

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка

Кафедра фізико-математичної освіти та інформатики

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Тема: «Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі»

Виконав:

магістрант 62ММ групи
факультету природничої і фізико-математичної освіти
Нагорний Сергій Сергійович

Спеціальність:

014 Середня освіта (Математика)

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук, доцент
Рябко Андрій Вікторович

Дата захисту: « » 2023 р.

Національна оцінка _____

Кількість балів: _____

Оцінка ECTS _____

Підписи членів ДЕК:

Зміст

Зміст	2
Вступ	4
Розділ 1. Теоретичні основи систематизації та узагальнення знань за алгебри та початків аналізу	12
1.1. Теоретичне обґрунтування узагальнення та систематизації знань .	12
1.1.1. Цілі та функції систематизації в процесі навчання	12
1.1.2. Принципи та типи систематизації та узагальнення.....	18
1.1.3. Використання систематизації та узагальнення в навчанні математики	20
1.1.4. Типи систематизації та узагальнення знань.....	20
1.2. Засоби та методи здійснення систематизації та узагальнення з математики	24
1.2.1. Методика динамічного узагальнення та систематизації навчального матеріалу	27
1.2.2. Застосування узагальнення та систематизації знань у процесі навчання математики	29
1.3. Структура і особливості урока узагальнення і систематизації знань у курсі алгебри і початків аналізу в 11 класі.....	34
1.4. Висновки до першого розділу	40
Розділ 2. Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу	41
2.1. Інноваційні елементи систематизації та узагальнення знань	41
2.2. Методика проведення уроків з повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу	43
2.2.1. Підсумковий урок за темою «Показникова та логарифмічна функції»	45
2.2.2. Контрольна робота №1 за темою «Показникова та логарифмічна функція»	57

2.2.3. Підсумковий урок за темою «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики».....	61
2.2.4. Контрольна робота №3 за темою «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»	66
2.3. Дослідно-експериментальна перевірка результатів дослідження...	71
2.4. Висновки до розділу.....	82
Висновки.....	83
2.5. Додаток А.....	84
Література	90

Вступ

Актуальність теми. Неможливо переоцінити значення роботи з систематизації та узагальнення знань при вивченні алгебри та математичного аналізу в школі. Ці фундаментальні математичні дисципліни служать будівельними блоками для широкого спектру передових концепцій і застосувань у різних галузях. Ось чому систематичний підхід до їх вивчення є вирішальним. Алгебра та математичний аналіз є основою для більш складних математичних концепцій. Без міцної основи в цих сферах учні можуть мати труднощі, коли вони стикаються зі складнішими темами з математики, фізики, інженерії та навіть інформатики.

Ці предмети заохочують учнів розвивати логічне мислення та навички вирішення проблем. Процес систематизації та узагальнення знань з алгебри та математичного аналізу часто включає розбиття складних проблем на більш прості, зрозумілі частини. Цей аналітичний підхід озброює учнів навичками, які є цінними не лише в математиці, але й у повсякденному житті.

Алгебра та математичний аналіз включають значну кількість узагальнень та абстракцій. Коли учні навчаються узагальнювати шаблони та принципи на конкретних прикладах, вони краще підготовлені застосовувати ці принципи до нових, незнайомих проблем. Ця здатність абстрагувати й узагальнювати знання є надзвичайно важливою навичкою в сучасному світі, де високо цінується адаптивність і творче мислення.

Систематизація та узагальнення знань з алгебри та математичного аналізу дозволяє учням застосовувати ці концепції в різних дисциплінах. Незалежно від того, чи це аналіз даних у біології, розробка нового продукту чи вирішення реальних економічних проблем, міцна основа алгебри та аналізу є важливою.

Учні, які глибоко розуміють алгебру та математичний аналіз у школі, краще підготовлені до поглибленої роботи в коледжі та кар'єри в таких

галузях, як математика, наука, інженерія та технології. Ці фундаментальні навички можуть відкрити двері для широкого спектру можливостей.

Систематизація та узагальнення знань сприяють розвитку математичної інтуїції. Коли учні отримують глибше розуміння математичних структур, вони стають кращими в тому, щоб робити обґрунтовані припущення та наближення, що особливо корисно під час вирішення реальних проблем.

Алгебра та математичний аналіз мають багату історичну історію. Вивчаючи їх у систематичний спосіб, учні отримують уявлення про розвиток математичної думки протягом історії. Цей історичний контекст може поглибити їхню оцінку предмета та надихнути почуття цікавості щодо еволюції людських знань.

Отже, систематичне вивчення алгебри та зачатків математичного аналізу в школі має важливе значення для побудови міцної основи математики та надання учням цінних навичок, які виходять далеко за межі класної кімнати. Ці предмети не лише готують учнів до подальшої освіти та кар'єри, але й виховують логічне мислення, здатність розв'язувати проблеми та глибоке розуміння сили математичних міркувань. Отже, важко переоцінити значення систематизації та узагальнення у вивченні алгебри та математичного аналізу.

Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з розглядаються у роботах Бевз В. Г. і Бевз Г. П. [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30], Полонського В.Б., Рабиновича Є.М., Якіра М. С. [93], Лоповок Л. М. [69, 68], Кушнір І. А. [65, 66], Крайзман М.Л. [62, 63], Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. [37] та інших вчених.

Навчання систематизації та узагальненню знань з алгебри може бути непростим завданням, оскільки воно передбачає не лише зубріння та запам'ятовування формул. Існує кілька методичних проблем, з якими можуть зіткнутися вчителі при проведенні уроків цього напрямку:

1. Абстрактний характер алгебри: Алгебра може бути дуже абстрактною, що ускладнює для деяких учнів розуміння концепцій та їх застосування в реальному світі. Викладання абстрактних ідей у конкретній та доступній формі є серйозним викликом.

2. Баланс між теорією та практикою: знайти правильний баланс між теоретичним розумінням і практичним вирішенням проблем може бути складно. Учні повинні знати не тільки як працювати з алгебраїчними рівняннями, але й знати, чому ці методи працюють і коли їх застосовувати.

3. Відсутність візуального представлення: Алгебра часто не має конкретних візуальних представлень, на відміну від геометрії чи тригонометрії, які включають форми та кути. Це може ускладнити учням інтуїтивне сприйняття понять.

4. Різний темп навчання: в учнів різні темпи та стилі навчання. Деякі можуть швидко сприймати алгебраїчні концепції, тоді як іншим може бути важко. Завдання для педагогів полягає в тому, щоб задовольнити різноманітні навчальні потреби своїх учнів.

5. На основі попередніх знань: систематизація та узагальнення в алгебрі часто вимагають від учнів спиратися на свої попередні знання. Якщо учні мають прогалини в розумінні базових алгебраїчних понять, це може перешкодити їхньому просуванню в більш складних темах.

6. Надмірний акцент на запам'ятовуванні: у деяких освітніх системах існує тенденція приділяти надмірний акцент запам'ятовуванню алгебраїчних правил і формул замість сприяння глибокому розумінню основних принципів. Це може заважати учням узагальнювати свої знання.

7. Застосування алгебри до контекстів реального світу: одним із викликів є підключення алгебри до реальних проблем і програм. Багатьом учням важко зрозуміти доречність алгебри у їхньому повсякденному житті, тому зв'язок абстрактних алгебраїчних концепцій із практичними ситуаціями має вирішальне значення.

8. Методи оцінювання: Оцінка розуміння учнями алгебраїчної систематизації та узагальнення може бути складною. Традиційні тести не можуть ефективно оцінити їх здатність застосовувати свої знання в нових ситуаціях або узагальнювати від однієї проблеми до іншої.

9. Навчання узагальненню саме по собі: Навчання учнів узагальнювати на конкретних прикладах – це метакогнітивна навичка, якій може бути важко навчитися. Учням може знадобитися керівництво щодо розпізнавання закономірностей і перенесення своїх знань з одного контексту в інший.

10. Мотивація та залученість: Алгебра може сприйматися як складний предмет, і деяким учням може бракувати мотивації чи залучення. Підтримання мотивації та інтересу учнів до предмету є постійним викликом для педагогів.

11. Математичне занепокоєння: деякі учні можуть відчувати тривожність, що може бути значною перешкодою при спробі викладати систематизацію та узагальнення в алгебрі. Тривога може перешкоджати їхній здатності критично мислити та узагальнювати свої знання.

Для вирішення цих методичних проблем викладачі повинні застосовувати різноманітні стратегії навчання, такі як використання реальних прикладів, інтерактивних навчальних занять, наочних посібників та диференціації для адаптації до різноманітних стилів і темпів навчання. Крім того, надання учням чіткого розуміння актуальності алгебри в їхньому житті та кар'єрі може допомогти мотивувати їх брати участь у процесі систематизації та узагальнення. Нарешті, створення сприятливого та позитивного навчального середовища має важливе значення для зменшення математичної тривожності та сприяння глибшому розумінню алгебраїчних концепцій.

Таким чином, виникають певні протиріччя між: 1) значенням систематизації та узагальнення у вивченні алгебри та математичного аналізу та нестачею методичних рекомендацій, розробок, конкретного навчального матеріалу, що дозволяють здійснювати цю діяльність; 2) не

розумінням учнями актуальності алгебри в їхньому житті та кар'єрі та процесах систематизації та узагальнення знань.

У вирішенні цих протиріч полягає проблема дослідження.

Тема дослідження: Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі.

Об'єкт дослідження – процес навчання алгебри і початків аналізу.

Предмет дослідження – складають методи та прийоми повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі в умовах дистанційного навчання.

Мета дослідження полягає в теоретичному обґрунтуванні та розробці методики повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу та її реалізації в процесі навчання у старшій школі.

Відповідно до проблеми, метою та гіпотезою дослідження були визначені такі **завдання** дослідження:

- 1) провести аналіз методологічної, психолого-педагогічної, навчально-методичної, математичної літератури з досліджуваної проблеми, виявити її стан до теперішнього часу та вивчити наявні результати;
- 2) Розкрити сутність понять «узагальнення та систематизація знань» з погляду загально дидактичних та психологічних теорій.
- 3) Визначити роль і місце узагальнення та систематизації знань у навчанні та вихованні учнів у процесі вивчення алгебри і початків аналізу
- 4) Спираючись на розроблену концепцію, спроектувати технології узагальнення та систематизації знань учнів з окремих тем алгебри і початків аналізу в 11 класі.
- 5) провести педагогічний експеримент із метою перевірки отриманих результатів.

Провідним на всіх етапах дослідження виступав педагогічний експеримент, застосувалися методи математичної статистики для обробки та інтерпретації результатів педагогічного експерименту.

Для розв'язання поставлених задач використовувалися наступні **методи дослідження:**

- теоретичні – аналіз психолого-педагогічної, філософської, і науково-методичної літератури при обґрунтуванні теоретичних положень дослідження;
- емпіричні – узагальнення педагогічного досвіду з проблеми, спостереження навчально-виховного процесу навчання математики, анкетування, опитування;
- вивчення результатів діяльності вчителів.

Наукова новизна роботи полягає у наступному:

- запропоновано різноманітні стратегії навчання, такі як використання реальних прикладів, інтерактивних навчальних занять, наочних посібників та диференціації для адаптації до різноманітних стилів і темпів навчання
- надання учням чіткого розуміння актуальності алгебри в їхньому житті та кар'єрі може допомогти мотивувати їх брати участь у процесі систематизації та узагальнення
- створення сприятливого та позитивного навчального середовища має важливе значення для зменшення математичної тривожності та сприяння глибшому розумінню алгебраїчних концепцій на етапі узагальнення і систематизації знань.

Теоретичне значення одержаних результатів полягає в:

- виявленні психолого-педагогічних основ вивчення алгебри і початків аналізу у контексті проблеми організації процесів систематизації та узагальнення знань
- визначенні загальних методів, прийомів і способів систематизації та узагальнення знань з алгебри і початків аналізу;
- доведенні ефективності та доцільності застосування різноманітних стратегій навчання, такі як використання реальних прикладів, інтерактивних навчальних занять, наочних посібників

та диференціації для адаптації до різноманітних стилів і темпів навчання учнів

Практичне значення:

- створено методичні матеріали систематизації та узагальнення знань;
- розроблено демонстраційні слайди презентацій для ілюстрації уроків систематизації та узагальнення знань з алгебри та початків аналізу у 11 класі.

Експериментальна база дослідження. Дослідно-експериментальна робота здійснювалась у КУ Сумська загальноосвітня школа номер 4 ім. Олександра Аніщенка.

Організація дослідження. Дослідження здійснювалось поетапно.

На першому етапі (I семестр) з'ясовувались та аналізувались психолого-педагогічні аспекти методики систематизації та узагальнення знань з алгебри та початків аналізу у 11 класі. Проводився констатуючий експеримент. Було створено навчально-методичне забезпечення формуючого експерименту.

Проводився констатуючий експеримент. Було створено навчально-методичне забезпечення формуючого експерименту.

На другому етапі (формуючий експеримент) перевірялася експериментальна методика підготовки учнів 11 класів з алгебри

Результати дослідження висвітлені у публікації [91]:

Нагорний С. Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі. *Матеріали X-ї Міжнародної науково-практичної конференції “Актуальні проблеми сучасної науки” Дрогобич: Редакційно-видавничий відділ ДДПУ імені Івана Франка, 2023. С. 184-185*

Пропозиції щодо використання результатів дослідження. Розроблена в магістерській роботі методика та результати дослідження

рекомендуються до використання в процесі навчання алгебри і початків аналізу в 11 класі.

Розділ 1. Теоретичні основи систематизації та узагальнення знань за алгебри та початків аналізу

У першому розділі розкриємо сутність понять «узагальнення та систематизація знань» з погляду загально дидактичних та психологічних теорій, визначимо роль і місце узагальнення та систематизації знань у навчанні та вихованні учнів у процесі вивчення математики в середній школі.

1.1. Теоретичне обґрунтування узагальнення та систематизації знань

1.1.1. Цілі та функції систематизації в процесі навчання

Систематизація і узагальнення знань є важливим етапом навчального процесу. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати свої знання, встановити між ними зв'язки та закономірності. Це сприяє глибшому розумінню матеріалу, його засвоєнню та застосуванню в практичній діяльності.

Систематизація знань - це процес упорядкування знань за певними ознаками, встановлення між ними зв'язків та закономірностей. Вона здійснюється за допомогою різних методів і прийомів, таких як:

- Класифікація - розподіл знань на групи за певними ознаками.
- Упорядкування - розташування знань у певній послідовності.
- Зіставлення - порівняння знань між собою.
- Аналіз - розчленування знань на складові частини.
- Синтез - об'єднання знань у цілісну систему.

Узагальнення знань - це процес виведення загальних висновків з конкретних фактів і явищ. Воно здійснюється за допомогою таких методів і прийомів, як:

- Абстрагування - виділення загальних ознак і властивостей із конкретних предметів і явищ.
- Індукція - перехід від окремих фактів і явищ до загальних висновків.
- Дедукція - перехід від загальних висновків до окремих фактів і явищ.

Систематизація і узагальнення знань відбуваються на всіх етапах навчального процесу. На початковому етапі вони спрямовані на формування в учнів первинних знань і уявлень. На середньому етапі вони сприяють закріпленню і розширенню знань, а також формуванню вмінь і навичок. На старшому етапі систематизація і узагальнення знань дозволяють учням оволодіти науковими методами пізнання, сформувати системні знання і вміння.

У процесі систематизації і узагальнення знань учні виконують такі завдання:

- Виявлення істотних ознак і властивостей предметів і явищ.
- Установлення зв'язків і закономірностей між предметами і явищами.
- Формування загальних понять і висновків.
- Оволодіння науковими методами пізнання.

Систематизація і узагальнення знань мають важливе значення для розвитку пізнавальних здібностей учнів. Вони сприяють розвитку логічного мислення, вмінню аналізувати, синтезувати, робити висновки. Крім того, систематизація і узагальнення знань допомагають учням усвідомити сутність явищ і процесів, удосконалити свої вміння і навички.

Для ефективної систематизації і узагальнення знань необхідно використовувати різноманітні методи і прийоми. Це допоможе учням краще зрозуміти матеріал, встановити між ним зв'язки та закономірності, сформувати системні знання і вміння.

Ось деякі з методів і прийомів, які можна використовувати для систематизації і узагальнення знань:

- Урок-узагальнення: на цьому уроці вчитель проводить бесіду, підсумовує вивчений матеріал, робить висновки.

- Урок-конспект: учні самостійно складають конспект вивченого матеріалу, в якому виділяють основні поняття, факти, закономірності.
- Урок-консультація: учні отримують індивідуальні консультації від учителя з питань, які викликають у них труднощі.
- Урок-семінар: на цьому уроці учні обговорюють різні аспекти вивченого матеріалу, висловлюють свої думки і позиції.
- Урок-дослідження: учні самостійно проводять дослідження з вивченої теми, збирають і обробляють інформацію, роблять висновки.

