальних закладів.

5. *Індивідуальний підхід.* Профільні школи нерідко надають індивідуальний підхід до учнів, дозволяючи розвивати їхні індивідуальні математичні здібності та інтереси.

6. *Практичні застосування.* У профільній школі більше уваги приділяється практичним застосуванням математичного аналізу, що дозволяє учням бачити його реальний вплив у різних галузях науки та промисловості [38].

Отже, навчання математичного аналізу в профільній школі має свої особливості, які спрямовані на глибший розвиток математичних навичок та підготовку учнів до подальшого вищого навчання та наукової діяльності. Цей підхід дозволяє створити міцну математичну основу для учнів та розвинути їхні математичні здібності.

У профільній школі освітній процес з математичного аналізу ставить перед учнями специфічні завдання та вимоги щодо їхніх навчальних досягнень:

1. Розуміння математичних концепцій. Учні повинні мати не лише поверхневе знання математичних понять, а й глибоке розуміння їх суті. Наприклад, коли вони вивчають поняття функції, вимоги передбачають не лише здатність побудувати графік функції, але і розуміння, як ця функція взаємодіє з іншими математичними об'єктами.

2. Навички математичного моделювання. Учні повинні вміти застосовувати математичний аналіз для моделювання реальних ситуацій та явищ. Вимагається розуміння того, як математичні моделі відображають реальний світ та яким чином їх можна використовувати для прогнозування та аналізу.

3. Навички розв'язування складних задач передбачають здатність учнів розв'язувати складні математичні задачі, які вимагають використання різних концепцій математичного аналізу. Старшокласники повинні вміти визначати оптимальний метод розв'язання задачі та обґрунтовувати свій вибір.

4. Критичне мислення та обґрунтованість. Учні повинні вміти аналізувати свої рішення та обґрунтовувати їх правильність. Вимагається критичне ставлення до математичних концепцій та методів, а також уміння обґрунтовувати вибір конкретного підходу.

5. Самостійність та саморозвиток включають розвиток самостійності та навичок самоорганізації учнів. Здобувачі освіти здатні самостійно вивчати

додатковий матеріал, шукати рішення незвичайних завдань та розширювати свої знання в межах математичного аналізу.

6. Підготовка до зовнішніх іспитів. З метою підготовки та успішного складання зовнішніх іспитів з математичного аналізу програма навчання може включати вивчення конкретних тем та виконання завдань, що відповідають стандартам іспиту.

Зазначені вимоги становлять основу для розробки навчальних планів та програм у профільних школах і спрямовані на розвиток математичних здібностей учнів та підготовку їх до подальшого вивчення математичних дисциплін на вищому рівні. Вони роблять акцент на розумінні та застосуванні математичних концепцій, сприяють розвитку аналітичних та критичних навичок, а також навчають учнів самостійності та саморозвитку.

Профільний підхід до організації навчання у старшій школі значно розширює можливості учня у виборі власної освітньої траєкторії та створює сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів, для формування у школярів орієнтації на той чи інший вид майбутньої професійної діяльності. Профільне навчання спрямоване на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти, успішного опанування професією, яка потребує високого рівня математичних знань [27; 38].

Таким чином, викладання у профільній школі доцільно здійснювати, враховуючи наступне. По-перше, вивчення математики повинно давати учням глибокі математичні знання і широкий математичний розвиток на базі основного курсу математики. При цьому мають забезпечуватися такі умови, щоб питання чинної програми відповідного рівня і традиції викладання математики органічно перепліталися між собою і розглядалися з сучасної точки зору.

По-друге, учні профільних класів повинні володіти такими знаннями і вміннями, які повністю відповідали б вимогам, що пред'являються до математичної підготовки учнів за рівнем стандарту, і разом з тим були б більш глибокими і міцними. При цьому отримуваний у процесі вивчення математичний розвиток учнів поглибленого класу повинен давати їм можливість здійснювати творчий підхід до процесу вивчення математики. Учні мають навчитися працювати самостійно з навчальною математичною літературою і мати до кінця навчання стійкий інтерес до предметів математичного циклу.

По-третє, у процесі викладання математики перед учителем відкриваються великі можливості у здійсненні оптимальної індивідуалізації навчання, у використанні школярами евристичного методу вивчення і проблемної форми навчання, тобто широкі можливості оптимальної активізації навчання. Широко має використовуватися розв'язування задач не стандартних, конкурсних, пропонованих на вступних іспитах до вищих навчальних закладів і проблемних задач. Розв'язування задач теоретичного і прикладного характеру відповідно до розділів програм має відбуватися впродовж усього року.

Нарешті, вивчення математики відповідного рівня (стандарту, профільного, поглибленого) у старшій школі має відповідати віковим можливостям і потребам школярів. А поглиблене вивчення математики передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу до математики та схильності до вибору у майбутньому пов'язаної з нею професії [12].

Отже, роль та важливість вивчення початків аналізу в профільній школі полягає в розвитку аналітичного мислення, підготовці до навчання у закладах вищої освіти, набутті практичних навичок та важливості для наукової діяльності. Такий підхід допомагає учням зрозуміти значення математичного аналізу в сучасному світі та розвинути їхні математичні потенціали.

1.3.Тестові завдання як інструмент вимірювання навчальних досягнень

В умовах сучасної школи, коли велика увага приділяється діагностиці і моніторингу знань та вмінь, контролю досягнень рівня обов'язкових результатів навчання, коли державна підсумкова атестація за курс повної загальної середньої освіти проводиться у формі ЗНО або НМТ, необхідно в освітній процес упроваджувати такі форми контролю, які дозволять передбачити перевірку досягнення кожним учнем рівня обов'язкової математичної підготовки, глибину сформованості навчальних умінь, уміння застосовувати отриманні знання в ситуаціях, які відрізняються від обов'язкових результатів навчання, зокрема з використанням комп'ютерних тестових систем. Перед освітянами, що навчають математиці, гостро постає проблема вчасного коригування, моніторингу засвоєних знань як у векторі загальних прогресивних тенденцій, так і з урахуванням вікових та психологічних особливостей учнів, а також їх рівня попередньої підготовки.

Освітній процес повинен гарантувати досягнення поставлених цілей, а основою гарантії результату навчання є оперативний зворотний зв'язок. Джерелом інформації про результати навченості старшокласників з математики є оцінка вчителя, його думка, які мають елемент суб'єктивізму. Відповідно, з'являється потреба в об'єктивних та сучасних методиках діагностики навчальних досягнень. Порівняльний аналіз методів діагностики рівня знань, що використовуються в сучасній педагогіці – усне опитування, письмова робота, тестування – свідчить про те, що останній метод більш, ніж інші, відповідає критеріям якості при визначенні рівня теоретичних знань, умінь і навичок учнів.

Для підвищення ефективності організації тестового контролю його доцільно проводити з використанням комп'ютерних тестових програм, що дозволяє автоматизувати процес проведення контролю та обробку результатів тестування (миттєве оцінювання, багаторазове проходження тестів, необов'язкова присутність учителя, відсутність суб'єктивізму). У

зв'язку з цим вивчення комп'ютерного тестування як інструменту вимірювання навчальних досягнень старшокласників на уроках математики є актуальним.

Використання тестів в освітньому процесі надійно ввійшло у педагогічну практику, поглиблюються знання про призначення та можливості тестів, їхні форми, методи обробки результатів тестування та їх інтерпретації.

Фундаментальні дослідження тестування як методу педагогічної діагностики висвітлені в роботах С.Аванесова, В.Беспалька, К.Інгенкампа, Пола Клайна, А.Майорова, Л.Долінера та інших [44; 40]. Питанням створення та використання тестових технологій у системі освіти займалися такі науковці, як: В. Биков [8; 9], І.Булах [11], М. Жалдак [17; 18; 19; 9; 12], Ю. Машбиць, В.Фетисов. Аналіз педагогічного потенціалу дистанційних тестових технологій розкрито в працях А. Верланя, А. Гуржія, Ю.Дорошенка, О.Школьного та інших вітчизняних науковців [41;42; 43].

Класичним у педагогіці є визначення К.Інгекампа: **тестування** - це метод педагогічної діагностики, за допомогою якого вибір поведінки, що презентує передумови чи результати навчального процесу, повинен максимально відповідати принципам зіставлення, об'єктивності, надійності та валідності вимірів, повинен пройти обробку й інтерпретацію й бути прийнятним для застосування в педагогічній практиці [40].

На думку В.Аванесова, педагогічний тест є сукупністю взаємопов'язаних завдань зростаючої складності й специфічної форми, що дозволяє якісно оцінити структуру і виміряти рівень знань здобувачів освіти. [44].

Для застосування тестової технології, яка орієнтована на навчання та розвиток мислення учнів, необхідно використати ряд вимог методичного характеру для конструюванню системи тестових завдань, що будуть відповідати функціям розвивального навчання:

- принцип цілісності;

- принцип зростання складності;
- принцип диференціації;
- завдання навчального та розвивального характеру [2].

Існують багато підходів до класифікації тестів, зокрема Підласий І.П. розмаїття тестів зводить до трьох основних:

- 1) тести, що фіксують успішність у цілому після завершення встановленого періоду навчання;
- 2) тести, що фіксують успішність виконання окремих розділів навчального плану і досягнення запроєктованих цілей;
- 3) тести, що фіксують успішність на конкретному відрізку навчання [36].

Тестова перевірка має ряд переваг порівняно з традиційними формами і методами, вона природно вмонтована у сучасні педагогічні концепції, дозволяє більш раціонально використовувати зворотний зв'язок з учнями і визначати результати засвоєння матеріалу, зосередити увагу на прогалинах у знаннях та внести відповідні корективи. Тестовий контроль забезпечує одночасну перевірку знань учнів усієї групи та формує в них мотивацію для підготовки до кожного заняття, дисциплінує учнів, а також готує учнів до успішного складання ЗНО або НМТ.

Важливу роль в освітньому процесі грає систематичність перевірки, що стає можливим за наявності комп'ютера. Автоматизоване тестування дозволяє економити час на перевірку, отримувати результати негайно за наявності багатоваріантності, проходити тест неодноразово [44].

Порівняно з традиційними формами контролю комп'ютерне тестування має ряд *переваг* [16]:

- швидке одержання результатів і звільнення викладача від трудомісткої роботи з обробки результатів тестування;
- індивідуалізація процесу навчання (автономність), оперативність;
- певний психологічний комфорт учнів під час тестування;
- підвищення об'єктивності оцінювання знань, і, як наслідок,

позитивний стимулюючий вплив на пізнавальну діяльність учня;

- конфіденційність при анонімному тестуванні;
- тестування створює позитивну мотивацію в учнів;
- виключення негативного впливу на результати тестування таких

факторів як настроїв, рівень кваліфікації й інші характеристики конкретного викладача;

- можливість застосування технічних засобів;
- універсальність, охоплення всіх стадій процесу навчання;
- контроль великого обсягу матеріалу;
- зменшення порівняно з традиційним опитуванням затрати часу на

50%.

Проте тестовий контроль знань має й істотні *недоліки*:

- ймовірність випадкового вибору правильної відповіді;
- можливість при застосуванні тестів закритого типу оцінки тільки

кінцевий результат (правильно - неправильно), у той час як сам процес, що привів до нього, не розкривається;

- психологічний недолік – стандартизація мислення без врахування рівня розвитку особистості;

- велика затрата часу на складання необхідного "банку" тестів, їх варіантів, трудомісткість процесу;

- тести не сприяють розвитку мови [31].

Використання різних конструкторів тестів потребує певних комп'ютерних знань з боку вчителя та час на його складання. Комп'ютерне тестування передбачає багатоваріантність, що забезпечує можливість поширення аудиторії здобувачів освіти. Зрозуміло, що педагогу, який складає тест, потрібно мати певні знання та вміння використовувати тестові оболонки.

