

8. Babadzhanyan, P. B., Kramer, E. N. (1965). Instantaneous Meteor Photography-Preliminary Results. *Soviet Astronomy*, 9, 506. [in English].
9. Zhilyaev, B. E., Vidmachenko, A. P., Steklov, A. F., Pokhvala, S. M., Verlyuk, I. A. (2020). The physics of space intrusions. *Astronomical School's Report*, 16(1), 8–15. [in English].
10. Bushuiev, F. I., Kaliuzhnyi, M. P., Kulichenko, M. O., Shulha, O. V., Malynovskyi, Ye. V., Savchuk, S. H., Yankiv-Vitkovska, L. M., Hrudynin, B. O. (2021). Stanovlennia ta rozvytok Ukrainiskoi merezhi radiosposterezhen meteoriv [Formation and development of the Ukrainian guardian of meteors]. *Kosmichna nauka i tekhnolohiia – Space science and technology*, 3, 85–92. [in Ukrainian].

Отримано редакцією 21.05.2022 р.

УДК 378.011.3-051:51

DOI: 10.31376/2410-0897-2022-2-49-41-49

## ЗАСОБИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

**Кугай Наталія Василівна**

доктор педагогічних наук, доцент кафедри фізико-математичної освіти та інформатики  
Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка

e-mail: nkuhai@gmail.com

ORCID ID: 0000-0002-9193-1956

**Сліпущко Ольга Олексіївна**

викладач спеціальних дисциплін відділення економіки та інформаційних технологій  
ВСП «Глухівський агротехнічний фаховий коледж СНАУ»

e-mail: slipushko2002@gmail.com

У статті проаналізовано найважливіші м'які навички 21 століття, зокрема критичне мислення. Розглянуто засоби розвитку критичного мислення здобувачів освіти під час вивчення математики як у закладах загальної середньої освіти, так і в педагогічних закладах вищої освіти: задачі, в розв'язанні яких зроблена помилка і її треба знайти; задачі, в яких треба зробити «хорошу» помилку або її передбачити; система запитань. Наведено конкретні приклади. З'ясовано, що використання вказаних засобів покращує ставлення здобувачів освіти до вивчення математики.

**Ключові слова:** soft skills, критичне мислення, математика, засоби, здобувачі освіти, ставлення.

**Постановка проблеми.** Бурхливий розвиток технологій, всеохоплююча діджиталізація й автоматизація всіх сфер суспільства змушують керівників бізнесу, освітян і просто прогресивних представників суспільства переглянути перелік навичок, необхідних сьгоднішнім здобувачам освіти для успішного життя завтра. У зв'язку з цим з'явилося поняття «навички XXI століття». Це перелік тих навичок, які необхідні здобувачам освіти для успішної роботи й щасливого життя в нинішньому світі. Наразі єдності щодо переліку вказаних навичок нема. Так, у роботі [1] наведено сім навичок виживання для здобувачів освіти XXI століття: критичне мислення та розв'язування проблем; співробітництво у мережах і лідерство шляхом переконання; гнучкість та адаптивність; ініціативність та підприємництво; ефективне усне та письмове спілкування; оцінка та аналіз інформації; цікавість та уява.

У Рамці навчальних навичок XXI століття «P21 Framework for Learning of the 21<sup>st</sup> Century» [2; 3] серед знань і навичок, якими мають володіти здобувачі освіти для успішної кар'єри, життя й громадянства, наведено такі групи: навички навчання та інновацій (креативність та інновації, критичне мислення та вирішення проблем, комунікація, співпраця); інформаційні, медіа та технологічні навички (інформаційна й медіа грамотність, ІКТ (інформаційна, комунікаційна та технологічна) грамотність); навички життя і кар'єри (гнучкість та адаптивність, ініціатива та самокерованість, соціальні та міжкультурні навички, продуктивність та підзвітність, лідерство та відповідальність). Варто зазначити, що у названій Рамці акцентовано на значній ролі знань з основних предметів.