Систематизація і узагальнення знань є важливим етапом навчального процесу. Вони сприяють глибшому розумінню матеріалу, його засвоєнню та застосуванню в практичній діяльності. Для ефективної систематизації і узагальнення знань необхідно використовувати різноманітні методи і прийоми.

Систематизація і узагальнення знань з математики

Математика - це наука, яка вивчає абстрактні величини, їх властивості та зв'язки. Вона має складну структуру, що складається з багатьох взаємопов'язаних понять, теорем і правил. Для того, щоб ефективно засвоїти математику, учні повинні не тільки ознайомитися з конкретними фактами та правилами, але й усвідомити загальні закономірності, які лежать в основі цієї науки.

Систематизація і узагальнення знань з математики - це процес упорядкування та структурування знань, встановлення між ними зв'язків та закономірностей. Вона дозволяє учням глибше зрозуміти матеріал, побачити його в цілому, а не як сукупність окремих фактів і правил.

Мета систематизації і узагальнення знань з математики:

- Формування у учнів системних знань з математики.
- Розвиток логічного мислення, вміння аналізувати, синтезувати, робити висновки.
- Підготовка учнів до самостійного освоєння нового матеріалу.

Завдання систематизації і узагальнення знань з математики:

- Виявлення істотних ознак і властивостей математичних об'єктів.
- Установлення зв'язків і закономірностей між математичними об'єктами.
- Формування загальних понять і висновків.
- Оволодіння науковими методами пізнання.

Методи і прийоми систематизації і узагальнення знань з математики:

- Урок-узагальнення: на цьому уроці вчитель проводить бесіду, підсумовує вивчений матеріал, робить висновки.
- Урок-конспект: учні самостійно складають конспект вивченого матеріалу, в якому виділяють основні поняття, факти, закономірності.
- Урок-консультація: учні отримують індивідуальні консультації від учителя з питань, які викликають у них труднощі.
- Урок-семінар: на цьому уроці учні обговорюють різні аспекти вивченого матеріалу, висловлюють свої думки і позиції.
- Урок-дослідження: учні самостійно проводять дослідження з вивченої теми, збирають і обробляють інформацію, роблять висновки.
- Використання наочних засобів: таблиці, схеми, моделі, комп'ютерні програми тощо.
- Використання дидактичних ігор: лото, шахмати, шашки, головоломки тощо.

Особливості систематизації і узагальнення знань з математики в початковій школі:

- У початковій школі систематизація і узагальнення знань з математики проводяться на основі конкретних прикладів і задач.
- Вчитель повинен використовувати наочні засоби, дидактичні ігри та інші методи і прийоми, які сприяють розвитку уяви та мислення учнів.

Особливості систематизації і узагальнення знань з математики в середній школі:

- У середній школі систематизація і узагальнення знань з математики проводяться на основі абстрактних понять і теорем.
- Вчитель повинен використовувати методи і прийоми, які сприяють розвитку логічного мислення учнів.

Особливості систематизації і узагальнення знань з математики в старшій школі:

- У старшій школі систематизація і узагальнення знань з математики проводиться на основі наукових методів пізнання.
- Вчитель повинен використовувати методи і прийоми, які сприяють розвитку творчого мислення учнів.

Систематизація і узагальнення знань з математики є важливим етапом навчання математики. Вони сприяють глибшому розумінню матеріалу, його засвоєнню та застосуванню в практичній діяльності. Для ефективної систематизації і узагальнення знань з математики необхідно використовувати різноманітні методи і прийоми, які відповідають віковим особливостям учнів.

11 клас є завершальним етапом вивчення шкільної математики. Учні отримують знання з алгебри і початків аналізу, які необхідні для вступу до вищих навчальних закладів.

Повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу в 11 класі мають важливе значення для забезпечення міцного засвоєння знань і вмінь, а також для підготовки учнів до самостійного опрацювання нового матеріалу.

Мета повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в 11 класі:

- Удосконалення знань і вмінь учнів.
- Формування умінь самостійно працювати з навчальною літературою.
- Підготовка учнів до самостійного опрацювання нового матеріалу.

Завдання повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в 11 класі:

- Виявлення прогалин у знаннях і вміннях учнів.
- Удосконалення прийомів і методів роботи з математичним матеріалом.
- Формування вмінь самостійно вирішувати задачі.

Методи і прийоми повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в 11 класі:

- Бесіда.
- Розв'язання задач.
- Виконання тестових завдань.
- Складання конспектів і схем.
- Використання комп'ютерних технологій.

Особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі:

- Повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу проводиться на основі знань, отриманих у попередніх класах.
- Увага приділяється встановленню зв'язків між різними розділами алгебри і початків аналізу.
- Під час повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу використовуються різноманітні методи і прийоми, які сприяють розвитку творчого мислення учнів.

Приклади уроків повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі:

- Урок-узагальнення з теми "Рівняння".
- Урок-семінар з теми "Функції".
- Урок-практикум з теми "Диференціал і інтеграл".

Висновок:

Повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу в 11 класі є важливим етапом навчання математики. Вони сприяють глибшому розумінню знань і вмінь, а також для підготовки учнів до самостійного опрацювання нового матеріалу.

Додаткові міркування

Для того, щоб повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу в 11 класі були ефективними, необхідно враховувати наступні фактори:

- Рівень підготовки учнів.
- Особистісні особливості учнів.
- Відповідність методів і прийомів повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу віковим особливостям учнів.

Вчитель повинен використовувати різноманітні методи і прийоми повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу, щоб забезпечити ефективне засвоєння знань і вмінь учнями.

1.1.2. Принципи та типи систематизації та узагальнення

Систематизація та узагальнення є важливими етапами у навчанні математики. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати отримані знання, сформулювати загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

Принципи систематизації та узагальнення

Принципи систематизації та узагальнення є основою для їхнього ефективного проведення. До основних принципів відносяться:

- Принцип науковості. Систематизація та узагальнення повинні здійснюватися на основі наукових знань і закономірностей.
- Принцип системності. Систематизація та узагальнення повинні здійснюватися в системному порядку, з урахуванням взаємозв'язків між окремими поняттями та законами.
- Принцип доступності. Систематизація та узагальнення повинні здійснюватися на доступному для учнів рівні, з урахуванням їхніх вікових та психологічних особливостей.

Типи систематизації та узагальнення

Залежно від об'єкта систематизації та узагальнення можна виділити такі типи:

- Загальнонаукова систематизація та узагальнення. Цей тип систематизації та узагальнення здійснюється на основі загальних наукових принципів і закономірностей. Наприклад, у курсі математики загальнонаукової систематизації та узагальнення підлягають такі поняття, як число, величина, функція, рівняння тощо.
- Спеціальна систематизація та узагальнення. Цей тип систематизації та узагальнення здійснюється на основі специфічних принципів і закономірностей певної галузі математики. Наприклад, у курсі алгебри спеціальній систематизації та узагальнення підлягають такі поняття, як рівняння, нерівність, функція, послідовність тощо.
- Індивідуальна систематизація та узагальнення. Цей тип систематизації та узагальнення здійснюється на основі індивідуальних особливостей і потреб учнів. Наприклад, учні можуть самостійно систематизувати та узагальнити знання з певної теми, використовуючи для цього різні прийоми та методи.

Прийоми та методи систематизації та узагальнення

Для систематизації та узагальнення знань з математики використовуються різні прийоми та методи. До основних прийомів відносяться:

- Підбір аналогій. Цей прийом полягає у встановленні подібності між різними об'єктами або явищами. Наприклад, при вивченні функцій можна встановити аналогію між функцією та машиною, яка перетворює один вид величини в інший.
- Формулювання загальних висновків. Цей прийом полягає у формулюванні загальних висновків на основі конкретних прикладів. Наприклад, при вивченні рівнянь можна сформулювати загальний висновок про те, що рівняння можна вирішити, якщо його коефіцієнти задовольняють певним умовам.
- Складання таблиць, схем, алгоритмів. Цей прийом полягає у графічному зображенні систематизованих знань. Наприклад, при

вивченні функцій можна скласти таблицю значень функції, схему графіка функції або алгоритм розв'язання рівняння з даною функцією.

1.1.3. Використання систематизації та узагальнення в навчанні математики

Систематизація та узагальнення є важливим компонентом навчального процесу з математики. Вони дозволяють учням глибше зрозуміти вивчений матеріал, сформувані загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

Для ефективного використання систематизації та узагальнення в навчанні математики необхідно дотримуватися таких рекомендацій:

- Систематизація та узагальнення повинні проводитися на всіх етапах навчання математики.
- Систематизація та узагальнення повинні проводитися з урахуванням вікових та психологічних особливостей учнів.
- Систематизація та узагальнення повинні проводитися з використанням різних прийомів та методів.

Використання систематизації та узагальнення в навчанні математики дозволяє підвищити ефективність засвоєння знань, розвинути логічне мислення учнів та підготувати їх до подальшого навчання та творчої діяльності.

1.1.4. Типи систематизації та узагальнення знань

Систематизація та узагальнення знань є одними з найважливіших етапів навчання математики. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати отримані знання, сформувані загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

Залежно від об'єкта систематизації та узагальнення можна виділити такі типи:

- Загальнонаукова систематизація та узагальнення. Цей тип систематизації та узагальнення здійснюється на основі загальних наукових принципів і закономірностей. Наприклад, у курсі математики загальнонаукової систематизації та узагальнення підлягають такі поняття, як число, величина, функція, рівняння тощо.
- Спеціальна систематизація та узагальнення. Цей тип систематизації та узагальнення здійснюється на основі специфічних принципів і закономірностей певної галузі математики. Наприклад, у курсі алгебри спеціальній систематизації та узагальнення підлягають такі поняття, як рівняння, нерівність, функція, послідовність тощо.
- Індивідуальна систематизація та узагальнення. Цей тип систематизації та узагальнення здійснюється на основі індивідуальних особливостей і потреб учнів. Наприклад, учні можуть самостійно систематизувати та узагальнити знання з певної теми, використовуючи для цього різні прийоми та методи.

Прийоми та методи систематизації та узагальнення

Для систематизації та узагальнення знань з математики використовуються різні прийоми та методи. До основних прийомів відносяться:

- Підбір аналогій. Цей прийом полягає у встановленні подібності між різними об'єктами або явищами. Наприклад, при вивченні функцій можна встановити аналогію між функцією та машиною, яка перетворює один вид величини в інший.
- Формулювання загальних висновків. Цей прийом полягає у формулюванні загальних висновків на основі конкретних прикладів. Наприклад, при вивченні рівнянь можна сформулювати загальний висновок про те, що рівняння можна вирішити, якщо його коефіцієнти задовольняють певним умовам.
- Складання таблиць, схем, алгоритмів. Цей прийом полягає у графічному зображенні систематизованих знань. Наприклад, при

вивченні функцій можна скласти таблицю значень функції, схему графіка функції або алгоритм розв'язання рівняння з даною функцією.

- Використовування математичних моделей. Цей прийом полягає у побудові математичних моделей для описування певних явищ або процесів. Наприклад, при вивченні руху можна побудувати математичну модель руху тіла.
- Використання комп'ютерних технологій. Комп'ютерні технології можуть бути використані для створення різних форм систематизації та узагальнення знань, таких як електронні таблиці, схеми, графіки, алгоритми тощо.

Використання систематизації та узагальнення в навчанні математики

Систематизація та узагальнення є важливим компонентом навчального процесу з математики. Вони дозволяють учням глибше зрозуміти вивчений матеріал, сформувані загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

Для ефективного використання систематизації та узагальнення в навчанні математики необхідно дотримуватися таких рекомендацій:

- Систематизація та узагальнення повинні проводитися на всіх етапах навчання математики.
- Систематизація та узагальнення повинні проводитися з урахуванням вікових та психологічних особливостей учнів.
- Систематизація та узагальнення повинні проводитися з використанням різних прийомів та методів.

Використання систематизації та узагальнення в навчанні математики дозволяє підвищити ефективність засвоєння знань, розвинути логічне мислення учнів та підготувати їх до подальшого навчання та творчої діяльності.

Приклади використання систематизації та узагальнення в навчанні математики

Наведемо деякі приклади використання систематизації та узагальнення в навчанні математики:

Приклади використання систематизації та узагальнення в навчанні математики

- При вивченні числа можна систематизувати числа за їхніми властивостями, наприклад, за парністю, непарністю, дільністю на 2, 3, 5 тощо. Це дозволяє учням глибше зрозуміти, що таке число, і сформувати загальні поняття про властивості чисел.
- При вивченні рівнянь можна систематизувати рівняння за їхнім видом, наприклад, алгебраїчні, тригонометричні, диференціальні тощо. Це дозволяє учням упорядкувати та структурувати свої знання про рівняння, а також розвинути логічне мислення.
- При вивченні функцій можна систематизувати функції за їхніми властивостями, наприклад, за монотонністю, зростанням, спаданням, періодичністю тощо. Це дозволяє учням глибше зрозуміти, що таке функція, і сформувати загальні поняття про властивості функцій.
- При вивченні геометричних фігур можна систематизувати фігури за їхніми властивостями, наприклад, за кількістю сторін, кількістю кутів, видом кутів, видами діагоналей тощо. Це дозволяє учням глибше зрозуміти, що таке геометрична фігура, і сформувати загальні поняття про властивості геометричних фігур.
- При вивченні величин можна систематизувати величини за їхніми видами, наприклад, за фізичними, хімічними, математичними тощо. Це дозволяє учням глибше зрозуміти, що таке величина, і сформувати загальні поняття про види величин.
- При вивченні алгоритмів можна систематизувати алгоритми за їхніми властивостями, наприклад, за складністю, ефективністю, видом алгоритму тощо. Це дозволяє учням глибше зрозуміти, що таке алгоритм, і сформувати загальні поняття про властивості алгоритмів.

Ці приклади показують, що систематизація та узагальнення можуть використовуватися на всіх етапах навчання математики, для вивчення різних тем і понять. Вони дозволяють учням глибше зрозуміти вивчений матеріал, сформулювати загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

Ось ще кілька конкретних прикладів використання систематизації та узагальнення в навчанні математики:

- Учитель може запропонувати учням скласти таблицю, в якій будуть систематизовані основні властивості функцій.
- Учитель може попросити учнів сформулювати загальний висновок на основі конкретних прикладів. Наприклад, на основі прикладів розв'язання рівнянь учень може сформулювати висновок про те, що рівняння можна вирішити, якщо його коефіцієнти задовольняють певним умовам.
- Учитель може використати комп'ютерні технології для створення графіка функції. Це дозволить учням візуально побачити властивості функції.
- Учитель може запропонувати учням виконати проект, в рамках якого вони будуть самостійно систематизувати та узагальнити знання з певної теми.

Використання різноманітних прийомів та методів систематизації та узагальнення дозволяє зробити навчання математики більш ефективним і цікавим.

1.2. Засоби та методи здійснення систематизації та узагальнення з математики

Есе з методики математики на тему: "Засоби та методи здійснення систематизації та узагальнення з математики"

Систематизація та узагальнення є важливими етапами навчання математики. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати отримані знання, сформулювати загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

Засоби систематизації та узагальнення

Для систематизації та узагальнення знань з математики використовуються різні засоби. До основних засобів відносяться:

- Таблиці, схеми, графіки. Ці засоби дозволяють візуально представити систематизовані знання. Наприклад, для систематизації основних властивостей функцій можна скласти таблицю, для систематизації видів рівнянь можна скласти схему, для систематизації властивостей геометричних фігур можна скласти графік.
- Формулювання загальних висновків. Цей засіб дозволяє сформулювати загальні закономірності на основі конкретних прикладів. Наприклад, на основі прикладів розв'язання рівнянь можна сформулювати загальний висновок про те, що рівняння можна вирішити, якщо його коефіцієнти задовольняють певним умовам.
- Використовування математичних моделей. Цей засіб дозволяє описувати певні явища або процеси математичними формулами або графіками. Наприклад, для моделювання руху тіла можна використовувати рівняння руху.
- Використання комп'ютерних технологій. Комп'ютерні технології можуть бути використані для створення різних форм систематизації та узагальнення знань, таких як електронні таблиці, схеми, графіки, алгоритми тощо.

Методи систематизації та узагальнення

Для систематизації та узагальнення знань з математики використовуються різні методи. До основних методів відносяться:

- **Метод порівняння.** Цей метод дозволяє порівняти різні об'єкти або явища за певними ознаками. Наприклад, для порівняння різних функцій можна порівняти їхні властивості.
- **Метод аналогії.** Цей метод дозволяє встановити подібність між різними об'єктами або явищами. Наприклад, для пояснення властивостей функцій можна використовувати аналогію з машиною, яка перетворює один вид величини в інший.
- **Метод абстракції.** Цей метод дозволяє виділити загальні властивості об'єктів або явищ, абстрагувавшись від їхніх конкретних особливостей. Наприклад, для вивчення властивостей функцій можна абстрагуватися від конкретних функцій і розглядати їх як абстрактні об'єкти.
- **Метод побудови доказів.** Цей метод дозволяє довести загальні закономірності на основі конкретних прикладів. Наприклад, для доведення того, що рівняння можна вирішити, якщо його коефіцієнти задовольняють певним умовам, можна навести приклади розв'язання таких рівнянь.
- **Метод використання творчих завдань.** Цей метод дозволяє учням самостійно систематизувати та узагальнити знання з певної теми. Наприклад, учень може виконати проект, в рамках якого він буде самостійно систематизувати та узагальнити знання про функції.