Тестуванням неможливо діагностувати деякі вміння та знання здобувачів освіти, зокрема: конкретизувати свою відповідь прикладами та фактами, зв'язано, логічно і з доведенням висловлювати свої думки. Це

означає, що тестування повинно поєднуватися з іншими (традиційними) формами і методами перевірки.

Вибір форми завдання з математики підпорядковується, у першу чергу, меті його використання, а також багатьом іншим об'єктивним та суб'єктивним факторам. Існує досить багато форм подання завдань з математики, але, аналізуючи світову традицію оцінювання навчальних досягнень учнів, можна виділити серед них кілька основних, які використовуються найчастіше, зокрема у ЗНО/НМТ, ДПА у школі:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді з кількох запропонованих альтернатив;
- завдання з вибором кількох правильних відповідей з кількох запропонованих альтернатив (кількість ключів може бути як відомою, так і невідомою);
 - завдання з короткою відповіддю (одним числом або виразом);
 - завдання на відшукування логічних пар;
 - завдання на достатність даних у формі аналізу двох даних;
 - завдання на достатність даних у формі порівняння величин;
 - завдання на встановлення правильної послідовності дій;
 - усні та письмові завдання з повним поясненням (із розгорнутою відповіддю).

Пошук нових ефективних форм завдань з математики постійно триває. Зокрема, у зв'язку з широким упровадженням в освітній процес новітніх інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), а також у зв'язку з використанням комп'ютерної техніки під час проведення тестувань (див., наприклад, [11; 18; 30; 39]) виникають нові форми завдань з математики, які рідко використовуються під час безмашинного тестування.

Коротка характеристика суті цих типів завдань з математики наведена в таблиці 1.5.

Таблиця 1.5.

Коротка характеристика суті тестових завдань з математики

Форма тестового завдання	Коротка характеристика суті завдання
Із вибором однієї правильної відповіді (завдання з альтернативами)	Завдання на 1-2 логічних кроки, поєднані однією яскравою ідеєю; перевіряють розуміння суті математичних понять і тверджень та наявність уміння виконувати найпростіші («рефлекторні») математичні дії
Із короткою відповіддю.	Завдання на 3-4 логічних кроки; здебільшого перевіряють уміння реалізовувати відомі алгоритми розв'язування вправ і задач у стандартних ситуаціях
Із розгорнутою відповіддю.	Багатокрокові завдання з повним обґрунтуванням усіх логічних кроків розв'язання; перевіряють уміння обґрунтовувати математичні твердження, проводити аналіз існування та кількості розв'язків залежно від параметрів умови, шукати розв'язки нестандартних задач.
На встановлення логічних зв'язків.	Перевіряють уміння проводити логічний аналіз математичних понять і тверджень та застосовувати його на практиці.

Отже, основними видами тестових завдань є:

- *тести з вибором однієї правильної відповіді* - тип завдань, що вимагає вибору правильної відповіді із запропонованих варіантів; використовуються для оцінки знань учнів з теоретичних аспектів математичного аналізу. Наприклад, учню пропонується визначити поняття границі функції, і він повинен буде вибрати правильну дефініцію із представлених варіантів;

- *із короткою відповіддю* - у цьому випадку учні мають відповісти на запитання чи розв'язати задачу, подаючи власну відповідь. Такі завдання вимагають від учнів більшої глибини знань та уміння аргументувати свої відповіді. Наприклад, перед учнями стоїть завдання обчислити границю певної функції відомим їм способом;

- *із розгорнутою відповіддю* спрямовані на аналіз і обґрунтування математичних тверджень. Учні повинні надати докази або аргументи щодо правильності певних математичних фактів чи тверджень. Наприклад, їм потрібно довести теорему про обмеженість функції на певному інтервалі;

- *на встановлення логічних зв'язків* вимагають від учнів використати свої знання математичного аналізу для розв'язання практичних задач. Наприклад, учням пропонується знайти похідну функції та використати її для вирішення задачі про рух об'єкта.

Вибір типу завдань у тестовому контролі залежить від мети оцінювання та педагогічних цілей. Тести з вибором однієї правильної відповіді швидше вимірюють знання фактів і визначень. Відкриті завдання різного рівня складності сприяють розвитку аналітичних та розв'язувальних навичок. Завдання, що вимагають обґрунтування, дозволяють перевірити здатність учнів аргументувати свої думки. Завдання на встановлення логічних зв'язків перевіряють уміння практичного використання теоретичних знань. Різні типи завдань можуть використовуватися в комбінації для забезпечення коректної діагностики навчальних досягнень учнів.

Під час розробки тестів учителем важливо, наскільки вони відповідають запланованим цілям навчання. Основними критеріями тестів діагностики та контролю досягнень є валідність, репрезентативність, надійність, диференційованість [22]. Враховуючи ці критерії, варто зазначити, що тест повинен давати як найточнішу інформацію про досліджуване явище.

Надійність тестування вказує на те, наскільки точно і послідовно можна виміряти навчальні досягнення за допомогою тестових завдань. Надійність тестування є важливою характеристикою, оскільки вона впливає

на дії, які можуть бути прийняті на основі результатів тестування. Для забезпечення надійності тестів можуть використовуватися *наступні методи*:

- *тест-ретест надійність* – метод, що вимірює ступінь стабільності результатів тестування при повторному проведенні тесту через певний проміжок часу (якщо результати тестування у різних часових відрізках подібні, то тест вважається надійним);

- *спліт-рів надійність* – метод, що використовується для внутрішньої оцінки надійності кожного питання у тесті (він вимірює, наскільки добре питання корелює з іншими питаннями в тесті);

- *Альфа Кронбаха (або Тау-еквівалентна надійність)* — коефіцієнт надійності тесту з одноразовим застосуванням, забезпечує метод вимірювання внутрішньої узгодженості тестів; цей коефіцієнт використовується для оцінки загальної надійності всього тесту (він враховує кореляцію між всіма можливими парами питань у тесті).

Валідність тестових завдань вказує на те, наскільки вони дійсно вимірюють те, що мають вимірювати. Валідність є ключовою характеристикою при розробці тестів, оскільки від неї залежить правильність висновків, які можна зробити на основі результатів. Для забезпечення валідності тестових завдань можуть використовуватися такі *методи*:

- *змістова валідність* оцінюється шляхом аналізу, наскільки завдання відображають зміст, який має бути виміряний. Наприклад, якщо тест має вимірювати знання з математичного аналізу, то завдання повинні відображати конкретні теми цього предмету;

- *критеріальна валідність* полягає в порівнянні результатів тестування з критеріями або стандартами, що вже визнані об'єктивними. Наприклад, якщо тест призначений для прогнозування успішності в старшій школі, валідність може бути оцінена порівнянням результатів тестування з академічними досягненнями учнів;

- *зовнішня валідність* вимірює, наскільки результати тестування відображають певні внутрішні чи зовнішні характеристики особи, такі як інтелект, творчість, комунікабельність тощо.

Забезпечення надійності і валідності тестових завдань є важливим завданням при їх розробці, оскільки ці характеристики впливають на об'єктивність і точність оцінки навчальних досягнень учнів.

Репрезентативність тесту (або бази тестів) — міра повноти обхвату завданнями навчального матеріалу, програми, відображення тестами різних рівнів навчання.

Виконуючи тести, здобувачі освіти здійснюють складні розумові дії, серед яких аналіз, порівняння, абстрагування, ідентифікація, класифікація, тобто тестові завдання передбачають диференціювання навчального матеріалу, розрахованого на індивідуальні здібності кожного, узагальнений і свідомий вибір, автоматизм і швидкість дій. *Диференційований підхід* до тестування вимагає розроблення системи тестових завдань за чотирма рівнями складності (від елементарних, репродуктивних до аналітико-синтетичних, проблемних, що потребують особистісно-творчого підходу) для з'ясування рівня засвоєння змісту навчання і перспективного планування подальшого освітнього процесу [28].

Тестові завдання повинні бути об'єктивними та неперсоніфікованими, тобто не залежати від суб'єктивних суджень вчителя чи оцінювача. Вони повинні відображати ті навчальні цілі, що були поставлені перед учнями у процесі вивчення початків аналізу. Результати тестування повинні надавати зворотний зв'язок учням і вчителям, а також містити педагогічні рекомендації для подальшого вдосконалення освітнього процесу. Ці аспекти допомагають зробити використання тестових завдань більш ефективним й об'єктивним у контролі навчальних досягнень учнів з початків аналізу.

При використанні тестів під час контролю з початків аналізу існують деякі *особливості*, які слід враховувати для ефективного та об'єктивного контролю навчальних досягнень учнів:

- визначення навчальних цілей і вимог;
- збалансованість тестів;
- адаптивність тестування до індивідуальних потреб учнів;
- наявність завдань з відкритою відповіддю, що дозволяють учням продемонструвати більш глибоке розуміння матеріалу та розвивати критичне мислення;

- зворотній зв'язок та корекція навчання;
- моніторинг прогресу;
- врахування індивідуальних особливостей;
- застосування результатів для прийняття рішень щодо подальшого навчання учнів, розміщення їх у групах за рівнем, а також для вдосконалення освітнього процесу та програми курсу математичного аналізу.

Загальна мета застосування тестів у контролі з початків аналізу полягає в тому, щоб забезпечити об'єктивний та ефективний контроль навчальних досягнень учнів та сприяти їхньому подальшому розвитку у математичному аналізі.

Отже, застосування тестових технологій на уроках математики сприяє досягненню оптимальної дії всіх елементів системи навчання, оскільки це забезпечує зворотній зв'язок між учителем та здобувачами освіти. Упровадження сучасних засобів діагностики в освітній процес є перспективним та беззаперечно важливим напрямом, оскільки надає значні можливості для швидкого та об'єктивного оцінювання учнів під час навчання, зокрема і дистанційного.

1.4. Тестові системи з математики

Підвищений попит на навчання в режимі онлайн зумовили появу в Інтернет-просторі великої кількості різноманітних освітніх платформ, що дозволяють проводити діагностичне тестування знань та вмінь учнів. Тестові системи, що забезпечують процес навчання інструментарієм для розробки і проведення діагностики знань крім технічної складової, зокрема, швидкості

завантаження й обробки тесту на сервері, забезпечують основні характеристики тестів. Крім того, враховані певні вимоги, основні з яких – швидкість проходження тесту, надійність, ефективність.

Значного поширення серед освітян шкіл в умовах переорієнтації на дистанційну освіту набули наступні сервіси:

- На урок (<https://naurok.com.ua/>)
- Всеосвіта (<https://vseosvita.ua/>)
- Google Forms (<https://docs.google.com/forms>)
- LearningApps (<https://learningapps.org/>)
- Learning.ua (<https://learning.ua>)
- Kahoot! (<https://kahoot.com/>)
- Quizlet (<https://quizlet.com/>)

Ці комп'ютерні тестові системи мають різні функції та можливості. Для вибору найбільш оптимальної системи для діагностики навчальних досягнень з початків аналізу старшокласниками важливо враховувати специфіку проведення тесту, навчальну програму, доступність ресурсів.

Серед вище перелічених тестових систем, є інтерактивні платформи, які перетворюють навчання математики в захоплюючий процес, схожий на гру, надають можливість педагогам та учням вивчати математику у діджиталізованому форматі. Kahoot, Quizlet, LearningApps - дозволяють створювати власні квізи, квести та ігри для навчання математики. Містять велику кількість навчальних наборів, включаючи математичні тести та флешкарти. Учні можуть навіть під час уроку змагатися один з одним або навіть з іншими класами, що створює конкурентне середовище та підвищує мотивацію до вивчення математики. Ці ігрові підходи до тестування можуть бути особливо ефективними для старшокласників, оскільки вони не лише перевіряють знання, але й сприяють розвитку швидкості та впевненості у вирішенні математичних завдань, змінюючи характер навчання на більш динамічний.