У звіті Всесвітнього економічного форуму, який відбувся у жовтні 2020 року, представлено 10 найкращих ключових навичок, які будуть затребувані у 2025 році [4]: аналітичне мислення та інноваційність; активне навчання та стратегії навчання; комплексне вирішення проблем; критичне мислення та аналіз; креативність, оригінальність та ініціативність; лідерство та соціальний вплив;

використання технологій, їх моніторинг та контроль; технологія проєктування та програмування; стійкість, стресостійкість і гнучкість; аргументованість, вирішення проблем та генеруванні ідей.

З аналізу наведених переліків навичок слідує, що, незважаючи на розбіжності в різних підходах, окремі навички наявні в кожному переліку, серед них – критичне мислення й вирішення проблем або критичне мислення й аналіз. Доцільно зауважити, що саме критичне мислення й аналіз, вирішення складних проблем і навички самоуправління – це найважливіші навички майбутнього [4].

Як правило, навички XXI століття об'єднують у дві групи: *hard skills* і *soft skills*. Уміння цих груп не мають суперечити одне одному, а навпаки, доповнювати одне одного для успішного розв'язання задач і вирішення проблем.

*Soft skills* – це персональні вміння, які допомагають справлятися з життєвими і робочими справами. Це не те, чого легко можна навчитися на тренінгу. Ці навички формуються в дитинстві і розвиваються в особистості все життя. Вони корисні в будь-яких сферах. Як мінімум, знаходити спільну мову з колегами потрібно всім, незалежно від спеціальності. А це вже один із проявів гнучких навичок.

*Hard skills* – вузькі професійні навички, необхідні для конкретних виконання завдань у повсякденній роботі. Це ті навички, які легко можна побачити і продемонструвати. Наприклад, якщо говорити в контексті вивчення математики, це вміння розв'язувати математичні задачі, доводити теореми, володіти математичним мовленням, знати та правильно застосовувати математичні формули тощо.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблематиці *soft skills* присвячена низка робіт як вітчизняних, так і закордонних авторів. Зокрема, історичний аспект становлення *soft skills* висвітлено у роботі [5]; формування й розвиток *soft skills* у здобувачів освіти під час вивчення математики розглянуто у роботах [6; 7]; на важливості наявності *soft skills* в освітан наголошено в статті [8]. Автори роботи [7] вважають, що математика й теорія ймовірностей належать до *soft skills*. У роботі [6] акцент зроблено на ролі позакласної роботи з математики у формуванні *soft skills*. Однак питання про формування й розвиток саме критичного мислення у здобувачів освіти під час занять з математики розв'язано не повною мірою.

**Мета статті** – показати можливість цілеспрямованого формування й розвитку критичного мислення здобувачів освіти під час вивчення математики, продемонструвати засоби реалізації цього процесу.

**Виклад основного матеріалу.** Як зауважено вище, критичне мислення та розв'язання проблем (або критичне мислення й аналіз) очолюють перелік *soft skills*. Критичне мислення – це і є той тип мислення, що забезпечує самостійні та відповідальні дії, а також характеризується самовдосконаленням. Одним з найважливіших завдань сучасної освіти є навчання здобувачів освіти критично мислити. Про це йдеться в багатьох нормативних документах, зокрема в Концепції нової української школи [9], Державному стандарті базової загальної середньої освіти [10] тощо.

Відомі вітчизняні й зарубіжні науковці [11; 12; 13 тощо] наголошують на універсальності, оригінальності й актуальності критичного мислення. Так, М. Скрайвен і Р. Пол [11] надали розширене означення критичного мислення, розглядаючи його як інтелектуально дисциплінований процес активного і вмілого осмислення, застосування, аналізу, синтезу та/ або оцінки інформації, зібраної або згенерованої за допомогою спостереження, досвіду, роздумів, міркувань або спілкування як керівництва до переконань і дій. З точки зору педагогів, критичне мислення – це комплекс мисленнєвих операцій, зокрема аналіз, порівняння, синтез, оцінка інформації з різних джерел; бачення проблеми, вміння ставити запитання; висування гіпотези та оцінювання альтернативи; здатність робити свідомий вибір, приймати рішення та обґрунтовувати його [13].