Вибір засобів та методів систематизації та узагальнення

Вибір засобів та методів систематизації та узагальнення залежить від таких факторів, як:

- Вік та рівень підготовки учнів.
- Тема та обсяг матеріалу, який підлягає систематизації та узагальненню.
- Особистісні особливості учнів.

Наприклад, для учнів молодшого шкільного віку доцільно використовувати такі засоби та методи систематизації та узагальнення, як таблиці, схеми, порівняння, аналогія. Для учнів середнього та старшого шкільного віку доцільно використовувати такі засоби та методи

систематизації та узагальнення, як формулювання загальних висновків, використання математичних моделей, побудова доказів, творчі завдання.

Ефективність систематизації та узагальнення

Систематизація та узагальнення є ефективними, якщо вони:

- Виконуються на всіх етапах навчання математики.
- Виконуються з урахуванням вікових та психологічних особливостей учнів.
- Виконуються з використанням різних засобів та методів.

1.2.1. Методика динамічного узагальнення та систематизації навчального матеріалу

Есе з методики математики на тему: "Методика динамічного узагальнення та систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі"

Систематизація та узагальнення є важливими етапами навчання математики. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати отримані знання, сформулювати загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

У 11 класі учні вивчають широкий спектр математичних тем, які є досить складними та вимагають глибокого розуміння. У зв'язку з цим, систематизація та узагальнення навчального матеріалу в цьому класі є особливо важливим завданням.

Для ефективного здійснення систематизації та узагальнення навчального матеріалу в 11 класі необхідно використовувати різні методи та прийоми. Одним із таких методів є динамічне узагальнення.

Динамічне узагальнення - це такий процес узагальнення, при якому учні не просто запам'ятовують готові узагальнення, а самостійно формують їх на основі конкретних прикладів.

Динамічний узагальнення має ряд переваг перед традиційними методами узагальнення. По-перше, воно дозволяє учням глибше зрозуміти вивчений матеріал, оскільки вони не просто запам'ятовують готові узагальнення, а самостійно формують їх. По-друге, динамічне узагальнення сприяє розвитку логічного мислення учнів, оскільки вони повинні самостійно знаходити загальні закономірності на основі конкретних прикладів.

Для здійснення динамічного узагальнення в 11 класі можна використовувати різні методи та прийоми. До основних методів відносяться:

- Метод порівняння. Цей метод дозволяє учням виділити загальні та відмінні риси між різними об'єктами або явищами. Наприклад, для узагальнення властивостей функцій можна порівняти різні функції за їхніми властивостями.
- Метод аналогії. Цей метод дозволяє учням встановити подібність між різними об'єктами або явищами. Наприклад, для пояснення властивостей функцій можна використовувати аналогію з машиною, яка перетворює один вид величини в інший.
- Метод абстракції. Цей метод дозволяє учням виділити загальні властивості об'єктів або явищ, абстрагувавшись від їхніх конкретних особливостей. Наприклад, для узагальнення властивостей функцій можна абстрагуватися від конкретних функцій і розглядати їх як абстрактні об'єкти.
- Метод побудови доказів. Цей метод дозволяє учням довести загальні закономірності на основі конкретних прикладів. Наприклад, для узагальнення властивостей функцій можна довести, що певна властивість властива всім функціям, які задовольняють певним умовам.
- Метод використання творчих завдань. Цей метод дозволяє учням самостійно систематизувати та узагальнити знання з певної теми. Наприклад, учень може виконати проект, в рамках якого він буде самостійно систематизувати та узагальнити знання про функції.

Ось кілька прикладів використання динамічного узагальнення в 11 класі:

- При вивченні функцій можна запропонувати учням порівняти різні функції за їхніми властивостями, наприклад, за монотонністю, зростанням, спаданням, періодичністю тощо. На основі цього порівняння учні можуть сформулювати загальні висновки про властивості функцій.
- При вивченні рівнянь можна запропонувати учням розглянути різні типи рівнянь і встановити між ними подібність та відмінність. На основі цього порівняння учні можуть сформулювати загальні висновки про типи рівнянь.
- При вивченні послідовностей можна запропонувати учням розглянути різні типи послідовностей і встановити між ними подібність та відмінність. На основі цього порівняння учні можуть сформулювати загальні висновки про типи послідовностей.

Динамічне узагальнення є ефективним методом систематизації та узагальнення навчального матеріалу в 11 класі. Воно дозволяє учням глибше зрозуміти вивчений матеріал, розвинути логічне мислення і підготуватися до подальшого навчання.

Узагальнюючи та систематизуючи знання, навички та вміння учнів в обсязі того чи іншого поняття, конкретної теми чи змістовної лінії, отримуємо, як уже зазначалося, понятійні тематичні та змістовні блоки знань та умінь.

1.2.2. Застосування узагальнення та систематизації знань у процесі навчання математики

Червоною ниткою у моїй роботі проходить ідея формування системних знань з математики, тому що одним із найважливіших дидактичних принципів навчання є принцип міцності знань. Безумовно, є багато чинників, необхідні досягнення учнями глибоких і міцних знань. Одним із них є

систематизація матеріалу під час уроків математики. Завдання узагальнення і систематизації знань у тому, щоб відтворити раніше засвоєне, оскільки відтворення - це пасивний етап узагальнення, а підвести учнів до того що, що вони могли оперативно використовувати вивчений матеріал для подальшого вивчення математики.

Програма з алгебри для 7-9-х класів має чотири змістовні лінії, до яких у 10-11-х класах додаються ще дві. Отже, маємо 6 змістових ліній.

- 1.дійсні числа;
- 2.тотожні перетворення;
3. рівняння, нерівності;
- 4.елементарні функції;
- 5.елементи математичного аналізу;
- 6.додатки математичного аналізу;

У курсі алгебри та почав аналізу 10-11 класів систематизуються та поповнюються відомості про основні елементарні функції та їх властивості (як на елементарному рівні, так і із залученням апарату аналізу), причому матеріал, що завершує одну з основних змістовних ліній шкільного курсу, за роками розподіляється так:

10клас - тригонометричні функції числового аргументу: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$;

періодичні функції;

11клас - поняття про арксинус, арккосинус, арктангенс;

показова функція $y = a^x$; логарифмічна функція $y = \log x$

Вивчивши в 7-му класі весь передбачений програмою матеріал про поняття функції, пряму функціональну залежність та лінійну функцію, разом з учням узагальнюємо та систематизуємо знання, навички та вміння, відбираємо та виділяємо головне, утворюємо систему знань та умінь: знаходження значення функції та значення аргументу область визначення функції, роботу з графіком приналежність точок

На момент вивчення функцій $y=x$ і $y=x$ необхідна система знань повторена. Подальша робота доповнює систему знань учнів у межах цього поняття. Розкриваються і встановлюються нові внутрішні суттєві зв'язки, відбирається і виділяється головне, організується до системи, але вже вищому рівні.

У 8-му класі на час запровадження понять зростання - зменшення функції та вивчення функції учні разом із учителем вже повторили систему своїх знань і умінь не більше цього поняття, встановили можливість її розширення. Подальша робота знову доповнює вже другу систему знань і умінь, знову розкриваються і встановлюються суттєві внутрішні зв'язки, відбирається і виділяється головне, організується в систему, але вже на вищому рівні, що враховує те, що повинні знати та вміти учні за два роки вивчення теми «Елементарні функції».

У 9-му класі перед вивченням квадратичної функції разом із учнями повторюємо систему знань змістовної лінії «Елементарні функції», сформовану за попередні два роки навчання, відновлює набуті навички та вміння. Ця робота нагадує деякою мірою роботу будівельника: побудували фундамент і починаємо зводити красиву, струнку та світлу будівлю, поверх за поверхом. Встановили можливість розширення поняття, що вивчається, і приступаємо до роботи зі засвоєння нових знань і умінь. Квадратична функція вивчена, організовано відповідну систему знань. Ця система знову буде повторена учнями під керівництвом вчителя і знову знайде своє продовження щодо функції

Роботу зі засвоєння знань та умінь змістовної лінії «Елементарні функції» за курс 7 – 9-х класів завершуємо разом із учнями при підсумковому повторенні у 9-му класі. У 10 - 11-х класах продовжуємо цю роботу у тому плані і напрямі, але щоразу вищому рівні. Отже,

- узагальнюючи та систематизуючи знання, навички та вміння учнів у межах даної змістовної лінії на кожному етапі навчання разом з ними відбираємо та виділяємо головне, організуємо у систему;

- Перед кожним етапом повторюємо відповідну систему знань, відновлюємо необхідні навички;

- після кожного етапу доповнюємо систему, розкриваємо і встановлюємо внутрішні суттєві зв'язки, тобто організуємо нову систему, причому щоразу вищому рівні.

Наведу приклади практичних завдань Представлені завдання проводяться з метою розширення і поглиблення знань учнів, а й встановлення зв'язків між поняттями в алгебрі.

7 клас

$$y = (-2/3)x + 6; y = 0,5x; y = 0,25 - x; y = x/2 - 3,5; y = -x; y = 2/x + 5;$$

1.Виберіть із даних функцій лінійні;

2.Виберіть самі ознаку класифікації і розділіть ці функції за своєю ознакою (розташування за чвертями, за графіками і.т.д).Вкажіть область визначення функцій, безліч значень

8 клас

До завдання №2 додаються ознаки класифікації даних функцій (наприклад, за зростанням або зменшенням).

2) Зобразіть графік будь-якої функції, на яку виконувалося б $f(1)=f(2)=0$, на проміжку $[2; +\infty)$ вона збільшується (зменшується).

9 клас

Знання розширюються, тобто. додаючи до завдання №2 ознаки класифікації даних функцій (функція парна чи непарна).

Після вивчення алгоритму побудови квадратичної функції я даю хлопцям можливість привести до системи знання змістовної лінії «елементарна функція».

Учням пропонується написати твір - міркування: «Що можете сказати про функції, графік якої зображений малюнку?» Ось одне: із них. «Побачивши графік цієї функції $y = -x + 2x$, я відразу, не думаючи, відповім, що це парабола. Так, це парабола, якщо говорити про криву. Але якщо розглянути властивості функції, графіком якої є дана парабола, можна

сказати, що це графік квадратного тричлена. Функція ця, при $x = 0$ і при $x = 2$, перетворюється на нуль, відповідно дані числа є нулями функції. Звертаю увагу і те, що гілки параболи спрямовані вниз - це означає, що коефіцієнт старшого члена квадратичної функції - негативний. Можу встановити функцію $y = -x(x-2) = -x^2 + 2x$. Взагалі, ми знаємо, що кожен математичний об'єкт має багато властивостей і треба вміти побачити ці властивості. Я бачу, що ця функція зростає за $x \in (-\infty; 1)$. При $x = 1$ вона набуває найбільшого значення. При $x \in (1; +\infty)$ функція зменшується. Значення цієї функції при $x < 0$ і $x > 2$ негативне. Властивості функцій допомагають нам надалі».

На прикладі теми курсу X класу «Тригонометричні рівняння» я покажу, яка може бути структура повторювально-узагальнюючих уроків, як підбирати для них матеріал, як готувати учнів до такого уроку.

На вивчення цієї теми відводимо 10 год.

1. Урок-лекція (сюди включено вивчення всієї теорії) - 1 ч.

2. Рішення рівнянь виду $2\sin(2x - \pi/4) = 1$ - 1 год.

3. Стандартні прийоми розв'язання тригонометричних рівнянь (покази зразків розв'язування рівнянь: приведених до квадратних, розв'язуваних розкладанням на множники, однорідних рівнянь) - 1 ч.

4. Рішення тригонометричних рівнянь стандартними прийомами - 2 год.

5. Рішення тригонометричних нерівностей - 1 ч.

6. Час, що залишився, виділяється на вирішення тригонометричних рівнянь, нерівностей, систем рівнянь. Я передбачаю уроки-практикуми, проведення самостійних та перевірочних робіт, уроки-заліки, і, звичайно, останній урок у цій темі має бути узагальнюючим.

1.3. Структура і особливості урока узагальнення і систематизації знань у курсі алгебри і початків аналізу в 11 класі

Найефективнішими методами систематизації та узагальнення знань з алгебри є ті, які активно залучають учнів, сприяють їх глибокому розумінню, сприяють критичному мисленню. Ось кілька ефективних методів і стратегій, які ми використовували у процесі експериментального навчання:

1. **Проблемно-орієнтоване навчання:** Поставте учням задачі з реального світу або складні алгебраїчні головоломки, які вимагають від них застосування та узагальнення своїх знань. Заохочуйте їх знаходити кілька рішень і обговорювати їхні підходи.

2. **Відображення понять:** Використовуйте карти понять для візуального представлення зв'язків між різними алгебраїчними поняттями. Це допомагає учням побачити, як ідеї взаємопов'язані, і допомагає систематизувати знання.

3. **Кілька представлень:** навчайте алгебраїчним концепціям, використовуючи різні представлення, включаючи алгебраїчні рівняння, графіки, таблиці та текстові задачі. Цей підхід допомагає студентам узагальнити своє розуміння в різних контекстах.

4. **Сократичне опитування:** заохочуйте учнів ставити власні запитання про алгебраїчні поняття та відповідати на них. Сократове опитування може допомогти учням проаналізувати, оцінити та узагальнити свої знання.

5. **Метакогніція:** навчайте учнів таким метакогнітивним навичкам, як розпізнавання моделей, встановлення зв'язків між поняттями та перенесення знань з однієї проблеми на іншу. Метапізнання сприяє узагальненню та глибокому розумінню.

6. **Програми реального світу:** підключіть алгебру до практичних програм реального світу. Покажіть учням, як алгебра використовується в

різних галузях, таких як наука, техніка, фінанси та інформатика. Це робить предмет більш актуальним і спонукає до узагальнення.

7. Спільне навчання: сприяйте співпраці між учнями за допомогою групових проектів або взаємного навчання. Співпраця з іншими може допомогти студентам побачити різні точки зору та узагальнити свої знання через обговорення та взаємодію.

8. Дослідження та відкриття: надають можливості для дослідження та відкриття. Дозвольте студентам експериментувати з алгебраїчними концепціями, робити припущення та перевіряти свої ідеї. Такий підхід може привести до глибшого розуміння та узагальнення.

9. Технології та інтерактивні інструменти: використовуйте такі технології, як інтерактивне програмне забезпечення та графічні калькулятори, щоб візуалізувати алгебраїчні концепції та маніпулювати рівняннями. Інтерактивні інструменти можуть покращити взаємодію та розуміння.

10. Формувальне оцінювання: Використовуйте методи формувального оцінювання, щоб оцінити розуміння студентом під час процесу навчання. Скоригуйте своє викладання на основі зворотного зв'язку, щоб вирішити конкретні проблеми, з якими стикаються студенти під час систематизації та узагальнення.

11. Вправи на критичне мислення: включайте вправи на критичне мислення, які вимагають від учнів обґрунтування своїх рішень і стратегій. Це спонукає їх узагальнювати та аргументовано застосовувати свої знання.

12. Індивідуальне навчання: Визнайте, що студенти мають різні стилі та темпи навчання. Надайте можливості для персоналізованого навчання, дозволяючи студентам розвиватися за власним рівнем і досліджувати цікаві теми.

13. Аналогії та оповідання: використовуйте аналогії та оповідання, щоб зв'язати алгебраїчні концепції зі знайомими ідеями чи ситуаціями.

Аналогії можуть допомогти учням узагальнити свої знання шляхом проведення паралелей.

14. **Мнемонічні засоби:** ознайомтеся з мнемонічними засобами та засобами запам'ятовування, які допоможуть учням запам'ятати алгебраїчні правила та формули, звільняючи розумові ресурси для глибшого розуміння та узагальнення.

15. **Рефлексивні журнали:** заохочуйте учнів вести рефлексивні журнали, де вони записують свої процеси мислення, виклики та думки під час вивчення алгебри. Ця практика може сприяти метапізнанню та узагальненню.

Ефективність цих методів може змінюватися залежно від віку учнів, попередніх знань і середовища навчання. Поєднання цих підходів із урахуванням конкретних потреб учнів може бути найефективнішим шляхом систематизації й узагальнення знань з алгебри. Крім того, підхід до викладання, повний ентузіазму та підтримки, може значно підвищити ефективність цих методів.

Зупинимось докладніше на проведенні уроку.