Електронні тестові сервіси дозволяють візуалізувати формули, графіки, функції в інтерактивних задачах, малюнках, анімації, що дещо спрощує сприйняття учнями навчального матеріалу та розуміння тестових завдань, миттєво оцінити відповіді всього класу і спростити збір статистики за допомогою лише одного мобільного телефону, реалізувати безперервний моніторинг знань учнів з математики, який забирає не більше кількох хвилин від уроку.

Обираючи тестової системи для діагностики навчальних досягнень з початків аналізу, педагогу слід керуватися конкретними потребами освітнього закладу та віковими особливостями учнів. Можемо рекомендувати:

- *враховуйте вікові характеристики учнів;*
- *звертайте увагу на можливості індивідуалізації* (деякі системи дозволяють налаштовувати завдання для кожного учня окремо, що дозволяє адаптувати тестування до рівня знань кожного учня);
- *розгляньте можливості інтерактивності та візуалізації* (для кращого засвоєння математичних концепцій важливо, щоб система надавала можливість відтворення та візуалізації графіків функцій, рівнянь та інших математичних об'єктів);
- *оцініть можливості інтеграції з іншими системами* (важливо, щоб обрана тестова система була сумісною з існуючими освітніми платформами та інструментами, які використовуються в освітньому процесі);
- *враховуйте відгуки вчителів та учнів;*
- *тестуйте системи перед упровадженням;*
- *звертайте увагу на вартість* (враховуйте фінансові можливості освітнього закладу та обирайте систему, яка відповідає бюджету, але при цьому не втрачає якості навчання);
- *забезпечте навчання вчителів* (важливо підготувати вчителів до використання обраної системи, надати їм необхідну підтримку та навчання з використання цієї платформи);

- *спільно обирайте систему* (рішення щодо вибору тестової системи краще приймати на базі спільних обговорень між учителями, адміністрацією та учнями, щоб врахувати всі потреби та переваги освітнього закладу).

Детальніше розглянемо специфіку систем, що найчастіше використовувалися у нашій практиці: На Урок, Всеосвіта, Google Forms, Kahoot! та LearningApps.

На Урок - зручний сервіс, який не без причини має допис “освітній проєкт”. Це повноцінна оболонка, яка створена за аналогією до навчальної платформи Moodle. Українським розробникам вдалося створити безкоштовний сервіс для педагогів та учнів. Існує особистий кабінет учителя з його доробками, сертифікатами, нагородами різного рівня. Регулярно на сайті пропонують приєднатися до безкоштовних вебінарів з педагогічного напрямку, зокрема актуальної на сьогодні цифрової компетентності.

Логічно, що існують і недоліки. Через широкий спектр можливостей та відсутність спеціалізації саме на одному конкретному елементі (виключно презентацій, чи виключно тестів). Система, що дозволяє створювати тести, виглядає спрощеною, навіть примітивною, але сервіс постійно розвивається та удосконалюється. На сьогодні маємо лише два формати тестового завдання: на

вибір однієї правильної відповіді та на вибір декількох правильних відповідей. На противагу цьому є близька до ідеалу оптимізація, коли учитель може бути на 99% впевнений, що учень точно відкриє завдання тесту без технічних проблем як з комп'ютера, так і з мобільного телефону. Зважаючи на вищевикладене, освітній сервіс “На Урок” зручний інструмент

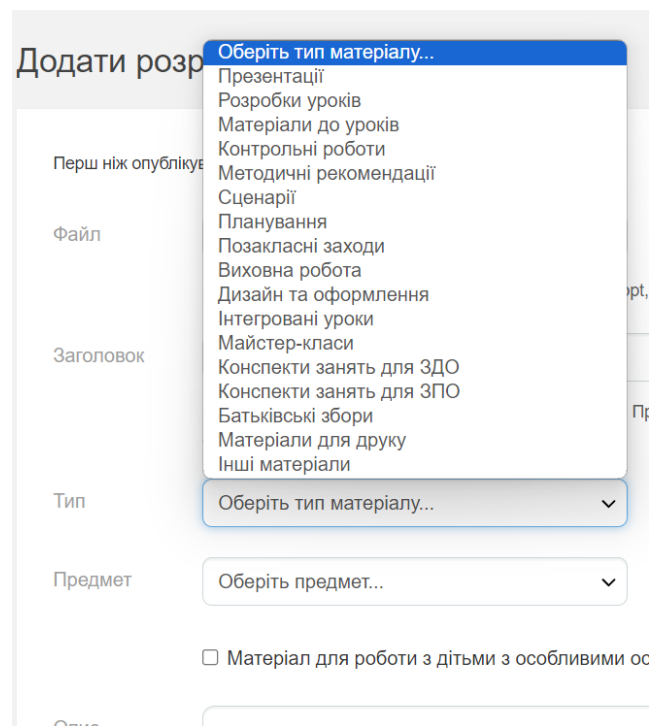


Рисунок 1.1

для проведення швидких тестів під час уроку (як альтернатива до математичного диктанту чи самостійної роботи перед вивченням нової теми) або для домашнього завдання з метою діагностики та оцінювання рівня засвоєння знань учнями.

Коли перед педагогом постає задача розробки більш комплексного тесту, що буде відповідати рівню тематичних чи семестрових контрольних робіт, рекомендуємо скористатися сервісом для опитувань від Google - Google Forms, що має більше форматів завдань для створення різноманітних тестів. Можна створювати стандартні запитання з альтернативами і на вибір декількох правильних відповідей. Але ж більш вагомим є можливість розробки тестів на відповідність та завдань, що передбачають введення відповіді з клавіатури чи навіть завантаження файлу, як

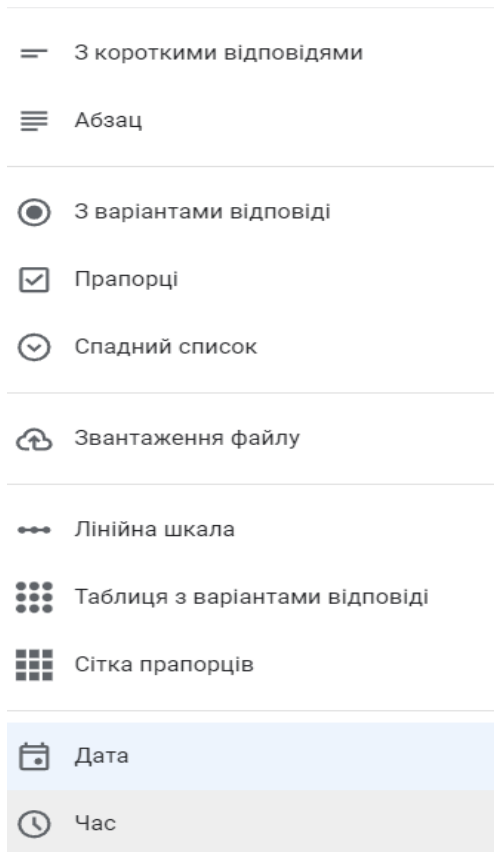


Рисунок 1.2

правило це фото розв’язання завдання у зошиті. До переваг Google Forms також відноситься взаємоінтеграція з сервісами від Microsoft: Word та Excel.

Недоліком є дещо застарілий зовнішній вигляд сервісу, не завжди очевидні параметри перемикачів у налаштуваннях тесту.

Найбільш привабливою для вчителя математики стане національна освітня платформа “Всеосвіта”. Сервіс пропонує найбільший вибір форм для запитань: наявність нових для учнів інтерактивних вправ таких, як пошук правильної відповіді на зображенні (наприклад, пошук на графіку функції інтервалів, де похідна функції менша за нуль), розподіл по категоріях (розподіл точок екстремуму на точки максимуму та мінімуму), пазли (відновлення правильного порядку знаходження площі криволінійної трапеції), вікторини правда/неправда (бліц “так/ні” при обчисленні

границь/похідних/первісних чи повторенні теоретичних понять з будь-якої теми), навіть кросворди та філворди, що майже ніколи раніше не зустрічалися під час тестування. Окрім дещо експериментальних форматів, наявні і перевірені часом (під час ЗНО, ДПА та НМТ) запитання на встановлення відповідності та завдання, що передбачають коротку відповідь. Безумовною перевагою є й те, що під час створення текстової частини тексту, можна вставляти складні математичні формули за допомогою вбудованого редактора формул.

Функціонал створення тестів зручний та різноманітний: учитель може створити будь-яку кількість тестів із довільною кількістю завдань; налаштування приватності до будь-якого тесту – закритий, відкритий та з обмеженим доступом; встановлення будь-якого з трьох режимів тестування – керований, активний і запланований; налаштування типу показу завдань – стандартний, кольоровий, для слабозорих та інші; можливість переглядати, як учні виконують завдання в режимі реального часу; завдання можна переглядати у режимі флеш-карток, що є зручним під час підготовки до ЗНО.

Серед недоліків платформи “Всеосвіта” можна виділити дещо недосконалу технічну оптимізацію та необхідність більшого терміну навчання для оволодіння педагогом цим сервісом. Ці дві проблеми є наслідками порівняно ширшого функціоналу та глибини механік, що реалізовані платформою.

Kahoot! – навчальна платформа, що дозволяє проводити інтерактивні заняття та діагностику знань учнів в ігровому форматі за допомогою онлайн-

Додати нове запитання

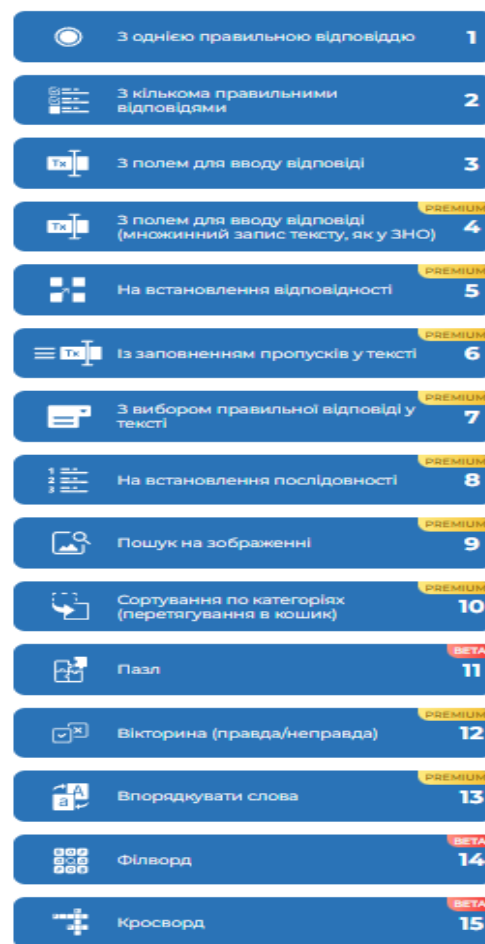


Рисунок 1.3

тестування, створюючи тести, опитування, вікторини. З Kahoot! можна створити квіз (Quiz), коли для кожного питання є 4 варіанти відповіді, одна з яких правильна, та тест (True or False), де є 2 варіанти відповіді, з яких правильна одна. Учитель може створити тест та надіслати його як домашнє завдання, як завдання для закріплення пройденого матеріалу або використовувати під час пояснення нового матеріалу, щоб наповнити урок інтерактивними завданнями та утримувати увагу учнів. Цей сервіс дозволяє використовувати математичні символи при створенні запитань, що дуже зручно вчителям математики.