Одним з найважливіших і найвагоміших засобів формування й розвитку різноманітних умінь, навичок, компетентностей здобувачів освіти є математичні задачі. Не є винятком і критичне мислення. Це задачі, як правило, на доведення, дослідження або побудову. Але можуть бути й задачі на обчислення. Завдання має такий вигляд: пропонується задача та її розв'язання з помилками. Здобувач освіти має вибрати перший крок, в якому допущена помилка. Пояснити, чому це помилка, і розв'язати правильно. Такого типу завдання доцільно пропонувати на різних рівнях освіти. Зрозуміло, що чим молодшими є здобувачі освіти, тим простішими мають бути завдання. Такого типу завдання бажано пропонувати на кожному занятті. Доцільно в розв'язанні робити типові для здобувачів освіти помилки, зокрема в доведеннях – замість прямої теореми використати обернене

твердження; у процесі розв'язування нерівностей – розв'язувати рівняння замість нерівності, не враховувати зміну знаку під час ділення (множення) на від'ємне число, під час потенціювання або логарифмування за основою меншою одиниці тощо. Наведемо приклади.

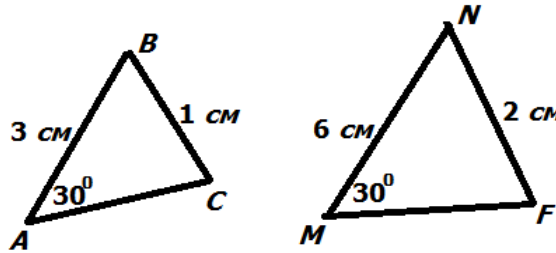
**Приклад 1.** (7 клас, Формули скороченого множення). Обчисліть  $2022^2 - 2021^2$ .

*Розв'язання.*  $2022^2 - 2021^2 = (2022 - 2021)^2 = 1^2 = 1$ .

*Відповідь:* 1.

(Правильне розв'язання:  $2022^2 - 2021^2 = (2022 - 2021)(2022 + 2021) = 1 \cdot 4043 = 4043$ .)

**Приклад 2.** (8 клас, Подібність трикутників). Чи будуть подібними трикутники, зображені на рисунку?



*Розв'язання.* Так, подібні, за двома пропорційними сторонами ( $\frac{6}{3} = \frac{2}{1} = 2$ ) і рівним кутом  $30^\circ$ .

*Відповідь:* Трикутники подібні.

(Правильне розв'язання: За наведеними на рисунку даними встановити подібність трикутників не можна. Рівний кут має бути між пропорційними сторонами трикутника.)

**Приклад 3.** (9 клас, Розв'язування квадратних нерівностей). Розв'яжіть нерівність  $x^2 + 2x + 2 > 0$ .

*Розв'язання.* Розв'яжемо відповідне квадратне рівняння  $x^2 + 2x + 2 = 0$ .

$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$ . Оскільки  $D < 0$ , то нерівність розв'язків не має.

*Відповідь:*  $x \in \emptyset$ .

(Правильне розв'язання: Розв'яжемо відповідне квадратне рівняння  $x^2 + 2x + 2 = 0$ .

$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$ . Оскільки  $D < 0$ ,  $a = 1 > 0$ , то  $x \in R$ .)

**Приклад 4.** (1 курс, Правила Лопіталю). Обчисліть границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + \sin x}{3x}$ .

*Розв'язання.*  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + \sin x}{3x} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x + \sin x)'}{(3x)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + \cos x}{3}$ . Така границя не існує, бо

не існує  $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos x$ .

*Відповідь.* Границі не існує.