5. Урок слід розпочати з самостійної роботи, яка включає 3- 5 завдань з тих, що вміщені на стенді (після третього уроку теми). На роботу приділяється 5 хвилин. Самостійна робота виконується окремих листах, вона оцінюється окремо.

6. Доповідь (відомості), підготовлена учнем з додаткової літератури за завданням вчителя, який розкриває історичні відомості з вивчення теми. Усі інші учні прочитають ці історичні відомості у підручнику. На цей етап уроку приділяється 5 хвилин.

3. прикладної спрямованості теми, що вивчається, розповідь учень, який підготував одну - дві фізичні завдання. Можна вирішити такі задачі:

а) Сили змінних струмів у двох провідниках, виражаються відповідно функціями $I_1 = 10 \sin 50t$ і $I_2 = 20 \sin 50(t + 0,0314)$.

Визначити моменти часу t , які сили струмів в обох провідниках приймають рівні значення.

б) Дві сили P і Q прикладені до матеріальної точки. Знайти кут між цими силами, якщо відомо, що довжина їхньої рівнодіючої не зміниться, якщо цей кут збільшити вдвічі.

б.Рішення рівняння підвищеної проблеми. Наприклад:

$$\cos 2x + \cos 22x + \cos 23x + \cos 24x = 2.$$

Інші підібрані мною рівняння вивішуються на стенді.

б.Систематизація теоретичного матеріалу, прийомів та способів розв'язання тригонометричних рівнянь, (глибина та широта охоплення матеріалу визначається рівнем учнів)

б. Проведення самостійної роботи у двох варіантах, яка може включити три завдання. Вправи, підібрані мною для кожного варіанту, повинні вирішуватися однаковими прийомами, щоб після закінчення організувати перевірку методом парного контролю. Наведу приклад самостійної роботи.

I варіант

II варіант

$$\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \quad 2x \cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x$$

$$3 \sin x + \cos x = 1 \quad \sin x - 3 \cos x = 1$$

$$\sin 4x + \cos 4x = 3 - \cos 6x$$

7. Висновок з уроку.

Загалом узагальнюючі уроки сприяють систематизації та міцнішому засвоєнню навчального матеріалу.

Будь-яка задача може бути перетворена на задачу динамічного характеру. При цьому цілком можливо надати їй різні ступені складності та труднощі в залежності від того, якій групі учнів вона призначається.

Як приклад розглянемо таке завдання.

Завдання 1. Розв'яжіть рівняння

$$x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x = 24.$$

За допомогою розкладання на множники та введення допоміжного невідомого дане рівняння може бути зведене до квадратного, алгоритм

розв'язання якого відомий. Полегшити учням пошук рішення можна з допомогою різних евристичних прийомів, запропонувавши серію взаємозалежних завдань (тобто. динамічну задачу). У цих завданнях даний многочлен слід подати як твори кількох множників, кожен із яких є або одночленом, або двочленом, або тричленом, або чотирьохчленом. Будь-яке з цих розкладів може визначати певний шлях розв'язання задачі.

Розв'язати рівняння:

$$а) (x^2+3x) \cdot (x^2+3x+2) = 24,$$

$$б) (X^2+2x) \cdot (X^2+4X+3) = 24,$$

$$в) (x - 1) \cdot (x+4) (x^2+3x+6) = 0,$$

$$г) x(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) = 24,$$

$$д) (x - 1) \cdot (x^3+7x^2+18x+24) = 0.$$

Учні приступають до вирішення, обравши будь-яке з рівнянь на власний розсуд. У процесі рішення вони повинні побачити, що до будь-якого рівняння а) - д) можна звести всі інші. Якщо з цим учні не справляються, доцільно ще більше деталізувати завдання шляхом навідних питань, як це зроблено нижче.

Розв'яжіть рівняння а), попередньо привівши його до вигляду

$$y(y + 2) = 2, \text{ де } y = x + 3x. \text{ Скільки дійсних коренів має це рівняння?}$$

2 Знайдіть цілі корені рівняння г), маючи на увазі, що $24 = 1 - 2 \cdot 3 \cdot 4 = (-4) \cdot (-3) - (-2) \cdot (-1)$

3 Зведіть рівняння б) до рівняння виду $(y-2) \cdot y \cdot (y-1) = 1 - 3 \cdot 8$ і знайдіть його цілі корені.

4 Зведіть до рівняння г) усі інші.

5 Зведіть рівняння д) до рівняння в).

6 Рішіть рівняння (), якщо відомі два його корені $X_1 = 1$ і $x_2 = -$

Деякі методи організації практичної роботи.

На завершальному етапі роботи над темою для систематизації знань учнів та організації їх комплексного застосування практично певну користь може принести практична робота.

Наведу приклад практичної роботи на тему «Рішення трикутників» 1) Практична робота виконується вдома, а класі проводиться перевірка її результатів. Учням пропоную вдома вирізати з паперу будь-який трикутник, виміряти його сторони та кути, записати ці дані на окремому аркуші. За цими даними пропоную скласти одне з можливих завдань про вирішення трикутника, навести план рішення, саме рішення, записавши їх на тому ж аркуші. Аркуш та модель трикутника вкласти в окремий конверт і принести на урок. Перевірку результатів практичної роботи можна організувати у вигляді взаємного рецензування. Для внесення елементів гри в цей процес, пропоную учням позначити конверт особистим шифром, не вказуючи прізвища та на уроці влаштувати лотерею. Отримавши конверт, учні на окремому аркуші складають рецензію на роботу за таким планом:

- а) Правильність моделі (її відповідність вимогам та опису).
- б) Правильність проведених вимірів.
- в) Коректність складеного завдання.
- г) Правильність рішення.
- д) Раціональність рішення.

Рецензенту пропонується так само скласти за даною моделлю друге завдання, аналогічне авторської, якщо рецензія містила зауваження, або нову, якщо рецензія була позитивною. Потім здійснюється обмін конвертами для аналізу рецензії та вирішення запропонованої задачі.

7. Практична робота проводиться в класі, але з попередньою підготовкою учнів, що включає постановку завдання, повторення необхідної теорії, а також підготовку матеріалів та обладнання. Домашнє завдання, що передуює практичній роботі, полягає в тому, щоб скласти завдання з теми, що вивчається. Наприклад: обчислити площу багатокутника чи обчислити обсяг багатогранника. Після того, як завдання вирішено, можна запропонувати учням скласти нове питання до цієї моделі і знову зробити обмін предметами.

Практична робота виконується вдома, а правильність виконання цієї роботи перевіряється у класі через взаємоперевірку у групі чи парі.

1.4. Висновки до першого розділу

Отже, узагальнення та систематизація знань відбиває основні засади гуманістичного підходу освіти, тобто особлива увага приділяється індивідуальності людини, її особистості, містить у собі варіативність, а тому систематизація пройдених знань справді стає основою фонду дієвих знань. Процес узагальнення та систематизації знань дозволяє одночасно оптимізувати навчальний процес, забезпечити розвиток пізнавальної та особистісної сфери учнів. Завдяки цьому кожен учень включається до активної навчально - пізнавальної діяльності.

Навчання побудоване у такий спосіб, активізує творчі сили дитини, прискорює її розвиток. Той, хто навчається, має можливість більшою мірою самореалізуватися, і це сприяє мотивації вчення. Узагальнення та систематизація знань гарантують кожному учневі освоєння стандарту освіти та просування на більш високий рівень навчання.

Розділ 2. Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу

Спираючись на розроблену концепцію, розглянемо методику узагальнення та систематизації знань учнів з окремих тем алгебри і початків аналізу у 11 класі.

2.1. Інноваційні елементи систематизації та узагальнення знань

Систематизація та узагальнення є важливими етапами навчання математики. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати отримані знання, сформулювати загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

У 11 класі учні вивчають широкий спектр математичних тем, які є досить складними та вимагають глибокого розуміння. У зв'язку з цим, систематизація та узагальнення навчального матеріалу в цьому класі є особливо важливим завданням.

Існує безліч традиційних методів систематизації та узагальнення, таких як складання таблиць, схем, формулювань загальних висновків, використання математичних моделей тощо. Однак ці методи не завжди дозволяють учням глибше зрозуміти вивчений матеріал та розвинути логічне мислення.

У зв'язку з цим, у педагогічній практиці активно впроваджуються інноваційні методи систематизації та узагальнення. Ці методи мають ряд переваг перед традиційними методами. По-перше, вони дозволяють учням глибше зрозуміти вивчений матеріал, оскільки вони не просто запам'ятовують готові узагальнення, а самостійно формують їх. По-друге, інноваційні методи сприяють розвитку логічного мислення учнів, оскільки

вони повинні самостійно знаходити загальні закономірності на основі конкретних прикладів.

До інноваційних елементів систематизації та узагальнення знань з алгебри і початків аналізу в 11 класі можна віднести такі:

- Використання комп'ютерних технологій. Комп'ютерні технології дозволяють створювати різні форми систематизації та узагальнення знань, такі як електронні таблиці, схеми, графіки, алгоритми тощо. Вони також дозволяють автоматизувати деякі процедури, що звільняє час для творчих завдань.
- Використання інтерактивних методів навчання. Інтерактивні методи навчання, такі як групова робота, проектна робота, рольові ігри, дозволяють учням активно взаємодіяти один з одним і з учителем. Це сприяє глибшому розумінню матеріалу та розвитку логічного мислення.
- Використання елементів проблемного навчання. Проблемне навчання спрямоване на розвиток самостійного мислення учнів. Воно передбачає постановку перед учнями проблемних завдань, які вимагають самостійного пошуку рішення.
- Використання елементів дидактичних ігор. Дидактичні ігри дозволяють учням засвоювати матеріал у цікавій і захоплюючій формі. Вони також сприяють розвитку логічного мислення і творчих здібностей.

Ось кілька прикладів використання інноваційних елементів систематизації та узагальнення в 11 класі:

- При вивченні функцій можна використовувати комп'ютерну програму для побудови графіків функцій. Це дозволяє учням візуально побачити властивості функцій і краще їх зрозуміти.
- При вивченні рівнянь можна використовувати інтерактивну дошку для розв'язання рівнянь. Це дозволяє учням взаємодіяти один з одним і з учителем і краще зрозуміти процес розв'язання рівнянь.

- При вивченні послідовностей можна використовувати елементи проблемного навчання. Наприклад, можна запропонувати учням сформулювати загальний висновок про властивості послідовностей, які задовольняють певним умовам.
- При вивченні математичного аналізу можна використовувати дидактичні ігри, наприклад, гру "Знайди помилку". Ця гра дозволяє учням перевірити свої знання і розвинути логічне мислення.

Іноваційні елементи систематизації та узагальнення дозволяють зробити навчання математики в 11 класі більш ефективним і цікавим. Вони сприяють глибшому розумінню матеріалу, розвитку логічного мислення і творчих здібностей учнів.

2.2. Методика проведення уроків з повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу

Повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу є важливими етапами навчання математики. Вони дозволяють учням упорядкувати та структурувати отримані знання, сформулювати загальні поняття та закономірності, а також розвинути логічне мислення.

У 11 класі учні вивчають широкий спектр математичних тем, які є досить складними та вимагають глибокого розуміння. У зв'язку з цим, повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу в цьому класі є особливо важливим завданням.

Проведення уроків з повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання має свої особливості. Учитель повинен враховувати такі фактори, як:

- Особливості дистанційного навчання. Учні не мають можливості безпосередньо взаємодіяти з учителем і один з одним, що може ускладнити проведення уроків.

- Індивідуальні особливості учнів. Учні можуть мати різні рівні підготовки, що вимагає від учителя індивідуального підходу до кожного учня.
- Технічні можливості учнів. Учні повинні мати доступ до комп'ютера та інтернету, що є обов'язковою умовою для проведення уроків в дистанційному режимі.

Для проведення ефективних уроків з повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання необхідно використовувати різноманітні методи та прийоми.

Основні методи і прийоми проведення уроків з повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання:

- Метод самостійної роботи учнів. Цей метод дозволяє учням самостійно повторити і узагальнити вивчений матеріал. Для самостійної роботи учнів можна використовувати різні завдання, такі як завдання на відтворення знань, завдання на застосування знань, завдання на творче застосування знань.
- Метод роботи в парах і групах. Цей метод дозволяє учням взаємодіяти один з одним і спільно виконувати завдання. Для роботи в парах і групах можна використовувати різні завдання, такі як завдання на відтворення знань, завдання на застосування знань, завдання на творче застосування знань.
- Метод використання інтерактивних елементів. Цей метод дозволяє учням взаємодіяти з учителем і один з одним у більш інтерактивній формі. Для використання інтерактивних елементів можна використовувати різні технології, такі як відеоконференції, інтерактивні дошки, веб-квести тощо.
- Метод використання електронних освітніх ресурсів. Цей метод дозволяє учням отримувати доступ до різних освітніх ресурсів, таких як електронні підручники, задачники, тести тощо.

Приклади використання методів і прийомів проведення уроків з повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання:

- Наприклад, для повторення основних властивостей функцій можна запропонувати учням виконати завдання на відтворення знань. Це завдання можна розмістити на веб-сайті школи або на платформі дистанційного навчання. Учні можуть виконати завдання самостійно або в парах.
- Для узагальнення вивчених видів рівнянь можна запропонувати учням виконати завдання на застосування знань. Це завдання можна розмістити в групі в соціальній мережі. Учні можуть виконати завдання самостійно або в групі.
- Для систематизації вивчених тем з алгебри і початків аналізу можна запропонувати учням виконати проектну роботу. Це завдання можна розмістити на платформі дистанційного навчання. Учні можуть виконати завдання самостійно або в групах.

Висновки:

Повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу є важливими етапами навчання математики. У умовах дистанційного навчання проведення таких уроків має свої особливості. Для проведення ефективних уроків необхідно використовувати різноманітні методи та прийоми, які дозволяють учням активно взаємодіяти один з одним і з учителем.

2.2.1. Підсумковий урок за темою «Показникова та логарифмічна функції»

Тема: Підсумковий урок за темою «Показникова та логарифмічна функції»

Мета:

Навчальна мета:

Учні повинні ознайомитися з поняттями показникової та логарифмічної функцій, їхніми властивостями та областю визначення.

Учні повинні навчитися будувати графіки показникових та логарифмічних функцій.

Учні повинні навчитися розв'язувати рівняння та нерівності з показниковими та логарифмічними функціями.

Розвиваюча мета:

Розвивати логічне мислення, творчі здібності та математичну мову учнів.

Формувати вміння самостійно працювати з навчальною літературою та інформаційними ресурсами.

Формувати вміння застосовувати математичні знання в різних сферах діяльності.

Виховна мета:

Виховувати інтерес до математики, наполегливість у досягненні мети, відповідальність за власні дії.

Формувати вміння працювати в команді, критично мислити та аналізувати інформацію.

Формувати ціннісне ставлення до знань, праці та творчості.

Приклади завдань, які можна використати для досягнення поставлених цілей:

Для досягнення навчальної мети можна використовувати такі завдання:

Вивчити визначення показникової та логарифмічної функцій, їхні властивості та область визначення.

Побудувати графіки показникових та логарифмічних функцій.

Розв'язати рівняння та нерівності з показниковими та логарифмічними функціями.

Для досягнення розвиваючої мети можна використовувати такі завдання:

Виконати творче завдання, наприклад, створити проект про застосування показникових та логарифмічних функцій у різних сферах діяльності.

Розв'язати задачу або рівняння, яке потребує нестандартного підходу.

Виконати завдання, яке вимагає застосування різних математичних методів.

Для досягнення виховної мети можна використовувати такі завдання:

Виконати завдання, яке потребує співпраці з однокласниками.

Виконати завдання, яке потребує критичного мислення та аналізу інформації.

Виконати завдання, яке вимагає застосування математичних знань у реальному світі.

Звичайно, конкретний вибір завдань залежить від рівня підготовки учнів, наявності навчально-методичного забезпечення та інших факторів.

Тип уроку: удосконалення умінь і навичок;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

«Показникова функція»

- Сформулюйте означення показникової функції

Функція виду $y = a^x$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$ називається **показниковою**

- Поясніть цю властивість $D(f) = \mathbb{R}$

Областю визначення показникової функції є множина дійсних чисел

- Поясніть цю властивість $E(f) = (0; \infty)$

Областю значень показникової функції є множина $(0; \infty)$

- Поясніть цю властивість $y > 0$ при всіх значеннях $x \in \mathbb{R}$

Показникова функція немає нулів, і проміжок $(-\infty; +\infty)$ є проміжком її знакосталості

- Поясніть цю властивість «При $a > 1$ зростаюча; При $0 > a > 1$ спадна»

При $a > 1$ зростає на всій області визначення

При $0 > a > 1$ спадає на всій області визначення

«Показникові рівняння»

- Яку теорему використаємо для розв'язку показникового рівняння?

$$a^{x_1} = a^{x_2} \mid a > 0 \text{ і } a \neq 1 \mid \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

- Який із неї слідує наслідок?