Платформа дозволяє проводити тестування двома способами:

- віртуальний клас (virtual classroom) – тестування можна пройти разом із учнями в класі. У цьому випадку питання та варіанти відповідей з'являються на екрані проектора або комп'ютера вчителя, а відповідають учні зі своїх гаджетів;
- самостійне навчання (for self placed learning) – здобувачі освіти проходять тестування самостійно, питання та варіанти відповідей з'являються на екрані їхніх гаджетів. Обираючи цей спосіб, учитель має можливість встановити дату та період часу, упродовж якого тестування буде відкритим.

Так, наприклад у ліцеї № 52 міста Львова (<http://lyceum52.lviv.ua/>) інтерактивна система "Kahoot!" була успішно використана для діагностики навчальних досягнень з початків аналізу учнів 11-го класу. Ця система виявилася вельми ефективною і цікавою для учнів, а також допомогла підготувати їх до зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Перед початком тестування вчителі школи створили спеціальні тестові завдання з початків аналізу, використовуючи інтерфейс "Kahoot!". Вони підготували питання та варіанти відповідей, забезпечуючи високу якість завдань та їх відповідність навчальній програмі. Учителі внесли різноманітні питання, які охоплювали різні аспекти початків аналізу, включаючи поняття функції, границі, похідні та інтеграли. Це дозволило учням отримати комплексний тест на оцінювання рівня засвоєння матеріалу.

Тестування проводилося на уроках математики та під час позаурочних заходів. Педагоги дали учням можливість вибирати питання, які їх цікавили, та відповідати на них. Усі відповіді були зафіксовані в системі, і після завершення тесту учні та вчителі отримували докладний звіт про результати.

Ця інтерактивна форма тестування надзвичайно заохочувала учнів до активної участі. Вони змагалися між собою, намагаючись дати правильні відповіді якнайшвидше. Це стимулювало їх до уважнішого вивчення матеріалу та підготовки до занять.

Після завершення тестування вчителі отримали доступ до звіту, де були наведені результати кожного учня та загальна статистика. Це дозволило з'ясувати, на які теми учні відповідали найкраще, а на які потребували додаткового вивчення.

Таким чином, "Kahoot!" став не тільки інструментом для діагностики навчальних досягнень, але й засобом мотивації учнів до більш активного вивчення математичного аналізу. Ця система дозволила підвищити якість навчання та підготовку учнів до важливих іспитів.

Ще одним сервісом для підтримки процесів навчання та викладання є LearningApps, що дозволяє створювати невеликі інтерактивні модулі, які використовуються безпосередньо як навчальні ресурси або для самостійної роботи. На сервісі представлено багато інтерактивних вправ, які були розроблені для різноманітних форм освітнього процесу. Їх можна використовувати в роботі з інтерактивною дошкою або як індивідуальні вправи для учнів. Вправи на сайті подаються у зручному візуальному режимі сітки зображень, навівши на які вказівник миші можна побачити тип вправи та її рейтинг на сайті (залежить від кількості переглядів та оцінок користувачів). Усі вправи поділено на категорії, які відповідають виду завдання, яке потрібно буде виконати учням: вибір, розподіл, послідовність, заповнення, онлайн-ігри, інструменти. Форми завдань: знайти пару, класифікація, числова пряма, кросворд, просте упорядкування, вільна

текстова відповідь, фрагменти зображення, заповнити таблицю, таблиця відповідностей, аудіо- та відео-контент, порахувати тощо. (див. рис 1.4.)

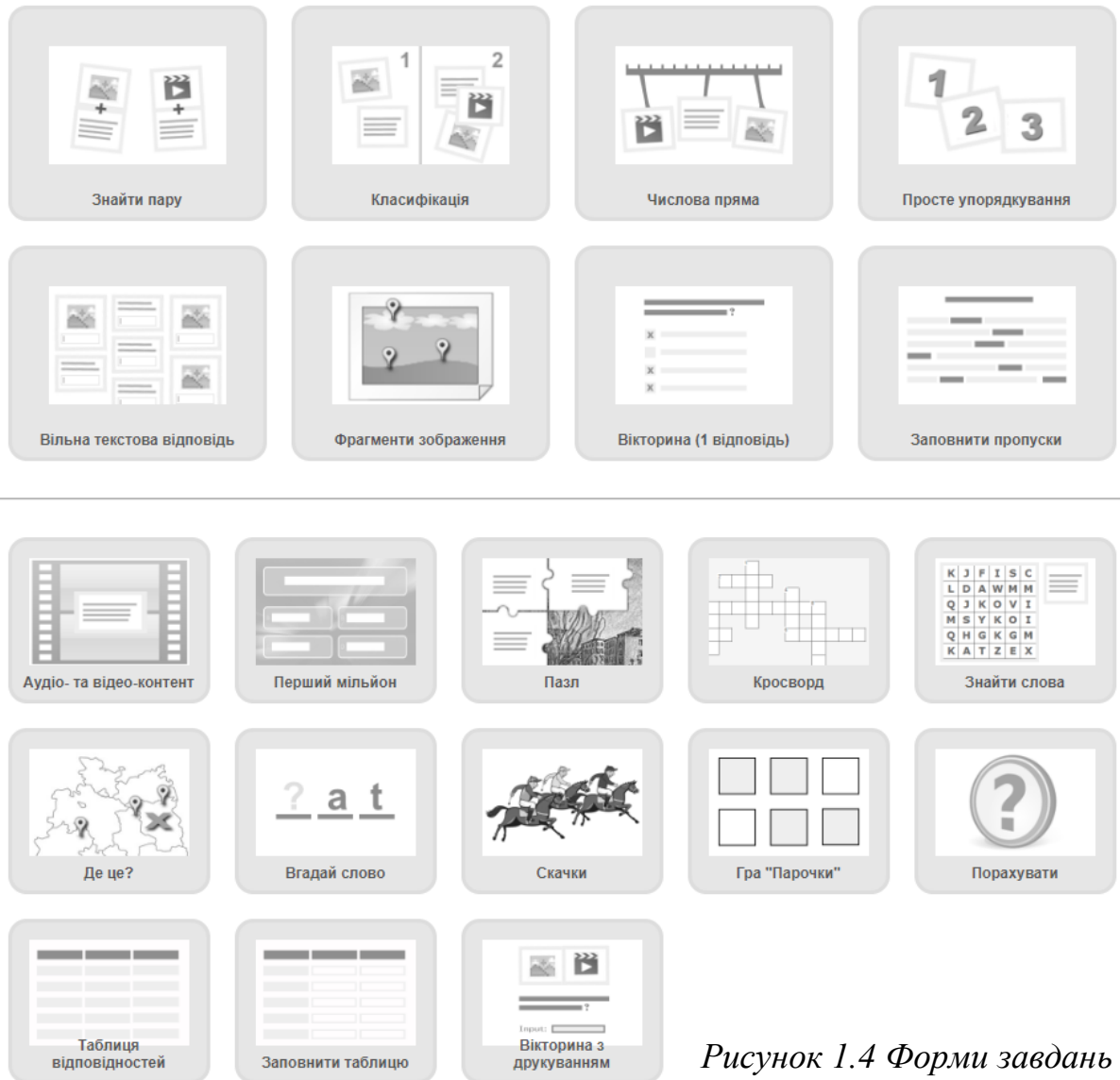


Рисунок 1.4 Форми завдань

Перевагами даного сервісу є те, що користуватися створеними продуктами може кожний. Учитель може працювати з групами учнів, швидко створювати вправи на уроці, задавати домашнє завдання, отримувати гіперпосилання від учнів та перевіряти виконання завдань. Також є можливість вбудовувати завдання на html сторінку. Процес створення вправ дуже простий та цікавий. Сервіс відкриває великі можливості для різноманітності дидактичних завдань з математики. Є також можливість використовувати ілюстративні, відео- та аудіо-матеріали. Створені завдання образні, барвисті і легко запам'ятовуються.

Серед недоліків сервісу можна назвати: частина шаблонів не підтримує кирилицю; підключення до Інтернету; у шаблонах трапляються окремі помилки, які неможливо виправити вручну; деякі шаблони вправ змінюються або їх вилучають з сайту.

Наведемо приклад використання інтерактивного завдання «Знайти пару» з теми «Похідна» (див. рис. 1.5). Інтерактивне завдання можна пропонувати учням на етапі актуалізації опорних знань або під час закріплення знань і вмінь із теми «Похідна». Для виконання завдання потрібно правильно встановити 12 пар функцій і їх похідних. Крім того, у завданні є 3 зайві варіанти.

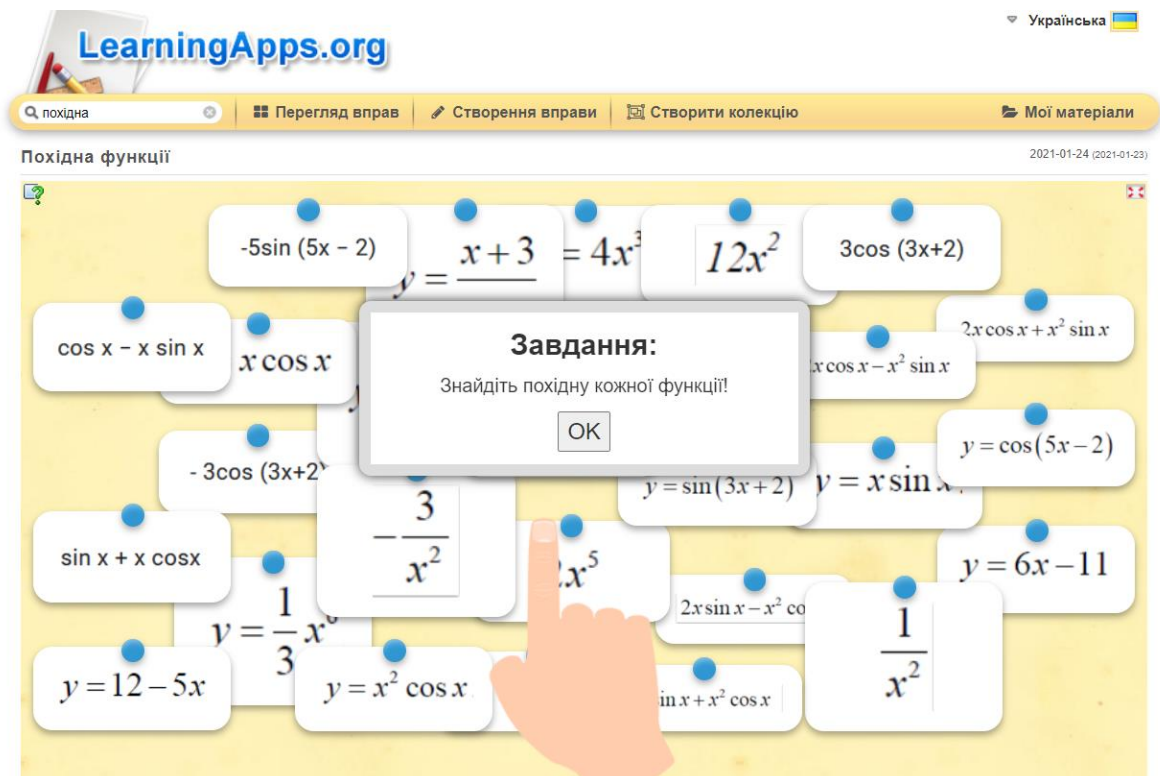


Рисунок 1.5 Інтерактивна вправа

Використовуючи вправи сервісу Learning Apps.org, учні мають можливість здобувати практичні навички, а вчителі діагностувати рівень знань.