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \mid a > 0 \text{ і } a \neq 1 \mid \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

- Які ми знаємо методи розв'язування показникових рівнянь?
- Поясніть сутність цього методу:
 1. Метод зведення обох частин рівняння до степенів з однаковими основами.
 2. Метод введення нової змінної.
 3. Функціонально-графічний метод.

«Показникові нерівності»

- Яку теорему використаємо для розв'язку показникової нерівності?

$$\begin{aligned} \text{Якщо } a > 1 \text{ і } a^{f(x)} > a^{g(x)}, \text{ то } f(x) > g(x) \\ \text{Якщо } 0 < a < 1, \text{ то } f(x) < g(x) \end{aligned}$$

- Поясніть, які методи можемо використовувати для розв'язку показникових нерівностей?

1. Метод зведення обох частин нерівності до степенів з однаковими основами.

2. Метод уведення нової змінної

3. Функціонально-графічний метод

«Логарифм і його властивості»

- Сформулюйте означення логарифма

Логарифмом додатного числа b з основою a , де $a > 0$ і $a \neq 1$, називають показник степеня до якого потрібно піднести число a , щоб отримати число b

- Сформулюйте теорему про логарифм добутку

(Логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників)

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, y > 0$$

- Сформулюйте теорему про логарифм частки

(Логарифм частки додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника)

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, y > 0$$

- Сформулюйте теорему про логарифм степеня

(Логарифм степеня додатного числа дорівнює добутку показника степеня на логарифм основи цього степеня)

$$\log_a x^\beta = \beta \log_a x$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

Якщо $a > 0$, $a \neq 1$ і $x > 0$, то $\forall \beta \in \mathbb{R}$

- Сформулюйте теорему про перехід від однієї основи логарифма до іншої

(Логарифм додатного числа b за старою основою a дорівнює логарифму цього самого числа b за новою основою c , поділеному на логарифм старої основи a за новою основою c)

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, b > 0, c > 0 \text{ і } a \neq 1, c \neq 1$$

«Логарифмічна функція»

- Сформулюйте означення логарифмічної функції

Функція виду $y = \log_a x \left| \begin{array}{l} a > 0 \\ a \neq 1 \end{array} \right.$ називається логарифмічною

(Де x – аргумент, a – додатне і відмінне від 1 дане дійсне число)

- Якщо $a > 0$ і $a \neq 1$, то при яких значеннях « x » вираз $y = \log_a x$ буде мати зміст?

При $a > 0$ і $a \neq 1$ вираз $y = \log_a x \left| \Rightarrow D(f) = (0; +\infty) \right.$ має зміст лише для додатних значень x

- Скільки нулів має логарифмічна функція?

$y = 0$ при $x = 1$ (Функція $y = \log_a x$ має єдиний нуль $x = 1$)

- Вкажіть проміжки знакосталості при $a > 1$

$$a > 1 \left| \begin{array}{l} y < 0 \text{ при } x \in (0; 1) \\ y > 0 \text{ при } x \in (1; +\infty) \end{array} \right.$$

(Якщо $a > 1$, то $y < 0$ на проміжку $(0; 1)$; $y > 0$ на проміжку $(1; +\infty)$)

- Вкажіть проміжки знакосталості при $0 < a < 1$

$$0 < a < 1 \quad \left| \begin{array}{l} y < 0 \text{ при } x \in (1; +\infty) \\ y > 0 \text{ при } x \in (0; 1) \end{array} \right.$$

(Якщо $0 < a < 1$, то $y < 0$ на проміжку $(1; +\infty)$; $y > 0$ на проміжку $(0; 1)$)

- Вкажіть проміжки монотонності при $a > 1$
 $a > 1$ зростає на $(0; +\infty)$ (Функція $y = \log_a x$ є зростаючою при $a > 1$ на проміжку $(0; +\infty)$)
- Вкажіть проміжки монотонності при $0 < a < 1$
 $0 < a < 1$ спадає на $(0; +\infty)$ (Функція $y = \log_a x$ є спадною при $0 < a < 1$ на проміжку $(0; +\infty)$)

«Логарифмічні рівняння»

- Як можемо розв'язати найпростіше логарифмічне рівняння?
 Найпростіші логарифмічні рівняння можна розв'язати використовуючи означення логарифма
- Як розв'язати рівняння виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$?
 $\log_a f(x) = \log_a g(x) \quad \left| \begin{array}{l} a > 0, a \neq 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$
- Які методи можемо використовувати для розв'язування логарифмічних рівнянь?
 - Рівняння, які зводяться до простіших за допомогою перетворень
 - Заміна змінних у логарифмічних рівняннях
 - Графічний спосіб
 - ...

«Логарифмічні нерівності»

- Як розв'язати найпростішу логарифмічну нерівність?
 $\log_a x > b, a > 1, b$ – число $\log_a x > b, 0 < a < 1, b$ – число

$$\log_a x > \log_a a^b \Rightarrow x > a^b$$

$$\log_a x > \log_a a^b \Rightarrow x < a^b$$

- Як розв'язати нерівність виду $\begin{cases} \log_a f(x) > \log_a g(x) \\ \log_a f(x) \geq \log_a g(x) \end{cases}$?

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Big|_{a > 1} \Rightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Big|_{0 < a < 1} \Rightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

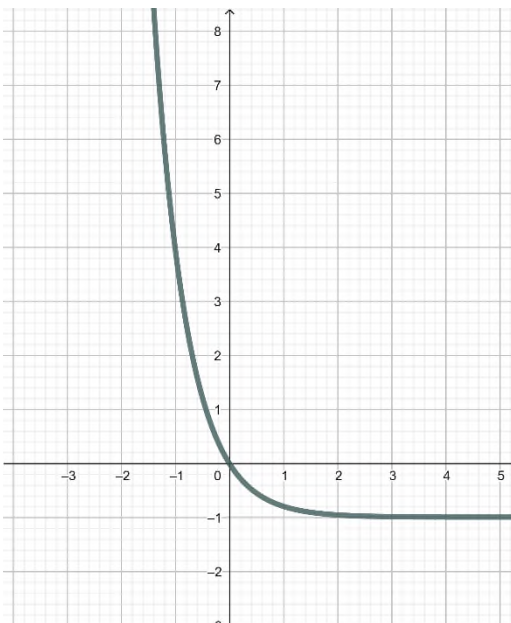
III. Розв'язування задач

№1

Побудуйте графік функції $f(x) = 0,2^x - 1$ та знайдіть:

- 1) Область визначення функції;
- 2) Проміжки зростання або спадання функції;
- 3) Область значень функції;

Розв'язок:



- 1) Область визначення функції:
 $D(f) = R$

- 2) Проміжки зростання або спадання функції: функція (f) спадає на всій області визначення (R);

- 3) Область значень функції:
 $E(f) = (-1; +\infty)$;

№2

Розв'яжіть рівняння і нерівність:

- 1) $3^x + 3^{x+1} = 108$

$$2) \log_2^2 x - 4 \log_2 x = -3$$

$$3) \log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) > -1$$

Розв'язок:

$$1) \mathbf{3^x + 3^{x+1} = 108}$$

$$3^x + 3^{x+1} = 3^4 + 3^3 \text{ (Так як } 108 = 3^4 + 3^3)$$

$$3^x(1 + 3^1) = 3^3(3^1 + 1)$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

Відповідь: 3;

$$2) \mathbf{\log_2^2 x - 4 \log_2 x = -3}$$

Нехай $\log_2 x = t$:

$$t^2 - 4t = -3$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \end{cases}$

$$\begin{array}{l} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ \log_2 x = t \end{array} \left| \Rightarrow \begin{array}{l} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = 1 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 8 \\ x_2 = 2 \end{array}$$

Відповідь: 2; 8

$$3) \mathbf{\log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) > -1}$$

$$\log_{\frac{1}{7}}(2x - 1) > \log_{\frac{1}{7}} 7$$

$$\begin{cases} 2x - 1 < 7 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x < 8 \\ 2x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Відповідь: $(\frac{1}{2}; 4)$

№3

Розв'яжіть рівняння:

1) $\log_2 x^2 = 9 + \log_{0,5} x$

2) $2 \log_2 x^4 + \log_x 2 + 9 = 0$

Розв'язок:

1) $\log_2 x^2 = 9 + \log_{0,5} x$

$$\log_2 x^2 = 9 + \log_{2^{-1}} x$$

$$2 \log_2 x = 9 - \log_2 x \quad \left(\begin{array}{l} \text{Використали теорему про} \\ \text{логарифм степеня} \end{array} \right)$$

$$2 \log_2 x + \log_2 x - 9 = 0$$

Нехай $\log_2 x = t$:

$$2t + t - 9 = 0$$

$$3t = 9$$

$$t = 3$$

$$\log_2 x = t \Big|_{t=3} \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 8$$

Відповідь: 8;

2) $2 \log_2 x^4 + \log_x 2 + 9 = 0$

$$8 \log_2 x + \frac{\log_2 2}{\log_2 x} + 9 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Використали теорему про} \\ \text{логарифм степеня та теорему} \\ \text{про перехід від однієї основи} \\ \text{логарифма до іншої} \end{array} \right)$$

$$8 \log_2^2 x + 1 + 9 \log_2 x = 0 \quad (\cdot \log_2 x)$$

$$8 \log_2^2 x + 9 \log_2 x + 1 = 0$$

Нехай $\log_2 x = t$:

$$8t^2 + 9t + 1 = 0$$

$$D = 81 - 32 = 49 = 7^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{16} = \begin{cases} t_1 = -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8} \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} t_1 = -\frac{1}{8} \\ t_2 = -1 \\ \log_2 x = t \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \log_2 x = -\frac{1}{8} \\ \log_2 x = -1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 2^{-\frac{1}{8}} \\ x = \frac{1}{2} \end{array}$$

Відповідь: $2^{-\frac{1}{8}}; \frac{1}{2}$

№4

Розв'яжіть нерівність:

$$1) \quad 0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,125$$

Розв'язок:

$$1) \quad 0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,125$$

$$0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,5^3$$

$$\frac{x^2-4}{x} \leq 3$$

$$\frac{x^2-4}{x} - 3 \leq 0$$

$$\frac{x^2-4-3x}{x} \leq 0$$

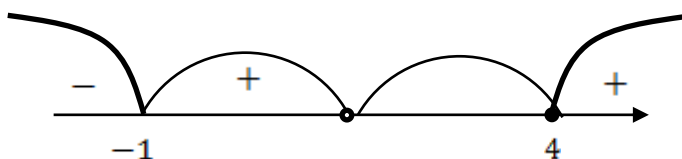
$$\frac{x^2-3x-4}{x} \leq 0$$

$$\frac{(x-4)(x+1)}{x} \leq 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Розклали квадратний тричлен} \\ \text{на лінійні множники} \\ ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2) \end{array} \right)$$

$$1. \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0$$

$$2. \quad \text{Нулі функції}$$

$$f(x): \frac{(x-4)(x+1)}{x} = 0$$



$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -1$$

Врахуємо знак нерівності « \leq » та ОДЗ, розв'язком буде проміжок $(-\infty; -1] \cup (0; 4]$

№5

Скільки цілих значень входять в область визначення функції?

$$1) \quad y = \log_{17}(-x^2 - 5x + 14)$$

$$2) \quad y = \log_{13}(-x^2 + 8x + 9)$$

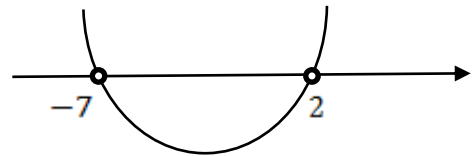
Розв'язок:

$$1) \quad y = \log_{17}(-x^2 - 5x + 14)$$

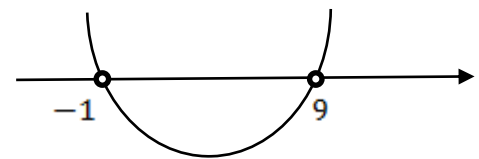
$$\text{ОДЗ: } -x^2 - 5x + 14 > 0$$

$$x^2 + 5x - 14 > 0$$

$$\text{За теоремою Вієта} \quad \begin{cases} x_1 = -7 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$



Відповідь: 8.



$$2) \quad y = \log_{13}(-x^2 + 8x + 9)$$

$$\text{ОДЗ: } -x^2 + 8x + 9 > 0$$

$$x^2 - 8x - 9 > 0$$

$$\text{За теоремою Вієта} \quad \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Відповідь: 9.

IV. Підсумок уроку

- Обговорити деталі матеріалу вивченої теми в класі, вияснити та узагальнити загальні проблеми класу, вислухати та дати відповідь на запитання учнів класу;

V. Домашнє завдання

Повторити §1 Виконати завдання «Перевірте себе» на ст. 45-46	Мерзляк А.Г.
Повторити §1-7 Виконати завдання для перевірки знань на ст.72	Істер О.С.
Повторити §1-5 Виконати завдання для підготовки до оцінювання на ст. 73	Нелін Є.П.
Повторити §1-4 Виконати тематичні тести на ст. 40	Бевз Г.П.

2.2.2. Контрольна робота №1 за темою «Показникова та логарифмічна функція»

Мета:

Навчальна мета:

- Перевірити рівень засвоєння учнями знань та вмінь з теми «Показникова та логарифмічна функція».
- Визначити прогалини в знаннях та вміннях учнів, щоб спланувати подальшу роботу.
- Надати можливість учням застосувати свої знання та вміння на практиці.

Розвиваюча мета:

- Розвивати логічне мислення, творчі здібності та математичну мову учнів.
- Формувати вміння самостійно працювати з навчальною літературою та інформаційними ресурсами.
- Формувати вміння застосовувати математичні знання в різних сферах діяльності.

Виховна мета:

- Виховувати інтерес до математики, наполегливість у досягненні мети, відповідальність за власні дії.
- Формувати вміння працювати в команді, критично мислити та аналізувати інформацію.
- Формувати ціннісне ставлення до знань, праці та творчості.

Приклади завдань, які можна використати для досягнення поставлених цілей:

- Для досягнення навчальної мети можна використовувати такі завдання:
 - Завдання на відтворення знань, наприклад, визначити область визначення показникової та логарифмічної функції.
 - Завдання на застосування знань, наприклад, побудувати графік показникової або логарифмічної функції.
 - Завдання на розв'язання рівнянь та нерівностей з показниковими та логарифмічними функціями.
- Для досягнення розвиваючої мети можна використовувати такі завдання:
 - Завдання, які потребують нестандартного підходу, наприклад, знайти всі значення аргументу, для яких значення функції дорівнює заданому числу.
 - Завдання, які вимагають застосування різних математичних методів, наприклад, розв'язати рівняння з показниковою або логарифмічною функцією, використовуючи заміну змінних.
 - Завдання, які потребують застосування математичних знань у реальному світі, наприклад, знайти швидкість зростання населення, якщо його кількість збільшується за показниковим законом.
- Для досягнення виховної мети можна використовувати такі завдання:
 - Завдання, які потребують співпраці з однокласниками, наприклад, розв'язати задачу на основі спільних знань та досвіду.

- Завдання, які потребують критичного мислення та аналізу інформації, наприклад, порівняти властивості показникових та логарифмічних функцій.
- Завдання, які потребують застосування математичних знань у реальному світі, наприклад, пояснити, чому показникові функції часто використовуються для моделювання зростання або спаду.

Звичайно, конкретний вибір завдань залежить від рівня підготовки учнів, наявності навчально-методичного забезпечення та інших факторів.

Тип уроку: контроль і корекція знань, умінь та навичок;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, картки із завданнями та розв'язками контрольної роботи, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

VI. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу (*пояснити учням вимоги до оформлення контрольної роботи, правила оформлення та розподіл часу на виконання*);

VII. Виконання контрольної роботи

Варіант 1

Початковий рівень

1. Дано функцію $f(x) = 0,4^x + 1$, побудуйте її графік та знайдіть:
 - 1) Область визначення функції (1 б)
 - 2) Проміжки зростання або спадання функції (1 б)
 - 3) Область значень функції (1 б)

Середній рівень

2. (3 б) Розв'яжіть рівняння і нерівність:
 - 1) $4^{x+3} + 4^x = 260$
 - 2) $\log_3^2 x - 2 \log_3 x = 3$
 - 3) $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 5) > -1$

Достатній рівень

3. (1,5 б) Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = 7 \sqrt{\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3}$$

4. (1,5 б) Розв'яжіть рівняння:

$$\log_5 x^2 - \log_x 5 = 1$$

Високий рівень

5. (3 б) Знайдіть найменший цілий додатний розв'язок нерівності:

$$\frac{(5\sqrt{5})^x - \frac{1}{5}}{x - 4} > 0$$

Варіант 2

Початковий рівень

1. Дано функцію $f(x) = \log_3(x + 2)$, побудуйте її графік та знайдіть:

- 1) Область визначення функції (1 б)
- 2) Проміжки зростання або спадання функції (1 б)
- 3) Область значень функції (1 б)

Середній рівень

2. (3 б) Розв'яжіть рівняння і нерівність:

- 1) $5^{x+2} - 5^x = 120$
- 2) $\log_4(x^2 - 9) - \log_4(2x - 9) = 2$
- 3) $7^{2-3x} < \frac{1}{49}$

Достатній рівень

3. (1,5 б) Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = 5 \sqrt{\log_3^2 x - \log_3 x - 2}$$

4. (1,5 б) Розв'яжіть рівняння:

$$\log_2 x^4 = \log_{0,25} x + \log_3 3\sqrt{3}$$

Високий рівень

5. (3 б) Знайдіть найбільший цілий додатний розв'язок нерівності:

$$\frac{(6\sqrt{6})^x - 36}{x - 5} < 0$$

VIII. Підсумок уроку

IX. Домашнє завдання

Повторити §1	Мерзляк А.Г.
Повторити §1-7	Істер О.С.
Повторити §1-5	Нелін Є.П.
Повторити §1-4	Бевз Г.П.

_____ 20__ р.
[дата]

2.2.3. Підсумковий урок за темою «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»

Мета:

- *Навчальна:* систематизувати та узагальнити знання учнів за темою «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати задачі, правильно їх розуміти та правильно використовувати отримані знання і навички під час розв'язування задач;
- *Виховна:* виховувати наполегливість, інтерес до вивчення точних наук;

Компетенції:

Компетенції до уроку «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» можна розділити на три групи:

- Навчальні, спрямовані на засвоєння знань та вмінь з даної теми.
- Розвиваючі, спрямовані на розвиток пізнавальних здібностей учнів.
- Виховні, спрямовані на формування ціннісних орієнтацій учнів.

Навчальні компетентності:

- Учень повинен знати:

- Основні поняття комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.
- Методи обчислення комбінаторних об'єктів.
- Основні правила теорії ймовірностей.
- Основні поняття математичної статистики.
- Учень повинен уміти:
 - Розв'язувати задачі на обчислення комбінаторних об'єктів.
 - Визначати ймовірність події.
 - Описувати статистичні дані.

Розвиваючі компетентності:

- Учень повинен розвивати:
 - Логічне мислення.
 - Аналітичний склад розуму.
 - Творчі здібності.
 - Уміння працювати з інформацією.

Виховні компетентності:

- Учень повинен виховувати:
 - Ціннісне ставлення до знань.
 - Відповідальність за власні дії.
 - Ініціативу та творчість.
 - Співпрацю з іншими людьми.

На конкретних уроках учитель може ставити перед собою більш конкретні цілі та розробляти відповідні завдання, які б сприяли формуванню умінь та навичок у учнів.

Тип уроку: закріплення знань та вмінь;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

X. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

XI. Актуалізація опорних знань

За кожную правильну відповідь учні отримують +1 бал за роботу на уроці

- Сформулюйте комбінаторне правило суми
- Сформулюйте комбінаторне правило суми
- Що ми називаємо факторіалом числа?
- Поясніть, що таке перестановки. Наведіть приклади перестановок

XII. Розв'язування задач

➤ *Провести аналіз самостійної роботи, виконати роботу над помилками*

№1

Обчисліть:

$$\frac{3! + 5! \cdot 0!}{4!}$$

Розв'язок:

$$\frac{3! + 5! \cdot 0!}{4!} = \frac{126}{24} = 5,25$$

Відповідь: 5,25

№2

У волейбольній команді 6 чоловік, на майданчику 6 позицій для їх розстановки. Скількома способами команда може розташуватися на майданчику?

Розв'язок:

$$6! = 720$$

Відповідь: 720

№3

Скільки тризначних чисел можна скласти з цифр **0,1,2,3** і **4**, якщо цифри в числі не повторюються?

Розв'язок:

Першою цифрою числа не може бути цифра нуль. Всього 5 цифр, тоді *першу* цифру можемо вибрати 4 способами, *другу* – теж 4 способами (так як нуль може бути другою цифрою числа), *третю* – 3 способами. Отже:

$$4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$$

Відповідь: 48

№4

Десять учнів отримали за контрольну роботу наступні оцінки: **4,10,8,3,4,4,8,10,4,7**. Знайдіть розмах, моду та медіану цієї вибірки.

Розв'язок:

$$R = 10 - 3 = 7$$

$$Mo = 4$$

$$\{3,4,4,4,4,7,8,8,10,10\}$$

$$Me = \frac{4+7}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

Відповідь: 7; 4; 5,5

№5

У класі з 17 чоловік треба вибрати двох представників на конференцію. Скільки існує варіантів вибору?

Розв'язок:

$$C_{17}^2 = \frac{17!}{2! \cdot 15!} = \frac{16 \cdot 17}{2} = 136$$

Відповідь: 136

№6

Кинуті 2 гральні кубики (на гранях яких написані числа 1,2,3,4,5 і 6). Яка ймовірність того, що хоча б на одному кубіку з'явиться 2 очка?

Розв'язок:

Загальна кількість подій:

Кидають 2 кубики, кожен кубик має 6 варіантів подій, отже за правилом добутку існує $6 \cdot 6 = 36$ подій.

Кількість сприятливих подій:

Якщо на одному кубіку випадає кількість очок – 2, то на іншому може випасти 1,3,4,5 або 6 очок (загалом 5 подій), так само і з іншим кубиком (теж 5 подій).

Також існує ще одна сприятлива подія – на обох кубиках випало по 2 очка. Отже, всього **11 сприятливих подій**.

$$P = \frac{11}{36}$$

Відповідь: $\frac{11}{36}$

ХІІІ. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями за незрозумілими темами

ХІV. Домашнє завдання

Повторити Підготуватися до контрольної роботи	§3	Мерзляк А.Г.
Повторити Підготуватися до контрольної роботи	§13-17	Істер О.С.
Повторити §8-10 Підготуватися до контрольної роботи		Нелін Є.П.
Повторити §9-15 Підготуватися до контрольної роботи		Бевз Г.П.

У додатку А наведено приклад презентації до уроку.

_____ 20__ р.
[дата]

2.2.4. Контрольна робота №3 за темою «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»

Мета:

Навчальна мета:

- Перевірити рівень засвоєння учнями знань та вмінь з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики».
- Визначити прогалини в знаннях та вміннях учнів, щоб спланувати подальшу роботу.

- Надати можливість учням застосувати свої знання та вміння на практиці.

Розвиваюча мета:

- Розвивати логічне мислення, творчі здібності та математичну мову учнів.
- Формувати вміння самостійно працювати з навчальною літературою та інформаційними ресурсами.
- Формувати вміння застосовувати математичні знання в різних сферах діяльності.

Виховна мета:

- Виховувати інтерес до математики, наполегливість у досягненні мети, відповідальність за власні дії.
- Формувати вміння працювати в команді, критично мислити та аналізувати інформацію.
- Формувати ціннісне ставлення до знань, праці та творчості.

Приклади завдань, які можна використати для досягнення поставлених цілей:

- Для досягнення навчальної мети можна використовувати такі завдання:
 - Завдання на відтворення знань, наприклад, назвати основні поняття комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики.
 - Завдання на застосування знань, наприклад, обчислити комбінаторний об'єкт.
 - Завдання на розв'язання задач на обчислення комбінаторних об'єктів.
- Для досягнення розвиваючої мети можна використовувати такі завдання:
 - Завдання, які потребують нестандартного підходу, наприклад, знайти всі комбінаторні об'єкти, які задовольняють певним умовам.

- Завдання, які вимагають застосування різних математичних методів, наприклад, обчислити комбінаторний об'єкт, використовуючи формулу біном Ньютона.
- Завдання, які потребують застосування математичних знань у реальному світі, наприклад, знайти ймовірність того, що при кидку монети випаде решка.
- Для досягнення виховної мети можна використовувати такі завдання:
 - Завдання, які потребують співпраці з однокласниками, наприклад, розв'язати задачу на основі спільних знань та досвіду.
 - Завдання, які потребують критичного мислення та аналізу інформації, наприклад, порівняти властивості різних комбінаторних об'єктів.
 - Завдання, які потребують застосування математичних знань у реальному світі, наприклад, пояснити, чому ймовірність того, що при кидку монети випаде решка, дорівнює 0,5.

Звичайно, конкретний вибір завдань залежить від рівня підготовки учнів, наявності навчально-методичного забезпечення та інших факторів.

Тип уроку: контроль і корекція знань, умінь та навичок;

Обладнання: конспект, презентація, картки із завданнями та розв'язками контрольної роботи, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

XV. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу (*пояснити учням вимоги до оформлення контрольної роботи, правила оформлення та розподіл часу на виконання*);

XVI. Виконання контрольної роботи

Варіант 1*Початковий рівень*

1. (1 б) Обчисліть:

$$\frac{3! + 4! \cdot 0}{5!}$$

2. (1 б) Скільки тризначних чисел можна скласти з цифр 2;4;8, якщо в отриманому числі цифри можуть повторюватися?
3. (1 б) Скількома способами можна розсадити 6 осіб навколо круглого столу?

Середній рівень

4. (1 б) Скільки чотиризначних чисел можна скласти з цифр **0,1,2,3,4,5** і **6**, якщо цифри в числі не повторюються?
5. (2 б) Десять учнів отримали за контрольну роботу наступні оцінки:
2,5,4,7,8,8,4,5,8,11. Знайдіть розмах, моду та медіану цієї вибірки.

Достатній рівень

6. (1 б) У туристичній групі з 10 чоловік треба вибрати двох чергових. Скільки існує варіантів вибору?
7. (2 б) Навмання називається число від 11 до 30. Яка ймовірність того, що це число кратне 4?

Високий рівень

8. (3 б) Кинуті 2 гральні кубики (на гранях яких написані числа 1,2,3,4,5 і 6). Яка ймовірність того, що хоча б на одному кубіку з'явиться 4 очка?

Варіант 2*Початковий рівень*

1. (1 б) Обчисліть:

$$\frac{2! - 5!}{3! \cdot 0!}$$

2. (1 б) Скільки тризначних чисел можна скласти з цифр 3;5;7, якщо в отриманому числі цифри можуть повторюватися?
3. (1 б) Скількома способами можна розсадити 7 осіб навколо круглого столу?

Середній рівень

4. (1 б) Скільки чотиризначних чисел можна скласти з цифр 0,1,2,3,4 і 5, якщо цифри в числі не повторюються?
5. (2 б) Десять учнів отримали за контрольну роботу наступні оцінки: 3,6,5,8,7,7,5,6,7,12. Знайдіть розмах, моду та медіану цієї вибірки.

Достатній рівень

6. (1 б) У туристичній групі з 15 чоловік треба вибрати двох чергових. Скільки існує варіантів вибору?
7. (2 б) Навмання називається число від 11 до 40. Яка ймовірність того, що це число не 14?

Високий рівень

8. (3 б) Кинуті 2 гральні кубики (на гранях яких написані числа 1,2,3,4,5 і 6). Яка ймовірність того, що хоча б на одному кубіку з'явиться парна кількість очок?

XVII. Підсумок уроку

XVIII. Домашнє завдання

Повторити § 3

Мерзляк

	А.Г.
Повторити § 13-17	Істер О.С.
Повторити § 8-10	Нелін Є.П.
Повторити § 9-15	Бевз Г.П.

2.3. Дослідно-експериментальна перевірка результатів дослідження

Педагогічний експеримент з перевірки отриманих у запропонованому дослідженні результатів проводився в період з 2022 року по 2023 рік і був розбитий на три етапу: констатуючий; пошуковий; навчальний і контролюючий.

Експериментальна база. Педагогічний експеримент проводився в 11 класі Комунальної установи Сумська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів №4 імені Героя України Олександра Аніщенка Сумської міської ради, що знаходиться за адресою: м.Суми, вул. Петропавлівська, 79.

Мета: Визначити вплив експерименту, проведеного з учнями експериментальної групи, на рівень знань учнів контрольної та експериментальної груп.

Методи:

- Ті ж методики, що і в констатуючому експерименті, коли збиралася інформація про методи і засоби систематизації і узагальнення знань, яку традиційно проводять вчителі математики в старшій школі.

Діагностична робота

Варіант 1

Завдання 1. Яка область визначення функції $f(x) = \sqrt{1-x^2}$?

А	Б	В	Г
R	$(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$	$(-\infty; 1]$	$[-1; 1]$

Завдання 2. Яка з наведених функцій є парною?			
А	Б	В	Г
$y = x^2 - 1$	$y = x - 1$	$y = \sqrt{x} - 1$	$y = \frac{2}{x}$

Завдання 3. Спростіть вираз $\frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$.

А	Б	В	Г
$x^{\frac{5}{2}}$	$x^{\frac{5}{4}}$	$x^{\frac{1}{4}}$	x

Завдання 4. Скільки площин можна провести через три точки?

А	Б	В	Г
Одну	Безліч	Одну або безліч	Одну або жодної

Завдання 5. Відстань від точки M до сторін квадрата дорівнює 13 см. Знайдіть відстань від точки M до площини квадрата, якщо його сторона дорівнює 10 см.

А	Б	В	Г
8 см	4 см	12 см	3 см

Завдання 6. Обчисліть значення виразу $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125} - \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[3]{2}}$.

А	Б	В	Г
2	3	4	5

Розв'яжіть завдання 7 та впишіть відповідь

Завдання 7. Обчисліть значення виразу $\left(\frac{8^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{4}{3}}}{27^{\frac{1}{9}} \cdot 4^4} \right)^{-1}$.

Відповідь: _____

Розв'яжіть завдання 8 з повним обґрунтуванням

Завдання 8. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2 - 3x + 5} = -x^2 + 3x + 7$.

Варіант 2

Завдання 1. Яка область визначення функції $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$?

А	Б	В	Г
R	$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$	$(-\infty; 2]$	$[-2; 2]$

Завдання 2. Яка з наведених функцій є парною?

А	Б	В	Г
$y = 3 - x^2 + x^4$	$y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 + 1}$	$y = \frac{x^2 + 1}{x + 4}$	$y = \sqrt{2x - 9}$

Завдання 3. Спростіть вираз $\frac{y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{1}{2}}}$.

А	Б	В	Г
y^2	y	$y^{\frac{1}{2}}$	$y^{\frac{1}{2}}$

Завдання 4. Скільки площин можна провести через дві паралельні прямі?

А	Б	В	Г
Одну	Безліч	Одну або безліч	Одну або жодної

Завдання 5. Відстань від точки M до сторін квадрата дорівнює 5 см. Знайдіть відстань від точки M до площини квадрата, якщо його діагональ дорівнює 6 см.

А	Б	В	Г
8 см	4 см	12 см	3 см

Завдання 6. Обчисліть значення виразу $\sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[4]{81} - \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$.

А	Б	В	Г
2	3	4	5

Розв'яжіть завдання 7 та впишіть відповідь

Завдання 7. Обчисліть значення виразу $\left(\frac{16^{\frac{2}{3}} \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{3}}} \right)^{-1}$.

Відповідь: _____

Розв'яжіть завдання 8 з повним обґрунтуванням

Завдання 8. Розв'яжіть рівняння $(x+1)(x-4) = \sqrt{x^2 - 3x + 7} + 9$.

Відповідно до цього необхідно було з'ясувати, чи підвищився рівень знань учнів протягом навчального року.

Для цього тим самим учням, які писали стартову діагностичну роботу (її зміст наведено вище), була запропоновано відповідна контрольна робота. Для підвищення об'єктивності результатів задачі, які увійшли в контрольну роботу, були іншими у порівнянні з діагностичною роботою.

Наведемо текст цієї контрольної роботи, яку назвемо «Підсумкова контрольна робота».

Підсумкова контрольна робота

Варіант 1

1. Яка з функцій показникова?

А)	Б)	В)	Г)
$y = x^2$	$y = 2^x$	$y = (-2)^x$	$y = 0^x$

2. Обчислити значення виразу $\lg 1 + \lg 10$.

А)	Б)	В)	Г)
11	1	10	$\frac{1}{10}$

3. Розв'яжіть нерівність: $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{3}$

А)	Б)	В)	Г)
$(-\infty; 1]$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	$(1; +\infty)$

4. Порівняйте значення виразів: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-5}$ і $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$

А)	Б)	В)	Г)
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-4} = 0$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$

5. Знайдіть загальний вигляд первісних для функцій $f(x) = \sin x - \cos x$

А)	Б)	В)	Г)
$F(x) = -\cos x - \sin x + c$	$F(x) = \sin x + \cos x + c$	$F(x) = \cos x - \sin x + c$	$F(x) = \sin x - \cos x + c$

6. Розв'яжіть рівняння та запишіть його корень у відповідь, якщо коренів декілька, то у відповідь запишіть їх суму: $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$.

7. Чотири учні отримали такі оцінки: 8, 11, 7, x. Знайдіть x, якщо середнє значення цієї вибірки дорівнює 8,5.

8. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2 + 2$, $y = x + 4$.

Варіант 2

1. Яка з поданих функцій показникова ?

А)	Б)	В)	Г)
$y = x^3$	$y = (-3)^x$	$y = 3^x$	$y = 0^x$

2. Розв'язати рівняння $\log_2 x = 3$.

А)	Б)	В)	Г)
2	1	8	9

3. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{5}$.

А)	Б)	В)	Г)
$(-\infty; 1]$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	$(1; +\infty)$

4. Порівняйте значення виразів: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-5}$ і $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$

А)	Б)	В)	Г)
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-4} = 0$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$

5. Знайдіть невизначений інтеграл $\int x^4 dx$

А)	Б)	В)	Г)
$\frac{x^5}{5}$	$\frac{x^5}{5} + c$	$4x^3$	$4x^3 + c$

6. Розв'язати рівняння $\log_{12} x + \log_{12}(x + 1) = 1$.

7. Чотири учні отримали такі оцінки: 8, 11, 7, x. Знайдіть x, якщо середнє значення цієї вибірки дорівнює 8,5.

8. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2 - 3$, $y = x - 1$.

Результати:

За даними таблиці, у контрольній групі:

- учнів з високим рівнем – 1 особа;
- учнів із середнім рівнем – 5 осіб;
- учнів із низьким рівнем – 9 осіб.

У експериментальній групі:

- учнів з високим рівнем – 2 особи;
- учнів із середнім рівнем – 8 осіб;
- учнів із низьким рівнем – 5 осіб.

Висновок:

Експеримент показав, що у експериментальній групі, де використовувалися нові методи і засоби систематизації і узагальнення знань, кількість учнів з високим і середнім рівнем знань зросла, а кількість учнів з низьким рівнем знань зменшилася.

Таблиця 2.1.

Дані експериментального вивчення рівня систематизації та узагальнення

Контрольна група		Експериментальна група	
Учень, №	Бали (правильні відповіді)	Учень, №	Бали (правильні відповіді)
1	3	1	7
2	4	2	10
3	4	3	8
4	4	4	5
5	5	5	10
6	3	6	6
7	4	7	10
8	4	8	6
9	5	9	5
10	3	10	7

11	3	11	8
12	4	12	9
13	4	13	10
14	6	14	10
15	6	15	5

На рисунку 2.1 представлені результати тестування 15 учнів контрольної та експериментальної груп.

У контрольній групі 6,7% учнів мають високий рівень результатів, 33,3%, а 60%

У експериментальній групі 13,3% мають високий рівень результатів, 53,3% - мають середній рівень результатів, а 33,4% - мають низький рівень результатів.

Таким чином, можна зробити висновок, що учні експериментальної групи частіше відповіли "ні", ніж учні контрольної групи.

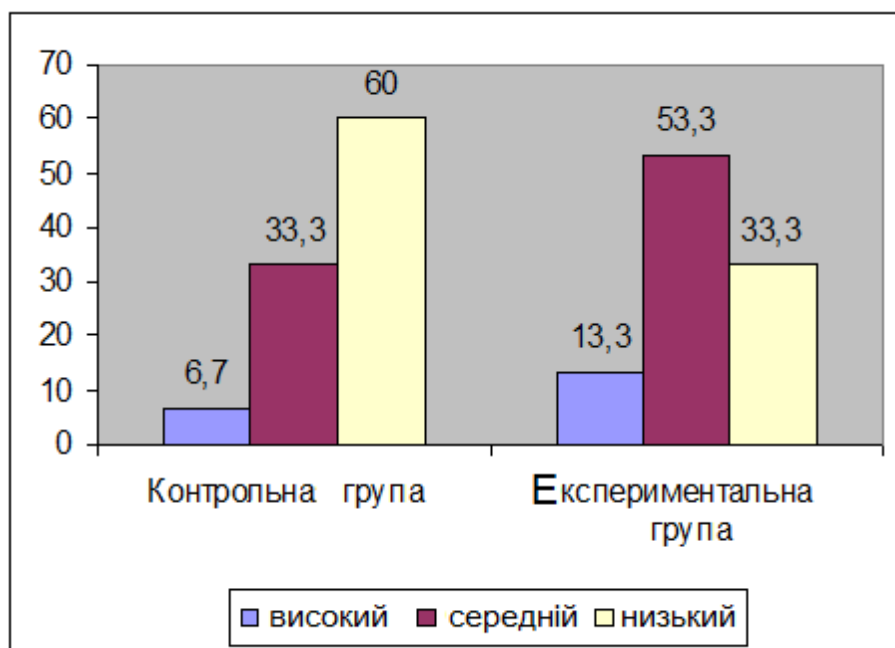


Рис. 2.1. Рівень систематизації та узагальнення отриманих знань на стадії контрольного експерименту

Підсумовуючи результати опитування, можна зробити висновок, що рівень знань учнів 11 класів з систематизації та узагальнення математичних

знань підвищився в порівнянні з констатуючим експериментом.

Однак, у експериментальній групі, де використовувалися ефективні методи, розглянуті вище, рівень знань був набагато вищим, ніж у контрольній групі.

Таблиця 2.2.

Дані експериментального вивчення рівня систематизації та узагальнення у контрольному експерименті

Контрольна група		Експериментальна група	
Учень, №	Бали (правильні відповіді)	Учень, №	Бали (правильні відповіді)
1	6	1	8
2	3	2	5
3	6	3	4
4	3	4	9
5	2	5	5
6	3	6	5
7	3	7	6
8	2	8	9
9	2	9	9
10	3	10	9
11	5	11	6
12	6	12	10
13	3	13	7
14	4	14	10
15	6	15	4

За даними таблиці, у контрольній групі 1 особа мала високий рівень знань, 6 осіб - середній рівень і 8 осіб - низький рівень. У експериментальній групі 3 особи мали високий рівень знань, 8 осіб - середній рівень і 4 особи - низький рівень.

Результати тестування 15 учнів контрольної та експериментальної груп представлені на рисунку 1.

У контрольній групі:

- 6,7% учнів мають високий рівень знань;
- 40% учнів мають середній рівень знань;
- 53,3% учнів мають низький рівень знань.

У експериментальній групі:

- 20% учнів мають високий рівень знань;
- 53,3% учнів мають середній рівень знань;
- 26,7% учнів мають низький рівень знань.

Учні експериментальної групи, де використовувалися нові методи навчання, показали кращі результати, ніж учні контрольної групи. Так, у експериментальній групі частка учнів з високим і середнім рівнем знань склала 73,3%, а у контрольній групі - лише 40%. Це свідчить про те, що нові методи навчання ефективніші для підвищення рівня знань учнів.

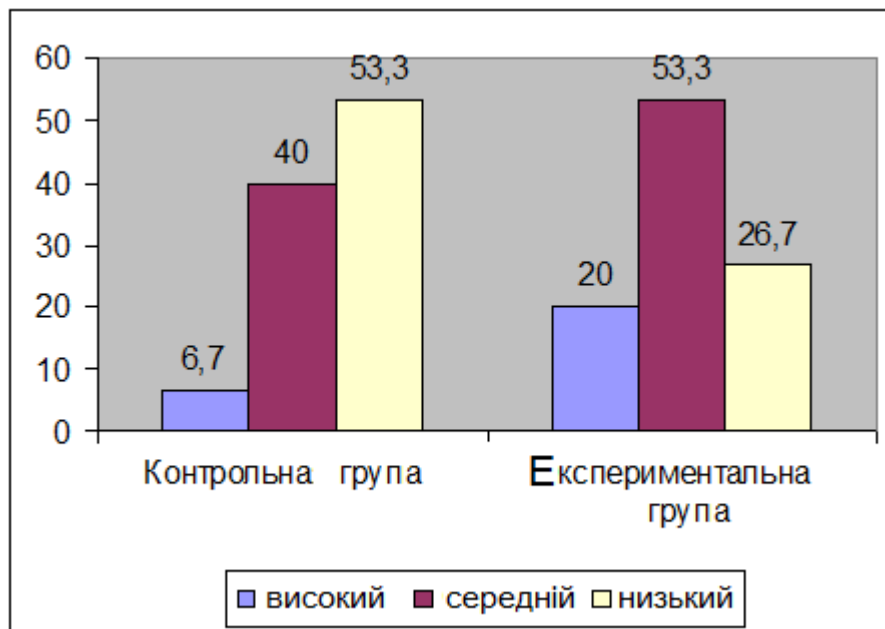


Рис. 2.2. Рівень знань учнів на стадії контрольного експерименту

З даних видно, що у контрольній групі 6,7% учнів мали високий рівень знань, 40% - середній рівень і 53,3% - низький рівень. У експериментальній групі 20% учнів мали високий рівень знань, 53,3% - середній рівень і 26,7% - низький рівень.

Оскільки розміри вибірки невеликі, ми вирішили виконати U-тест Манна-Уїтні, щоб визначити, чи є статистично значуща різниця між результатами тесту контрольної та експериментальної груп.

Ми можемо сформулювати гіпотези, засновані на уявленні про послідовну і систематичну відмінність між двома методами впливу, що порівнюються (традиційним і експериментальним).

1. Нульова гіпотеза (H_0): Відсутність істотної різниці між двома умовами. Це означає, що немає тенденції до того, щоб ранги в одній умові були систематично вищими (або нижчими), ніж ранги в іншій умові.

2. Альтернативна гіпотеза (H_1): Наявність істотної різниці між двома умовами. Це означає, що бали в одній умові систематично вищі (або нижчі), ніж бали в іншій умові.

Після тестування ранжували оцінки та виписували окремі ранги для зразка А (контроль) та зразка Б (експериментальний).

Таблиця 3

Ранги учнів у контрольній і експериментальній групах

Результати у контрольній групі	Результати у експериментальній групі	Ранги (контрольна група)	Ранги (експериментальна група)
6	8	19,5	24
3	5	6,5	14,5
6	4	19,5	11
3	9	6,5	26,5
2	5	2	14,5
3	5	6,5	14,5
3	6	6,5	19,5
2	9	2	26,5
2	9	2	26,5
3	9	6,5	26,5
5	6	14,5	19,5
6	10	19,5	29,5

3	7	6,5	23
4	10	11	29,5
		$\Sigma R_A = 148,5$	$\Sigma R_B = 316,5$
		$U_A = 196,5$	$U_B = 28,5$

Потім було розраховано значення U для зразка А:

$$U_A = n_A \cdot n_B + \frac{n_A(n_A+1)}{2} - \Sigma R_A. \quad (1)$$

Для В:

$$U_B = n_A \cdot n_B + \frac{n_B(n_B+1)}{2} - \Sigma R_B. \quad (2)$$

Отримали $U_A = 196,5$

$U_B = 28,5$ (Таблиця 3).

Критерій Манна-Уїтні U дорівнює 28,5.

Критичне значення U -критерію Манна-Уїтні для заданої кількості учнів становить 72, $28,5 < 72$, тому відмінності в рівні ознаки в порівнюваних групах є статистично достовірними ($p < 0,05$). Ми можемо відхилити H_0 , оскільки дані надають достатні докази для висновку про наявність значної різниці між двома зразками. Гіпотеза H_0 відхилена на рівні значущості 0,05 (або 5%). Це свідчить про те, що показники в контрольній групі систематично нижчі, ніж в експериментальній.

Підсумки контрольного експерименту показали, що рівень знань учнів зріс у обох групах у порівнянні з констатуючим експериментом. Однак, у експериментальній групі, де використовувалася розроблена методика, рівень знань був набагато вищим, ніж у контрольній групі.

Це свідчить про те, що нова методика, яка включає в себе такі елементи, як проблемно-орієнтоване навчання, відображення понять,

методика кількох представлень, програми реального світу, спільне навчання, методика відкриття, технології та інтерактивні інструменти, формувальне оцінювання, вправи на критичне мислення, індивідуальне навчання, рефлексивні журнали, є ефективною для підвищення рівня знань учнів.

Також проведені нами дослідження свідчать, що, якщо систематично використовувати такі форми систематизації і узагальнення під час уроків алгебри і початків аналізу, як математичний диктант, контрольні роботи, то:

- розширюються та систематизуються уявлення школярів з предмету;
- формуються навички самосистематизації та узагальнення знань.

Підводячи підсумки, варто зазначити, що порівняно об'єм вибірки, її репрезентативність, проведення експерименту з учнями різних класів, різної профільної спрямованості, а також використання методів статистичної обробки даних дозволяють зробити висновок про те, що розроблена методика сприяє розвитку навичок самосистематизації та узагальнення знань з алгебри і початків аналізу.

2.4. Висновки до розділу

На основі викладеного вище можна зробити наступні висновки:

Завдяки розробленій методиці, у якій застосовуються проблемно-орієнтоване навчання, відображення понять, методика кількох представлень, програми реального світу, спільне навчання, методика відкриття, технології та інтерактивні інструменти, формувальне оцінювання, вправи на критичне мислення, індивідуальне навчання, рефлексивні журнали досягнуто позитивні результати.

Результати проведеного педагогічного експерименту підтвердили висунуту гіпотезу дослідження та показали, що розроблена методика сприяє розвитку навичок самосистематизації та узагальнення знань з алгебри і початків аналізу.

Висновки

У магістерській роботі наведено теоретичне узагальнення і результати вирішення проблеми особливостей повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі.

1. Проведений аналіз методологічної, психолого-педагогічної, навчально-методичної, математичної літератури з досліджуваної проблеми, дозволив розробити методику повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі

2. З'ясовано важливу роль методів систематизації: усна форма, форму письмово-графічних робіт та форма практичних робіт

3. Розглянуто різні підходи до застосування узагальнення та систематизації знань у процесі навчання математики.


4. Виділено основні методи розвитку навичок систематизації та узагальнення знань: проблемно-орієнтоване навчання, відображення понять, методика кількох представлень, програми реального світу, спільне навчання, методика відкриття, технології та інтерактивні інструменти, формувальне оцінювання, вправи на критичне мислення, індивідуальне навчання, рефлексивні журнали. Також проведені нами дослідження свідчать, що, якщо систематично використовувати такі форми систематизації і узагальнення під час уроків алгебри і початків аналізу, як математичний диктант, контрольні роботи.

5. Проведений педагогічний експеримент показав, що розроблені теоретичні положення і методичні рекомендації сприяють досягненню багатьох найважливіших цілей навчання.


Таким чином, означений підхід збагачує навчальний процес в цілому і сприяє досягненню цілей навчання математики. Подальші дослідження є перспективними щодо пошуку нових методів генералізації математичних знань.

2.5. Додаток А


Зразок презентації до уроку узагальнення та систематизації знань



11 Урок 35



**Підсумковий урок за темою
«Елементи комбінаторики, теорії
ймовірностей і математичної
статистики»**

25.10.2023 

Відповідаємо

Сформулюйте комбінаторне правило суми

Сформулюйте комбінаторне правило суми

Що ми називаємо факторіалом числа?

Поясніть, що таке перестановки. Наведіть приклади перестановок

За якою формулою можна обчислити кількість перестановок із n елементів?

Відповідаємо

Поясніть, чим відрізняються розміщення від комбінацій?

За якою формулою можна обчислити кількість розміщень із n елементів по k елементів?

За якою формулою можна обчислити кількість комбінацій із n елементів по k елементів?

Що таке відносна частота події?

Поясніть зміст класичного означення ймовірності.

Відповідаємо

Що ми називаємо варіаційним рядом?

Що ми називаємо об'ємом вибірки?

Що ми називаємо середнім значенням вибірки?

Що ми називаємо медіаною вибірки?

Що ми називаємо модою вибірки?


Поясніть, що називають розмахом вибірки?

Розв'язуємо гуртом

 1


$$06 \quad \frac{3! + 5! \cdot 0!}{4!}$$

Розв'язуємо гуртом

 2


У волейбольній команді 6 чоловік, на майданчику 6 позицій для їх розстановки. Скількома способами команда може розташуватися на майданчику?

Розв'язуємо гуртом

 3



Скільки тризначних чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3 і 4, якщо цифри в числі не повторюються?

Розв'язуємо гуртом

 4



Десять учнів отримали за контрольну роботу наступні оцінки: 4, 10, 8, 3, 4, 4, 8, 10, 4, 7. Знайдіть розмах, моду та медіану цієї вибірки.

Розв'язуємо гуртом

 5



У класі з 17 чоловік треба вибрати трьох представників на конференцію. Скільки існує варіантів вибору?

Розв'язуємо гуртом

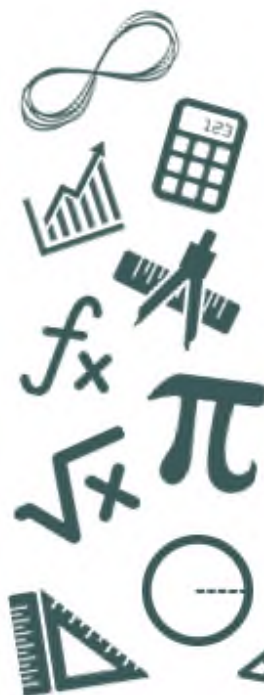
 6



Кинуті 2 гральні кубики (на гранях яких написані числа 1,2,3,4,5 і 6). Яка ймовірність того, що хоча б на одному кубіку з'явиться 2 очка?