Досвід застосування навчальних платформ в освітньому процесі доводить, що вони сприяють розвитку в учнів мотивації та інтересу до вивчення математики; самостійної пізнавальної діяльності; навичок мислення високого рівня; інтелектуальних умінь тощо.

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИКА РОЗРОБЛЕННЯ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ ДЛЯ КОНТРОЛЮ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕСТОВИХ СИСТЕМ

2.1 Тестові завдання з теми «Границя й неперервність функції»

У шкільному курсі математики вивчення елементів математичного аналізу починається з теми “Границя й неперервність функції”. Як зазначалось у питанні 1.2 глибина вивчення теми залежить від рівня, на якому учні вивчають математику в школі. Рівень стандарту не передбачає розгляд понять “границя функції”, “неперервність функції” взагалі.

Профільний рівень передбачає вивчення цієї теми, об'єднуючи її із темою “Похідна та її застосування”, причому лише оглядово впродовж 3-4 уроків. Учні повинні навчитися формулювати означення границі функції в точці та неперервності функції; засвоїти основні властивості границі та вміти їх застосовувати для обчислення границь [34].

Рівень поглибленого вивчення математики передбачає окреме вивчення теми “Границя й неперервність функції” з подальшим вивченням теми “Похідна та її застосування”. Крім вищезазначеного, учні повинні вміти знаходити асимптоти графіків функції, уміти застосовувати властивості неперервних функцій [33].

Так, під час вивчення зазначеної теми учням 10 класу, що навчаються за програмою поглибленого рівня, на етапі закріплення знань з теми пропонуємо тест «Границя функції» (<https://vseosvita.ua/test/hranytsia-funktsii-3629679.html>), метою якого є перевірка засвоєння учнями властивостей границь, уміння правильно їх обчислювати. Даний тест може бути використаний учителем як самостійна робота наприкінці уроку (20-25хв) та пропедевтична діяльність перед вивченням наступного питання теми «Неперервність функції».

Перше питання тесту перевіряє вміння візуально ідентифікувати, чи існує границя в точці для заданої функції. Реалізовано це у вигляді пошуку на зображенні.

ЗАПИТАННЯ №1 пошук на зображенні

Балів: 9%

Оберіть графіки функції f , яка має границю в точці x_0

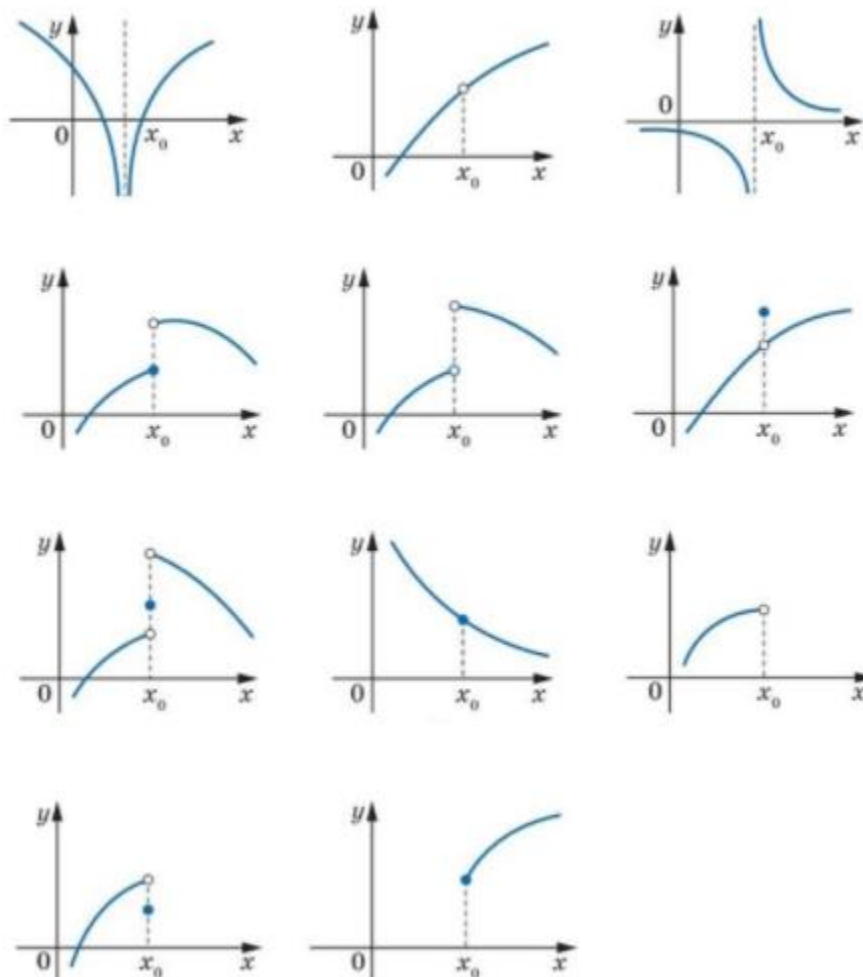


Рисунок 2.1 Графіки функцій

Друге та третє питання передбачають звичайне обчислення границь та введення відповідей.

$$\text{№2 } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5+x^3}{1+x} \right)$$

$$\text{№3 } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos 4x$$

Четверте питання розраховане на перевірку властивостей границь. Так як трактування теорем про арифметичні дії з границями доволі прості, учням

пропонується завдання на встановлення відповідності правильного застосування формул суми, різниці, добутку та частки границь.

ЗАПИТАННЯ №4 на встановлення відповідності

Бали: 36%

Використавши теорему про арифметичні дії з границями утворіть правильні рівності

1 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4x + 3} \right) =$

A $\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 0.5) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 0.5)$

2 $\lim_{x \rightarrow 1} (9x^2 + 12) + \lim_{x \rightarrow 1} (24x + 4) =$

B $\frac{\lim_{x \rightarrow 1} (2(x+2)(x-1))}{\lim_{x \rightarrow 1} ((x-1)(x-3))}$

3 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x}{x-2} \right) - \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{5}{x+2} \right) =$

B $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 + x + 10}{x^2 - 4} \right)$

4 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(9x^2 - \frac{1}{4} \right) =$

Г $\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 4)^2$

Рисунок 2.2 Завдання на відповідність

Оскільки застосування властивостей не є відразу очевидним, то виконання завдання потребує більше часу та зусиль і учень отримує 4 бали за правильно створені пари.

З метою перевірки послідовності обчислення границі у тесті є завдання на заповнення пропусків у тексті, де учень може обирати правильні варіанти серед запропонованих.

ЗАПИТАННЯ №5 з вибором правильної відповіді у тексті

Бали: 18%

Для обчислення $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \right)$, щоб позбутися _____ (Обери: ірраціональності, невизначеності, періодичності, раціональності) $\frac{0}{0}$ розкладемо квадратні рівняння у чисельнику та знаменнику знайшовши _____ (Обери: корені рівняння, подібні доданки, зведені множники).

Запишемо границю у вигляді $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \right)$

Скоротимо на ____ (Обери: x-2, 3-x, x-1, x-3) та отримаємо $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{(x-3)}$

Тепер можемо обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{(x-3)} =$ ____ (Обери: 2/3, 0, 1/2, 1)

Рисунок 2.3 Завдання на заповнення пропусків

За правильно виконане завдання учні отримують 2 бали (0,5 за кожний пропуск).

Останнє питання, що оцінюється у 2 бали, ставить за мету перевірити знання та вміння застосовувати на практиці першу чудову границю та наслідки з нею. Запитання подано у формі встановлення відповідності з одним зайвим варіантом.

№6

- | | |
|--|--------|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right) =$ | А. 3 |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 3x}{x} \right) =$ | Б. 1 |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right) =$ | В. 0.5 |
| 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \sin x}{x} \right) =$ | Г. 0 |
| | Д. -2 |

Учитель після тестування та у процесі його проходження у режимі онлайн бачить допущені помилки і кількість набраних балів кожним учнем та може вирішити, чи необхідно відвести ще урок на коригування знань з цієї теми, чи можна перейти до вивчення наступного питання «Неперервність функції».

Для засвоєння наступного питання «Неперервність функції» було розроблено тест (<https://vseosvita.ua/test/neperervnist-funktsii-3630593.html>), який доцільно провести під час уроку як альтернатива математичного диктанту. Учні 10 класу поглибленого рівня вивчення математики відкривають тест на своєму гаджеті та відповідають на запропоновані нижче запитання. На даний вид роботи учитель відводить до 10 хв.

Перше питання тесту перевіряє базове розуміння терміну «неперервність функції в точці» у формі стандартного запитання на вибір однієї правильної відповіді.

ЗАПИТАННЯ №1 з однією правильною відповіддю

Балів: 8%

Функцію називають неперервною в точці x_0 якщо

- виконується рівність $f(x_0) = x_0$
- для всіх $t \in \mathbb{R}$ виконується $f(x_0 + t) \leq x_0$
- справедлива рівність $\Delta f(x) = x_0$
- виконується рівність $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Рисунок 2.4 Завдання на вибір правильного твердження

Для перевірки вміння учнів візуально стверджувати про неперервність функції у вказаній точці пропонується завдання з вибором декількох правильних відповідей.

ЗАПИТАННЯ №2 з кількома правильними відповідями

Балів: 17%

Користуючись графіками оберіть функції, що неперервні в точці $x = 1$

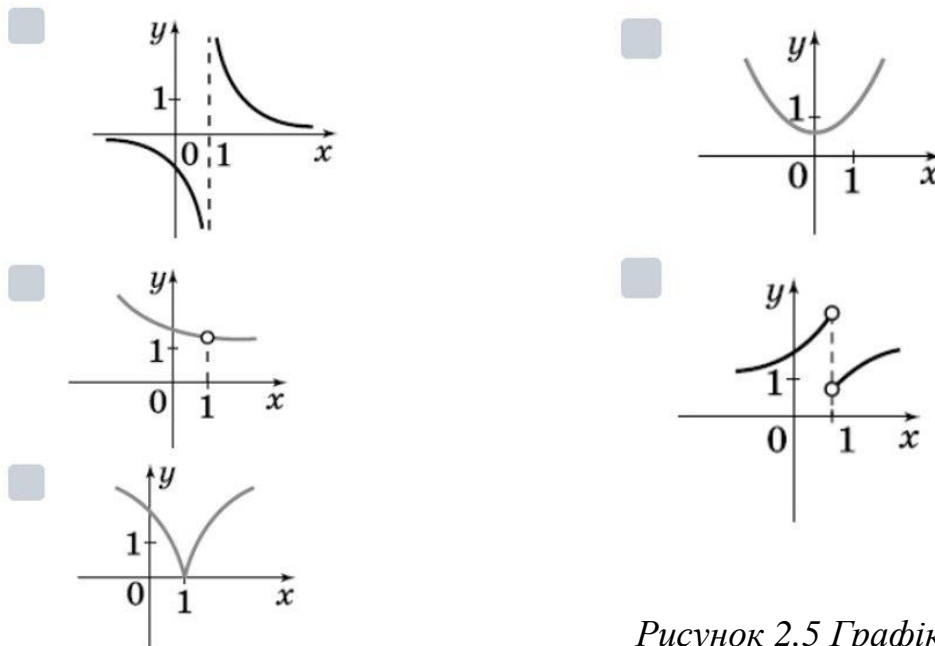


Рисунок 2.5 Графіки функцій

Наступне завдання передбачає введення відповіді самостійно, доповнюючи визначення неперервності функції на проміжку.

ЗАПИТАННЯ №3 з полем для вводу відповіді

Балів: 8%

Функцію $f(x)$ називають неперервною на проміжку X , якщо вона _____

Відповідь:

...

Рисунок 2.6

Для перевірки розуміння терміну «точка розриву» пропонується 4 питання у формі вибору правильної відповіді у тексті з переліку запропонованих.

ЗАПИТАННЯ №4 з вибором правильної відповіді у тексті

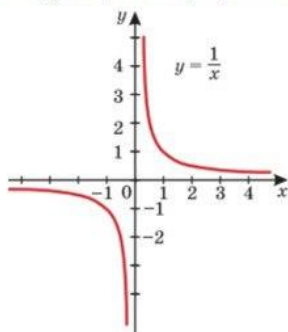
Балів: 17%

Якщо в якійсь точці x_0 функція $y = f(x)$ _____
(Обери: є неперервною, не є неперервною, є парною, симетрична відносно початку координат), вона називається розривною в цій точці, а сама точка x_0 називається _____ (Обери: точкою невизначеності, граничною точкою, точкою розриву, точкою перервності)

Рисунок 2.7 Означення точки розриву

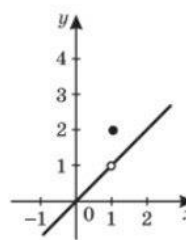
Наступні три питання у формі вікторини (правда/неправда) передбачають перевірку типових умінь та знань з теми.

ЗАПИТАННЯ №5 Вікторина (правда/неправда)

Вказана функція неперервна на проміжку $[1; \infty]$ 

ЗАПИТАННЯ №6 Вікторина (правда/неправда)

Вказана функція неперервна



ЗАПИТАННЯ №7 Вікторина (правда/неправда)

Функція $f(x) = x^2 + 4x - 5$ має точку розриву $x = 1$ бо $f(1) = 0$

Рисунок 2.8 Запитання вікторини

У восьмому запитанні учню потрібно ввести правильну відповідь, обчисливши та знайшовши точку розриву.

№8. Знайдіть точки розриву функції $g(x) = \frac{1}{x^2 + 5x - 6}$

Останнє завдання потребує більше часу на виконання, бо передбачає декілька дій: встановлення неперервності в точках (встановлення відповідності) та побудови графіка (прикріпити фото до тесту).

№9. Для функції $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{якщо } x < -1 \\ x - 1, & \text{якщо } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{2 - 3x}{x}, & \text{якщо } x > 2 \end{cases}$$

1. Встановіть відповідність між точкам $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ та неперервністю функції у них.

2. Побудуйте графік функції $f(x)$

Отже, результати цього тесту дадуть підґрунтя вчителю для коригування можливих прогалин і недоліків у знаннях учнів, відповідної роботи на цьому уроці, коли проводився тест, та плануванні наступних.

2.2. Тестові завдання з теми «Похідна та її застосування»

Тема «Похідна та її застосування» розглядається на всіх рівнях вивчення математики. Рівнем **стандарту** передбачено 14 годин на оволодіння учнями наступними вміннями та навичками:

- **розуміння** значення поняття похідної для опису реальних процесів, зокрема механічного руху;
- **знаходження** швидкості зміни величини в точці; кутового коефіцієнта і кута нахилу дотичної до графіка функції в даній точці;
- **диференціювання** функції, використовуючи таблицю похідних і правила диференціювання;
- **застосування** похідної для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції, побудови графіків;
- **знаходження** найбільшого і найменшого значення функції;
- **розв'язання** нескладних прикладних задач на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин [32].

У програмі **профільного** рівня на вивчення аналогічної теми відведено 54 години, але частину них спрямовано на опанування відомостями про границі та неперервності функції. Перелік вимог до здобувачів освіти значно ширший. Учень профільного рівня вивчення математики:

- **пояснює** геометричний і фізичний зміст похідної;
- **формулює** означення похідної функції в точці, правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, необхідні й достатні умови екстремуму функції;
- **знаходить** кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в даній точці;
- **знаходить** похідні функцій;
- **застосовує** похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;
- **знаходить** найбільше і найменше значення функції; **досліджує** функції за допомогою похідної та **будує** графіки функцій;
- **розв'язує** прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин;
- **застосовує** результати дослідження функції за допомогою похідної до розв'язування рівнянь і нерівностей та доведення нерівностей;
- **описує** поняття опуклості та точки перегину функції; **застосовує** другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину;
- **досліджує** функції за допомогою першої та другої похідних і **використовує** одержані результати для побудови графіків функцій.
- **застосовує** похідну до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту [34].

Поглиблений рівень [33] розглядає цю тему виокремлено від границі, на її вивчення відведено 50 годин. Вимоги програми до знань, умінь та навичок учнів ідентичні з вимогами програми профільного рівня.

Нами були розроблені тести для перевірки вмінь учнів обчислювати похідну (<https://vseosvita.ua/test/pokhidna-tablytsia-pokhidnykh-pravyla-dyferentsiiuvannia-3632399.html>) та застосовувати її для дослідження функції (<https://vseosvita.ua/test/pokhidna-zastosuvannia-pokhidnoi-3634930.html>). Дані тести розраховані для учнів 10 класу, які навчаються за рівнем стандарту, можуть бути використані учителем як самостійні або домашні роботи з метою підготовки до контрольної перевірки знань. Перший тест спрямований на перевірку теоретичних основ поняття «похідна», правил диференціювання, вивчення та застосування таблиці похідних. У першому запитанні учень має обрати правильне трактування означення похідної функції в точці.

ЗАПИТАННЯ №1 з однією правильною відповіддю

Балів: 8%

Вкажіть правильне означення похідної функції f у точці x_0

- Границя функції f при $x_0 \rightarrow 0$
- Відношення між приростом функції та приростом аргументу на інтервалі $(0; x_0)$
- Границя відношення приросту функції до приросту її аргументу коли $\Delta x \rightarrow 0$
- Результат ділення $f(x_0)$ на x_0

Рисунок 2.9 Означення похідної

У наступному завданні потрібно зазначити правильні твердження серед поданих. Запропоноване запитання дозволить визначити, чи розуміє та виокремлює учень геометричний і механічний зміст похідної.

№2. Який зміст вкладають у похідну? Оберіть правильні відповіді:

- А. Фізичний зміст похідної - динаміка зміна фізичної величини відносно часу
- Б. Геометричний зміст похідної - кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції
- В. Механічний зміст похідної - миттєва швидкість матеріальної точки

Г. Економічний зміст похідної - приріст обсягу виробництва відносно витрат

Д. Технічний зміст похідної - швидкість зміни технічних параметрів у системі.

У третьому завданні учень заповнює пропуск у тексті «Знаходження похідної функції f називають _____ функції f ». Таким чином перевіряється розуміння учнем базового поняття теми.

Мета четвертого завдання - з'ясувати рівень оволодіння учнями правил диференціювання. Це реалізовано у формі пошуку неправильного твердження.

ЗАПИТАННЯ №4 з однією правильною відповіддю

Ба

Яке з тверджень неправильне ?

- $f'(x) + g'(x) = (f(x) + g(x))'$
- $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$
- $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$
- $k' = 0, k = const$

Рисунок 2.10 Властивості диференціювання

Наступне завдання - відтворення таблиці похідних за допомогою встановлення відповідності між функцією та її похідної. Результат виконання цього завдання допоможе зрозуміти, чи вивчили учні табличні значення похідних.

ЗАПИТАННЯ №5 на встановлення відповідності

Балів: 33%

До функції оберіть її похідну

функція	похідна функції
1 x^n	А $-\sin x$
2 $\sin x$	Б nx^{n-1}
3 \sqrt{x}	В 0
4 $\cos x$	Г $\frac{1}{\cos^2 x}$
5 x	Д $\cos x$
6 $\operatorname{tg} x$	Е 1
7 $\operatorname{ctg} x$	Є $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
8 k (стала)	Ж $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Рисунок 2.11 Таблиця похідних

Шосте запитання спрямоване на перевірку вмінь практичного застосування правил диференціювання, а не на їхню теоретичну трактовку. Серед перелічених варіантів потрібно обрати ті, де похідна обчислена відповідно до правил диференціювання.

ЗАПИТАННЯ №6 з кількома правильними відповідями

Балів: 17%

Вкажіть, де правильно застосовані правила диференціювання:

- $y = (x + 5) \sqrt{x} \Rightarrow y' = x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $y = \sin\left(\frac{1}{2}x^2 + 4\right) \Rightarrow y' = x \cos x$
- $y = \frac{1}{3}x^3 + \operatorname{tg} x - 1 \Rightarrow y' = x^2 + \frac{1}{\cos^2 x}$
- $y = \frac{2x^2+1}{3x-2} \Rightarrow y' = \frac{6x^2-8x-3}{(3x-2)^2}$
- $y = \sqrt{7} + x \cos x \Rightarrow y' = \cos x - x \sin x$

Рисунок 2.12 Застосування правил диференціювання

Сьоме та восьме завдання передбачають введення вільної текстової відповіді. Учні обчислюють похідні заданих функцій у точках.

№7 Знайдіть значення похідної функції $g(x) = \frac{4x^2+6x-2}{x+1}$ в точці $x_0 = 1$

№8 Знайдіть значення похідної функції $y = \frac{1}{2} \cos 4x + 5$ в точці $x_0 = \frac{\pi}{8}$

Наступний розроблений тест спрямований на визначення вміння учнями практичного застосування похідної. Так, у першому запитанні старшокласникам пропонується обрати декілька правильних відповідей щодо коректного застосування похідної.

№1. Оберіть правильні твердження

А. Похідну використовують для визначення кута дотичної до графіка функції в певній точці

Б. Похідну використовують для обчислення довжини криволінійних функцій на інтервалі

В. Похідну використовують для знаходження швидкості тіла в певний момент часу

Г. Похідну використовують для встановлення інтервалів знакосталості функції

Д. Похідну використовують для знаходження максимального та мінімального значення функції на відрізку

Е. Похідну використовують для встановлення проміжків монотонності функції.

Друге запитання ставить за мету перевірку навички зіставлення $f'(x) = 0$ та поведінки функції. Учні повинні за допомогою графіка визначити точки, у яких похідна дорівнює 0.

ЗАПИТАННЯ №2 з кількома правильними відповідями

Вказати значення x в яких похідна функції дорівнює нулю

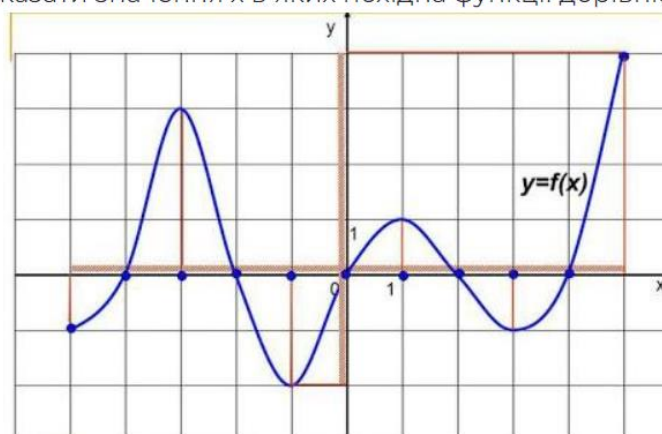


Рисунок 2.13 Графік довільної функції

Наступне завдання – застосування похідної для обчислення миттєвої швидкості матеріальної точки в момент часу. Учні розв’язують задачу та обирають одну правильну відповідь серед запропонованих.

№3. Точка рухається за законом $S = 2 + 20t - 5t^2$. Знайти миттєву швидкість точки у момент $t = 1$ с (S - вимірюється у метрах)

А. 10 м/с

В. 15 м/с

Б. 12 м/с

Г. 30 м/с

Четверте завдання перевіряє розуміння учнями, що відбувається з графіком функції, коли її похідна приймає різні значення (+ або -). Пропонується знайти на зображенні функції $y = f(x)$ проміжки, де похідна $f'(x) < 0$.