Домашнє завдання



Повторити §3

Підготуватися до контрольної роботи

Мерзляк А.Г.

Повторити §13-17

Підготуватися до контрольної роботи

Істер О.С.

Повторити §8-10

Підготуватися до контрольної роботи

Нелін Є.П.

Повторити §9-15

Підготуватися до контрольної роботи

Бевз Г.П.

25.10.2023

www.matnova.com.ua

Бажаю творчих успіхів!

Літэратура

1. Bay-Williams, J. M. (2001). What is Algebra in elementary school? *Teaching children mathematics*, 8(4), 196-200.
2. Chabongora, B. N. (2011). *Investigating Opportunities to Learn Grade Ten Algebra: Case Studies of Three Catholic Secondary Schools (Doctorat dissertation)*. University of South Africa.
3. Cheung, C. Y. (2003). *A comparative study of problems in algebra chapters in Hong Kong secondary two mathematics textbooks (Doctorat dissertation)*. Retrieved from <http://mathschan.tripod.com/project.pdf>. Chinese University of Hong Kong.
4. Clotfelter, C. T., Ladd, H. F., & Vigdor, J. L. (2012). *Algebra for 8th graders: Evidence on its effects from 10 North Carolina districts*. Retrieved from NBER Working Paper No. 18161). Cambridge, MA:
5. DoBE, D. o. B. E. (2011). *Curriculum and Assessment Policy Statement (CAPS)*: Departement of Basic Education Pretoria.
6. Haggarty, L., & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, 28(4), 567-590.
7. Hodgen, J., Küchemann, D., & Brown, M. (2010). Textbooks for the teaching of algebra in lower secondary school: are they informed by research? *Pedagogies: An International Journal*, 5(3), 187-201.
8. Jakobsson-Åhl, T. (2006). *Algebra in upper secondary mathematics a study of a selection of textbooks used in the years 1960-2000 (Doctoral dissertation)*. Luleå tekniska universitet, Sweden.
9. Kenneman, M. (2014). *Progression of algebraic discourse in school years 2 to 8*. Doctoral dissertation, Umeå universitet.

10. Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational Studies in Mathematics*, 56(2-3), 255-286.
11. Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification—the case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.
12. Sönnerhed, W. W. (2011). Mathematics textbooks for teaching: An analysis of content knowledge and pedagogical content knowledge concerning algebra in mathematics textbooks in Swedish upper secondary education. Gothenburg: University of Gothenburg.
13. Sood, S., & Jitendra, A. K. (2007). A comparative analysis of number sense instruction in reform-based and traditional mathematics textbooks. *The Journal of Special Education*, 41(3), 145-157.
14. Star, J. R., Caronongan, P., Foegen, A. M., Furgeson, J., Keating, B., Larson, M. R., Zbiek, R. M. (2015). Teaching strategies for improving algebra knowledge in middle and high school students (NCEE 2014-4333). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE), Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
15. Taylor-Cox, J. (2003). Algebra in the Early Years. *Young Children*, 58(1), 14-21.
16. Usiskin, Z. (1995). Why is algebra important to learn. *American Educator*, 19(1), 30-37.
17. Авраменко М. І. Уроки алгебри і початків аналізу в 10 і 11 класах: пос. для вчителя. К.: Рад. школа, 1989. 320 с.
18. Антоненко М. І. Розв'язування геометричних задач: Кн. для вчителя. К.: Рад. школа, 1991. 128 с.
19. Апостолова Г.В. Геометрія. 7 клас. К.:«Генеза», 2004. 216 с.
20. Астряб О.А., Дубинчук О.С. Методика стереометрії. К.: Рад. школа, 1985. 580 с.

21. Бевз В. Г., Бевз Г. П. Алгебра у VII класі: Методичний посібник для вчителів. К.: Укр. Центр духовної культури, 2000. 128 с.
22. Бевз Г. П. Методика викладання математики. Київ, 1989.
23. Бевз Г. П. Методика розв'язування алгебраїчних задач. К.: Рад. шк., 1975. 240 с.
24. Бевз Г. П. Методика розв'язування алгебраїчних задач. К.: Рад. школа, 1975. 240 с.
25. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач. К.: Рад. школа, 1988. 190 с.
26. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач. Київ: Рад. школа, 1988. 190 с.
27. Бевз Г.П. «Уроки геометрії в 7 класі». Посібник для вчителів. К., «Вежа», 2008. 128 с.
28. Бевз Г.П. Математика: Посібник для факультативних занять у 7 класі К.: Рад. школа, 1982. 232 с.
29. Бевз Г.П. Методи навчання математики. Х.: Основа, 2003. 96 с.
30. Бевз Г.П. Урок математики в школі К.: Рад. школа, 1977. 158 с.
31. Бескін Л. Н., Бескін В. Л. Многогранники. К.: Вища школа, 1984. 88 с.
32. Бондаренко М.Ф. Математика для вступників до вузів: Навчальний посібник. Харків: Компанія СМІТ, 2002. 1120 с.
33. Бородін О. І. Історія розвитку поняття про число і системи числення. К.: Рад. школа, 1963. 87 с.
34. Вдовенко В. В. Використання дивергентних задач на уроках математики як необхідна умова розвитку творчої особистості учня. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. № 1. 2013. С. 69-73.
35. Возняк Г. М., Маланюк Е. П. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики: Розв'язування екстремальних задач: Метод. посіб. К.: Рад. школа, 1984. 80 с.

36. Возняк Г. М., Маланюк М. П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: Пос. для вчителя. К.: Рад. школа, 1989. 128 с.
37. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Розв'язування алгебраїчних задач: Посібник для вчителів. К.: Рад. школа, 1991. 203 с.
38. Грицаєнко М. П. Математичні диктанти для 6–8 класів. – К.: Рад. школа, 1983. 143 с.
39. Дубинчук О. С., Мальований Ю. І., Дичек Н. П. Методика викладання алгебри в 7–9 класах: Пос. для вчителя. К.: Рад. школа, 1991. 254 с.
40. Дубинчук О. С., Слєпкань З. І. Алгебра і елементарні функції. – К.: Рад. школа, 1968. 580 с.
41. Дубинчук О. С., Слєпкань З. І., Філіппова С. М. Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ. К.: Вища школа, 1992. 271 с.
42. Єгерев В. К. Збірник задач з математики для вступників до вузів. К.: Вища школа, 1992. 445с.
43. Єршова А. П. Геометрія. 7 клас: підручник Х.: Ранок, 2015. 224 с.
44. Жовнір Я. М. Позиційні задачі в стереометрії: Посібник для вчителя. К.: Освіта, 1991. 96 с.
45. Значимість принципів Я. А. Коменського для творчого вивчення математики: Науково-методична розробка для вчителів та учнів. Полтава, 1992. 72с.
46. Капіносов А. М. Алгебра, 10 клас: Дидактичні матеріали для різнорівневого навчання. Тернопіль, 1994. 63 с.
47. Капіносов А. М. Алгебра, 8 клас: Дидактичні матеріали для різнорівневого навчання. К.: Витоки, 1991. 104 с.
48. Капіносов А. М. Алгебра. Геометрія. 10 клас: Заключне повторення: Тести. Тернопіль, 1994. 58 с.
49. Капіносов А. М. Геометрія, 9 клас: Заключне повторення: Тести. Дніпропетровськ, 1994. 92 с.

50. Касьяненко М. Д. Підвищення ефективності вивчення математики: Організація творчої діяльності учнів: Навч.-метод. посібник. К.: Рад. школа, 1980. 142 с.
51. Коба В. І., Чуб О. Т., Нікулін М. А. Бесіди про рівняння. К.: Рад.школа, 1986. 88 с.
52. Коваленко В. Г. Лекційно-практична форма навчання математики учнів 9–10 класів. К.: Рад. школа, 1983. 72 с.
53. Коваленко В. Г., Тесленко І. Ф. Проблемний підхід до навчання математики. К.: Рад. школа, 1985. 87 с.
54. Конфорович А. Г. Визначні математичні задачі. К.: Рад. школа, 1981. 189 с.
55. Конфорович А. Г. Колумби математики. К.: Рад. школа, 1982. 223 с.
56. Конфорович А. Г. Математика служить людині: Для ст. шк. віку. К.: Рад. школа, 1984. 580 с.
57. Конфорович А. Г. Математичні софізми і парадокси. К.: Рад.школа, 1983. 207 с.
58. Конфорович А.Г. Добрий день, Архімеде!: Цікаві задачі, ігри, головоломки. К.: Молодь, 1988. 150 с.
59. Конфорович А.Г. У пошуках інтеграла: Для учнів середніх шкіл. К.: Рад. школа, 1990. 250 с.
60. Конфорович А.Г., Сорока М.О. Дорогами Унікурсалії: Мат.мандрівники: Для серед. шк. віку. К.: Веселка, 1988. 310 с.
61. Кравчук В.Р., Алгебра. Підручник для загальноосвітніх навч. закл. 7 клас. Тернопіль, Підручники і посібники, 2014. 224 с.
62. Крайзман М. Л. Розв'язування геометричних задач методом векторів: Навч.-метод. пос. К.: Рад. школа, 1980. 96 с.
63. Крайзман М. Л. Розв'язування геометричних задач методом координат: Посібник для вчителя. К.: Рад. школа, 1983. 127 с.
64. Кудусова Е. Н. Особливості розвитку варіативності мислення учнів гуманітарних і технічних спеціальностей у процесі професійної

- підготовки : автореф. дис. ... канд. психол. наук : 19.00.07 /
Е.Н.Кудусова; НАПН України, Ін-т психології ім. Г.С. Костюка. Київ,
2014. 20 с.
65. Кушнір І. А. Методи розв'язання задач з геометрії: Кн. для вчителя. К.:
Абрис, 1994. 464 с.
 66. Кушнір І. А. Трикутник і тетраедр у задачах. К.: Рад. школа, 1991. 206 с.
 67. Ланков О. В. До історії розвитку передових ідей в російській методиці
математики. К.: Рад. школа, 1953. 176 с.
 68. Лоповок Л. М. Збірник задач з геометрії для 9–10 кл.: Дидактичні
матеріали для вчителів. К.: Рад. школа, 1984. 120 с.
 69. Лоповок Л. М. Розв'язування геометричних задач у середній школі К.:
Рад. школа, 1972. 262 с.
 70. Лященко М. Я. Похідна та її застосування: Пос. для самоосвіти вчителів.
К.: Рад. школа, 1985. 153 с.
 71. Маланюк М. П., Лукавецький В. І. Олімпіади юних математиків: Пос.
для вчителів. К.: Рад. школа, 1985. 88 с.
 72. Малярова О. Роль та місце дивергентних математичних задач у розвитку
варіативного мислення учнів. Глухівські цитання-2021. Актуальні
питання суспільних та гуманітарних наук: Збірник матеріалів XI
міжнародної науково-практичної інтернет-конференції. Глухів, 2021. С.
58-59
 73. Марченко В. О., Москаленко О. А., Москаленко Ю. Д. Роль математики
у формуванні в учнів системності знань з циклу природничих наук.
*Організація навч.-вих. процесу в серед. загальноосв. закладах нов. типу:
досягнення, проблеми, перспективи: матеріали Всеукр. наук.-практ.
конф. Полтава, 1996. С. 310–313.*
 74. *Математика в школі: Метод. зб.* К.: Рад. школа, 1958–1967. Вип. I–IX.
 75. *Математика в школі: Наук.-методичний журнал МОН України та АПН
України, 1997–2006.*

76. Математика нова: Розробки уроків з математики, алгебри, геометрії, календарне планування з математики, алгебри, геометрії, підручники, навчальні програми. URL : <https://www.matnova.com.ua>
77. Математична хрестоматія: Для 6–8 кл. К.: Рад. школа, 1968. 319с.
78. Математична хрестоматія: Для ст. кл.: Геометрія. К.: Рад.школа, 1970. 383 с.
79. Медяник А.Г. Учителеві про шкільний курс геометрії. Книга для вчителя. К.: Рад. шк., 1988. 124 с.
80. Мерзляк А.Г. Алгебра. 7 клас. Книга для вчителя. Х.: Гімназія, 2015. 96 с.
81. Мерзляк А.Г. Алгебра. 7 клас. Підручник. Х.: Гімназія, 2015. 288 с.
82. Мехед Д. Використання дивергентних задач для оцінювання навчальних досягнень учнів з математики. *Математика в школі*. 2008. № 33. С. 16-20.
83. Момот Л. Л. Проблемно-пошукові методи навчання в школі. К.: Рад. школа, 1984. 63 с.
84. Москаленко О. А., Москаленко Ю. Д. Роль і місце індивідуальних задач у системі професійної підготовки вчителя математики. *Нові пед. технології викладання фіз.-мат. дисциплін у серед. навч. закладах нового типу: Матеріали Всеукр. наук.-практ. конф.* Полтава, 2001. С. 150–153.
85. Москаленко О.А. До питання розвитку в учнів творчого стилю мислення. *Імідж сучасного педагога*. № 3(6), 2000. С. 24–28.
86. Москаленко О.А. Інноваційні освітні моделі в системі фаховоорієнтованих дисциплін педуніверситету. *Особистісно орієнтоване навчання математики: Матер. Всеукр. конф.* Полтава: ПДПУ, 2003. С. 25–28.
87. Москаленко О.А. Сучасні підходи до методичної підготовки вчителя математики. *Нові пед. технології викладання фіз.-мат. дисциплін у серед. навч. закладах нового типу: Матеріали Всеукр. наук.-практ. конф.* Полтава, 2001. С. 149–150.

88. Моторіна В. Г. Технології навчання математики в сучасній школі. Х., 2001. 262 с.
89. Моторіна В. Г. Технологія підготовки вчителя математики до уроку: Навч. пос. для студ. Х.: ХДПУ, 1998. 154 с.
90. Навчальні програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів України. 5 – 9 класи. К.: Освіта, 2017. 56 с.
91. Нагорний С. Методичні особливості повторення, узагальнення і систематизації навчального матеріалу з алгебри і початків аналізу в 11 класі. Матеріали Х-ї Міжнародної науково-практичної конференції “Актуальні проблеми сучасної науки” Дрогобич: Редакційно-видавничий відділ ДДПУ імені Івана Франка, 2023. С. 184-185
92. Підласий І. П. Як підготувати ефективний урок: Кн. для вчит. К.: Рад. школа, 1989. 204 с.
93. Полонський В.Б., Рабинович Є.М., Якір М. С. Вчимося розв’язувати задачі з геометрії: Навч.-метод. пос. К.: Магістр, 1998. 256 с.
94. Придатко М.О. Виготовлення стереометричних моделей: Метод. посібник. К.: Рад. школа, 1986. 64 с.
95. Раухман А. С., Сень Я. Г. Усні вправи з геометрії для 7–11 кл.: Посібник для вчителя. К.: Рад. школа, 1989. 160 с.
96. Семиченко В.А., Кудусова Е.Н. Варіативність мислення як об’єкт психологічного аналізу. *Проблеми сучасної педагогічної освіти*. Вип. 38.Ч. 1.Ялта, 2013.
97. Слепкань З. І. Методика навчання математики. Київ: Вища школа, 2006.
98. Слепкань З.І. Методика навчання математики» Підручник для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. К.: Зодіак - Еко, 2000. 512 с.
99. Тадеєв В.О. Геометрія. 7 клас. Поглиблений курс. Підручник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2007. 352 с.
100. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. Черкаси: Відлуння-Плюс, 2004. 400 с.

101. Тарасенкова Н.А. Математика. На допомогу вчителю. Київ: Освіта, 2013. 56 с.
102. Ушаков Р.П. Повторювальний курс математики: Навчальний посібник. К.: Техніка, 2003. 416 с.
103. Хабіб Р.А. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. К.: Рад. школа, 1986. 153 с.
104. Хмара Т.М. Навчання учнів математичної мови. К.: Рад. школа, 1985. 95 с.
105. Чашечніков С. М., Чашечнікова Л. Г., Чертков Й. Я. Вивчення алгебри в 6–8 класах. К.: Рад. школа, 1981. 206 с.
106. Черкасов Р. С., Столяр А. А. Методика викладання математики. Харків: Основа, 1992.
107. Четверухін М. Ф. Рисунки просторових фігур у курсі геометрії: Посібник для вчителів. К.: Рад. школа, 1953. 188 с.
108. Шунда Н. М. Функції та їх графіки: Пос. для учителів. К.: Рад. школа, 1983. 190 с.
109. Шунда Н.М. та ін. Вступний курс математики: Навчальний посібник. К.: Вища школа, 1990. 152 с.