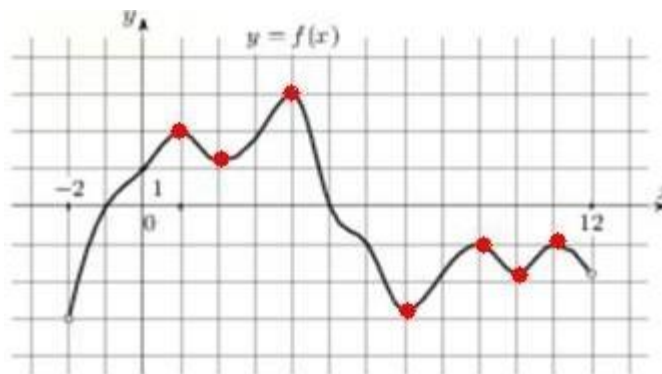


Рисунок 2.14 Графік функції

П’яте та шосте запитання містять однакові вхідні дані (функцію $y = x^4 - 2x^2 - 3$), але завдання перед учнями ставляться різні: знайти критичні точки та обрати правильний варіант відповіді; вказати проміжки спадання та зростання даної функції.

ЗАПИТАННЯ №5 з однією правильною відповіддю

Знайдіть критичні точки функції $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

- $x = -1; x = 1$
- $x = -1; x = 0$
- $x = 1; x = 0$
- $x = -1; x = 0; x = 1$

ЗАПИТАННЯ №6 з кількома правильними відповідями

Знайдіть проміжки спадання та проміжки зростання функції $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

- спадає на $(-\infty; -1)$
- зростає на $(-1; 0)$ та $(1; +\infty)$
- спадає на $(-\infty; -1)$ та $(0; 1)$
- зростає на $(0; 1)$

Балів: 8%

Рисунок 2.15 Тестові завдання

Сьоме запитання перевіряє, чи розрізняють старшокласники поняття «критичні точки», «точки мінімуму та максимуму», «найбільше та найменше значення функції». Перед учнями постає завдання знайти саме точку мінімуму або вказати на її відсутність.

№7. Знайти точку мінімуму функції $y = -x^2 + 8x - 6$

А. -4

В. 4

Б. 8

Г. точка мінімуму відсутня

Для перевірки навичок знаходження критичних точок, проміжків монотонності, точок екстремуму розроблено наступне тестове запитання. Учням необхідно обрати серед запропонованих варіантів відповідей правильні, заповнюючи пропуски в тексті.

ЗАПИТАННЯ №8 з вибором правильної відповіді у тексті

Балів: 17%

Для функції $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$

Критичними точками є _____ (Обери: 0, -3 та 1, 0 та -3, -3)

Функція спадає на _____ (Обери: (-3;1), (0;∞), (-∞;-3), (-3;0) і (1;∞))

Точка мінімуму $x =$ _____ (Обери: 0, -3, 1, не існує)

Точка максимуму $x =$ _____ (Обери: 0, -3, 1, не існує)

Рисунок 2.16 Пошук точок екстремуму

Останнє завдання тесту зроблено у форматі короткої відповіді та перевіряє вміння учнів знаходити найбільше та найменше значення функції на вказаному відрізку. Для усунення ймовірності хибної автоматичної перевірки учням необхідно прикріпити фото розв'язання цієї задачі.

№9. Знайдіть найменше значення функції $y = \frac{4x}{x^2+1}$ на відрізку $[-2; 4]$

Прикріпіть фото розв'язання.

Таким чином, запропоновані вище тести допоможуть педагогу оцінити рівень навчальних досягнень учнів, виявити недоліки у засвоєнні навчального матеріалу, спланувати та скоригувати змістове наповнення наступних уроків.

2.3. Тестові завдання з теми «Інтеграл та його застосування»

Навчальною програмою з математики рівня стандарт на вивчення теми «Інтеграл та його застосування» відведено 10 годин. Одинадцятикласники опановують відомості про первісну, основні властивості первісної, правила її знаходження, визначений інтеграл та його геометричний зміст, формулу

обчислення визначеного інтеграла [32]. Після вивчення теми учні повинні[32]:

- **знаходити** первісні за допомогою таблиці первісних та їх властивостей;
- **виділяти** первісну, що задовольняє задані початкові умови;
- **обчислювати** інтеграл за допомогою таблиці первісних та їх властивостей;
- **знаходити** площі криволінійних трапецій.

Програма профільного рівня вивчення математики передбачає 30 годин на вивчення даної теми [34]. Оскільки, відведено більшу кількість годин, то до учнів ставляться ширші вимоги, ніж до рівня стандарту. До вищезазначених, додаються наступні очікувані результати. Учень [34]:

- **формулює** означення первісної й невизначеного інтеграла та їх основні властивості;
- **описує** поняття визначеного інтеграла;
- **формулює** властивості визначеного інтеграла;
- **знаходить** первісні та визначений інтеграл за допомогою правил знаходження первісних та перетворень;
- **застосовує** інтеграл до розв'язування прикладних задач.

Тема «Інтеграл та його застосування» у класі з поглибленим рівнем вивчення математики також розглядається впродовж 30 годин, але вводяться додаткові питання [33]:

- методи знаходження первісних;
- невизначений інтеграл та його властивості;
- приклади задач, що приводять до поняття визначеного інтеграла;
- використання інтеграла для розв'язування прикладних задач.

Логічно, що до навчальних досягнень учнів, додатково ставляться такі вимоги [33] :

- **формулює** властивості визначеного інтеграла;

- **застосовує** визначений інтеграл до розв'язування геометричних задач.

Усе вищезазначене можна згрупувати у наступну таблицю 2.1.

Таблиця 2.1.

<i>Рівень стандарту</i>	<i>Профільний рівень</i>	<i>Поглиблений рівень</i>
<i>Зміст навчального матеріалу</i>		
Первісна та її властивості. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Обчислення площ плоских фігур.		
	Невизначений інтеграл та його властивості. Обчислення об'ємів тіл обертання.	
		Методи знаходження первісних. Приклади задач, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Використання інтеграла для розв'язування прикладних задач.
<i>Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів</i>		
Учень/учениця: знаходить первісні за допомогою таблиці первісних та їх властивостей; виділяє первісну, що задовольняє задані початкові умови; обчислює інтеграл за	Учень (учениця): формулює означення первісної й невизначеного інтеграла та їх основні властивості; описує поняття визначеного інтеграла; формулює властивості визначеного інтеграла; знаходить первісні та визначений інтеграл за допомогою правил знаходження первісних та перетворень;	

допомогою таблиці первісних та їх властивостей; знаходить площі криволінійних трапецій.		
	Учень (учениця): застосовує інтеграл до розв'язування прикладних задач.	Учень (учениця): застосовує визначений інтеграл до розв'язування геометричних задач.

Якщо у попередніх питаннях даного розділу створені нами тести пропонувалися як самостійні або домашні роботи, то наступний тест розроблявся як тематична контрольна робота з теми «Інтеграл та його застосування» (<https://vseosvita.ua/lesson/kontrolna-robota-z-temy-intehral-ta-ioho-zastosuvannia-550338.html>). Робота розрахована на учнів профільного рівня вивчення математики. Цей тест розроблено як комбіновану контрольну роботу, що складається з тестових запитань з однією правильною відповіддю, встановлення відповідності; запитань на обчислення площ криволінійних трапецій та їх побудов на графіку. Тест у разі необхідності можна легко перенести на будь-яку освітню онлайн-платформу.

Перші чотири завдання (по 0,5 балів) представлені тестами з вибором однієї правильної відповіді. Вони спрямовані на перевірку знань учнів про первісну, її обчислення; теоретичних знань використання інтегралу для обчислення площі криволінійної трапеції.

1. Укажіть загальний вигляд первісної для функції $f(x) = \sin 4x$.

- А $-\frac{1}{4} \cos 4x + c$ Б $\frac{1}{4} \cos 4x + c$ В $4 \cos 4x + c$ Г $-4 \cos 4x + c$ Д $-\cos 4x + c$

2. Функція $F(x) = 10x^5 - 4$ є первісною функції $f(x)$. Укажіть функцію $G(x)$, яка також є первісною функції $f(x)$

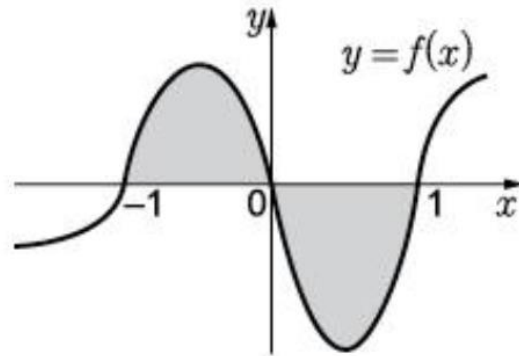
- А. $G(x) = 10x^5 + 7$ Б. $G(x) = 2x^6 - 4x$ В. $G(x) = 50x^6$
 Г. $G(x) = 50x^4$ Д. $G(x) = x^5 - 4$

3. Яку назву має ця формула $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$?

- А. формула Ваєрштраса Б. формула Лейбніца
 В. формула Ньютона-Лейбніца Г. формула Гауса

4. Вкажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури

- А $\int_{-1}^1 f(x)dx$
 Б $2 \int_0^1 f(x)dx$
 В $\int_0^1 f(x)dx - \int_{-1}^0 f(x)dx$
 Г $2 \int_{-1}^0 f(x)dx$
 Д $\int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$



У п'ятому завданні пропонується встановити відповідність між функціями та їх первісними. Так перевіряються вміння учнів знаходити первісну. За кожну правильно створену пару учні отримують 0,5 балів (2 бали за завдання).

5. Установіть відповідність між функціями та їхніми первісними.

1 $y = \frac{7}{x}$

2 $y = \frac{1}{x^7}$

3 $y = 7x$

4 $y = x^7$

А $\frac{x^8}{8} + C$

Б $\frac{-1}{6x^6} + C$

В $3x^2 + C$

Г $7 \ln|x| + C$

Д $\frac{7x^2}{2} + C$

Наступні два завдання на обчислення (оцінюються по 1 балу кожне) передбачають перевірку вмінь старшокласників обчислювати площі криволінійних трапецій за допомогою додаткової візуалізації (зображення площі на графіку).

6. Обчисліть площу зафарбованої фігури, зображеної на рисунку. Оберіть правильну відповідь

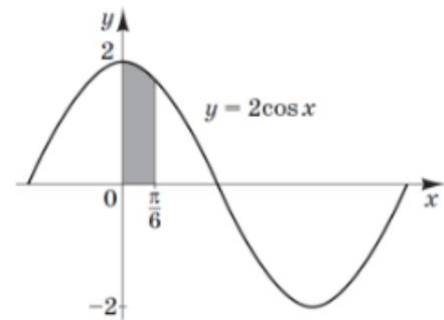
А $\frac{1}{2}$

Б $\frac{\sqrt{3}}{2}$

В 1

Г $\sqrt{2}$

Д $\sqrt{3}$



7. Обчисліть площу паркової зони. Запишіть відповідь числом, без одиниць вимірювання. Мішане або дробове число записувати у вигляді неправильного дроби.

Відповідь: площа ділянки ____



Восьме та дев'яте завдання ускладнюються тим, що учні не бачать, як розташовані лінії, що утворюють криволінійну трапецію. Їм треба побудувати графік, знайти інтервали інтегрування та правильно обчислити площі, використовуючи формулу Ньютона-Лейбніца. За кожне із завдань учні можуть отримати до 2 балів.

8. Побудуйте та обчисліть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = 5 - x^2 \quad \text{та} \quad y = 3 - x.$$

Відповідь: площа фігури ____

9. Побудуйте та обчисліть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = x^2 - 2x \quad \text{та} \quad y = -x^2 + 6x - 6$$

Відповідь: площа фігури ____

Останнє завдання перевіряє навички з питання суто профільного та поглибленого рівнів вивчення математики. Від учнів вимагається обчислити об'єм тіла обертання за допомогою інтегралу. За правильно виконане завдання отримують 2 бали.

10. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої лініями:

$$y = \sqrt{x}, \quad x = 1, \quad x = 4, \quad y = 0$$

Відповідь: об'єм тіла ____ π

Отже, дана комбінована контрольна робота перевіряє знання, уміння та навички учнів 11 класу профільного рівня вивчення математики. Дозволяє педагогу оцінити рівень навчальних досягнень здобувачів освіти. Полегшую збір даних та перевірку робіт учителем у разі створення онлайн-тесту на одній з освітніх платформ.

ВИСНОВКИ

1. Проаналізовано психолого-педагогічну і методичну літературу з проблеми дослідження, вивчено стан проблеми в практиці навчання, зроблено висновок про те, що питанням діагностики навчальних досягнень старшокласників з початків аналізу з використанням комп'ютерних тестових систем займалися як вітчизняні, так і зарубіжні науковці, і воно досі є актуальним, особливо в умовах сьогодення.

2. Надано загальну характеристику тестування, зокрема, видів та форм тестів і вимог до них. З'ясовано, що використання тестових систем на уроках математики у старшій школі сприяє досягненню оптимальної дії всіх елементів системи навчання, забезпечуючи зворотній зв'язок між учнями та педагогом. Застосування комп'ютерних тестових систем під час діагностики навчальних досягнень є перспективним напрямом, що надає можливості для швидкого та об'єктивного оцінювання учнів під час навчання, зокрема і дистанційного.

3. Розглянуто особливості використання тестових систем у навчанні математики, зокрема початків аналізу, з урахуванням рівня навчальної програми (стандарт, поглиблений, профільний).

4. Проаналізовано досвід використання тестування у школі під час вивчення математики у 10 та 11 класі; розглянуто специфіку систем, що найчастіше використовувалися у нашій практиці: На Урок, Всеосвіта, Google Forms, Kahoot! та LearningApps.

5. Розроблено та описано тестові завдання для діагностики навчальних досягнень старшокласників з початків аналізу з тем «Границя й неперервність функції», «Похідна та її застосування» та «Інтеграл та його застосування» відповідно до навчальних програм різних рівнів вивчення математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Федеорова Л. Б. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Практикум. К. : НТУУ «КПІ», 2012. 176 с.
2. Амеліна Л. І. Тести на уроках математики - контроль і діагностика досягнень учнів. URL: <https://naurok.com.ua/testi-na-urokah-matematiki---kontrol-i-diagnostika-dosyagnen-uchniv-70064.html>
3. Ачкан В. В. Використання прикладних задач у процесі вивчення похідної у курсі алгебри та початків аналізу в класах різних профілів. Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Сер. : Педагогічні науки. 2014. № 1. С. 12 – 23.
4. Бакуніна О. В. Математичний аналіз: похідні, диференціали та їх застосування : метод. вказівки для практик. занят. Одеса, 2020. 57 с.
5. Бєвз Г. П. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бєвз, В. Г. Бєвз, Н. Г. Владімірова. К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. 336 с.
6. Бєвз Г. П. Методи навчання математики: навч. метод. посіб. К. : Генеза, 2010. 117 с.
7. Бєвз Г. П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. К. : Вища шк., 1989. 367 с.
8. Биков В. Ю. Комп'ютеризація освіти. Енциклопедія освіти України / Акад. пед. наук України; Головний ред. В.Г.Кремень. К. : Юрінком Інтер, 2008. С. 410 - 412.
9. Биков В. Ю., Жалдак М. І., Жук Ю. О., Руденко В. Д. та ін. Концепція інформатизації загальноосвітніх навчальних закладів, комп'ютеризації сільських шкіл. Комп'ютер в школі та сім'ї. № 3. 2001. С. 3-10.
10. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах: Навч. пос. — 3-є вид., перероб. і доп. Тернопіль : Навчальна книга—Богдан, 2006. 336 с. URL:

<http://elcat.pnpu.edu.ua/docs/metodika.pdf>

11. Булах І. Є., Мруга М. Р. Створюємо якісний тест: навч. посіб. К. : Майстер-клас, 2009. 176 с.

12. Бурда М. І., Жалдак М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М., Шкіль М. І., Ядренко М. Й. Програма поглибленого вивчення математики в 10-11 профільних класах. Математика в школі. 2003. № 6. С. 19-25

13. Використання комп'ютерних технологій при вивченні математики. URL: <https://naurok.com.ua/vikoristannya-komp-yuternih-tehnologiy-pri-vivchenni-matematiki-59036.html>

14. Гаук М. М., Зубович Л. В. Самостійні та контрольні роботи. Алгебра та початки аналізу. 11 клас. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 1999. 96 с.

15. Державний стандарт базової середньої освіти URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898>

16. Дичківська І. М. Інноваційні педагогічні технології : Навчальний посібник. К. : Академвидав, 2004. 352 с.

17. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителів. К. : Техніка, 1997. 304 с.

18. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів. К. : РНЦУ ДІНІТ, 2004 р. 250 с.

19. Жалдак М. І., Грохольська А. В., Жильцов О. Б. Математика (Алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою: Навч. посіб. для підготовч. від-нь. К. : МАУП, 2003. 304 с.

20. Закон України "Про загальну середню освіту" <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/651-14#Text>

21. Закон України «Про освіту». URL: <http://vnz.org.ua/zakonodavstvo/110-zakon-ukrayiny-pro-osvitu>

22. Інгенкамп К. Педагогічна діагностика: Пер. з нім. М. : Педагогіка, 1991. 240 с.

23. Істер О. С. Дидактичні матеріали з алгебри. 11 клас: Вправи.

Самостійні роботи. Тематичні контрольні роботи. Завдання для корекції знань. Кам'янець-Подільський : Абетка, 2004. 170 с.

24. Істер О. С., Єргіна О. В. Збірник завдань атестаційних робіт з математики: 11 клас. Київ : Генеза, 2015. 40 с.

25. Кузнецов В. М., Бусарова Т. М., Агошкова Т. А., Клименко І. В. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник. Дніпро, 2017. 104 с.

26. Кухарева О. С. Ретроспективний аналіз вивчення початків аналізу в старшій школі. URL:

https://repository.sspu.edu.ua/bitstream/123456789/3594/1/Kukharieva_Retrospektivnyi%20analiz%20vyvchennia%20pochatkiv%20analizu.pdf

27. Лов'янова І. В. Особливості вивчення математики в умовах профільної старшої школи. Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки: 36. наук. праць. Випуск 201. Ч.1. URL: https://elibrary.kdpu.edu.ua/bitstream/0564/2328/1/2011_4.pdf

28. Лукіна Т. О., Проник В. В. Особливості диференційованого тестування студентів дистанційної форми навчання. URL: <http://surl.li/bfzqo>

29. Мерзляк А. Г., Номіровський А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія. 2018. 256 с.

30. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 11 кл: у 2 ч. / за ред. М. І. Бурди. Ч.2. К. : Центр навч.-метод. літ., 2014. 208 с.

31. Милютіна І. М. Тестування як ефективний метод перевірки професійної компетентності студентів. Форум педагогічних ідей «УРОК». URL: https://urok.osvita.ua/materials/edu_technology/15024/

32. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

33. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (початок

вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiy>

34. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-profilnij-rivenfinal.docx>

35. Національна доктрина розвитку освіти <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/347/2002#Text>

36. Підласий І. П. Діагностика та експертиза педагогічних проектів. : Навчальний посібник. К. : Україна, 1998. 343 с.

37. Пометун О. І, Пироженко Л. В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. посібн. / За ред. О.І.Пометун. К. : Видавництво А.С.К., 2004. 192 с.

38. Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Лов'янова І. В., Сердюк З. О. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія. Черкаси : Видавець ФОП Гордієнко, 2017. 212 с.

39. Тимченко А. А., Триус Ю. В., Стеценко І. В., Оксамитна Л. П. Інформаційно-аналітична система контролю і оцінювання навчальних досягнень студентів ВНЗ: монографія. Черкаси : МакЛаут, 2010. 300 с.

40. Фігурська Л. В. Становлення та розвиток тестування як методу педагогічної діагностики. Народна освіта. Електронне наукове фахове видання. URL: https://www.narodnaosvita.kiev.ua/Narodna_osvita/vupysku/7/statti/6figyrska.htm

41. Шкільний О. В. Основи теорії та методики оцінювання навчальних досягнень з математики учнів старшої школи в Україні: Монографія. К. : вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2015. 424 с.

42. Шкільний О. В. Оцінювання навчальних досягнень з математики учнів старшої школи: актуальність розробки теоретико-методичних засад і термінологічний аспект проблеми. Математика в сучасній школі. 2013, №12.

С. 12 - 16.

43. Школьний О. В., Захарійченко О. Ю. Методика створення тестових завдань з математики на перевірку здібностей (ability items) в умовах ЗНО. Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань. Тези доповідей. К. : вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 2011. С. 110 - 111.

44. Щенкова Ю. Г. Використання комп'ютерного тестування для оцінювання навчальних досягнень учнів. Центр Прогресивної Освіти «Генезум». URL: <https://genezum.org/library/vykorystannya-kompyuternogo-testuvannya-dlya-ocinyuvannya-navchalnyh-dosyaghen-uchniv>

ДОДАТКИ**Додаток А****Ключ до тесту «Границя функції»**

№1 Зліва направо 2,6,8 графіки

№2 5

№3 1

№4 1-Б, 2-Г, 3-В, 4-А

№5 ... невизначеності... корені рівняння... 1/2

№6 1-Б, 2-А, 3-В, 4-Д

Додаток Б**Ключ до тесту «Неперервність функції»**

№1 Д

№2 В. Г

№3 неперервна в кожній точці проміжку

№4 ...не є неперервною ... точкою розриву

№5 Правда

№6 Неправда

№7 Неправда

№8 $x=1$, $x=-6$

№9 1-А, 2-Б

Додаток В

Ключ до тесту «Похідна. Таблиця похідних. Правила диференціювання»

№1 В

№2 Б, В

№3 диференціюванням

№4 В

№5 1-Б, 2-Д, 3-Є, 4-А, 5-Е, 6-Г, 7-Ж, 8-В

№6 В, Г, Д

№7 1

№8 -4

Додаток Г

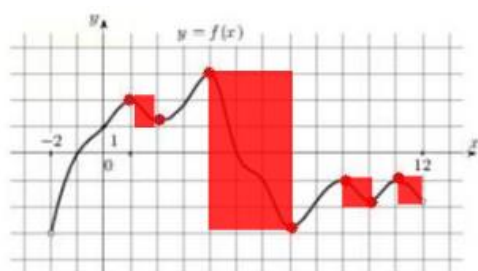
Ключ до тесту «Похідна. Застосування похідної»

№1 А, В, Д, Е

№2 $x=1$, $x=3$, $x=-1$, $x=-3$

№3 В

№4 Правильно обране – червоні прямокутники



№5 Г

№6 Б, В

№7 Г

№8 -3 та 1...(-3;1)....1....-3

№9 -2

Додаток Д

Відповіді до контрольної «Інтеграл та його застосування»**№1** А**№2** А**№3** В**№4** Д**№5** 1-Г 2-Б 3-Д 4-А**№6** В**№7** $32/3$ **№8** 4,5**№9** $8/3$ **№10** $7,5 \pi$