(Правильне розв'язання: Насправді тут є кілька помилок. Але перша з них: не існує  $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x + \sin x)$ , а тому і застосувати друге правило Лопіталю не можна. Друга помилка: застосування оберненого твердження замість прямої теореми: якщо не існує границя відношення похідних функцій, то не існує і границя відношення цих функцій (за виконання решти умов теореми). Дійсно, досить легко показати, що  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + \sin x}{3x} = \frac{5}{3}$ . Так,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + \sin x}{3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x}{3x} + \frac{\sin x}{3x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5}{3} + \frac{1}{3x} \sin x \right) = \frac{5}{3} + 0 = \frac{5}{3}.$$

**Приклад 5.** (1 курс, Невласні інтеграли). Обчисліть інтеграл  $\int_{-2}^2 \frac{1}{x} dx$ .

*Розв'язання.*  $\int_{-2}^2 \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_{-2}^2 = \ln|2| - \ln|-2| = \ln 2 - \ln 2 = 0$ .

*Відповідь:* 0.

(Правильне розв'язання: Інтеграл є невласним, оскільки підінтегральна функція  $y = \frac{1}{x}$  є необмеженою в точці  $x = 0$ . Тому скористатися формулою Ньютона-Лейбніца, як це зроблено у наведеному розв'язанні, загалом кажучи, не можна. Дослідимо цей інтеграл на збіжність. Для цього представимо інтеграл у вигляді суми двох інтегралів:  $\int_{-2}^2 \frac{1}{x} dx = \int_{-2}^0 \frac{1}{x} dx + \int_0^2 \frac{1}{x} dx$ . Дослідимо на

збіжність перший інтеграл-доданок.  $\int_{-2}^0 \frac{1}{x} dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-2}^{0+\varepsilon} \frac{1}{x} dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \ln|x| \Big|_{-2}^{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\ln \varepsilon - \ln 2) = \infty$ .

Отже, цей інтеграл розбіжний, а тому й заданий інтеграл розбіжний і його обчислити не можна, він не має числового значення.)

Розгляд завдань, у розв'язуванні яких треба знайти помилку, сприяє тому, що здобувачі освіти позбавляються страху щось зробити або сказати неправильно, вони сміливо висувають гіпотези, які потім підтверджують чи спростовують. Тому, крім розглянутих вище завдань, доцільно пропонувати й такі: для здобувачів загальної середньої освіти – «Зробіть помилку в розв'язанні» (після того, як учень правильно розв'язав завдання); для здобувачів вищої педагогічної освіти – «Яку помилку могли б зробити ваші учні в розв'язуванні завдання? Як цю помилку можна було б попередити?». У процесі розв'язування таких завдань доцільно розглянути помилки двох видів: обчислювальні й логічні (концептуальні). І пропонувати здобувачам дати відповідь на запитання: Яка неправильна відповідь є «правильнішою»? Розглянемо приклади.

**Приклад 6.** (10 клас, Ірраціональні рівняння). Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{5x+1} = 1-x$ . Яку помилку ви могли б зробити у процесі розв'язування?

*Розв'язування.* Піднесемо обидві частини рівняння до квадрату, розв'яжемо відповідне квадратне рівняння і зробимо перевірку (або знайдемо область допустимих значень невідомої):  $5x+1 = (1-x)^2$ ;  $5x+1 = 1-2x+x^2$ ;  $x^2-7x=0$ ;  $x=0 \vee x=7$ . Після перевірки встановлюємо, що тільки  $x=0$  є розв'язком рівняння.

*Відповідь:*  $x=0$ .

На запитання «Яку помилку ви могли б зробити у процесі розв'язування цього рівняння?» отримали такі відповіді:

1. Неправильно піднесли до квадрата двочлен  $(1-x)^2 = 1-x^2$ ;  $(1-x)^2 = 1+2x+x^2$ .
2. Не зробили перевірку і не знайшли область допустимих значень. Відповідно, зробили неправильний висновок, що рівняння має два корені  $x=0 \vee x=7$ .
3. Зробили помилку під час перенесення членів рівняння з однієї частини в іншу. Як наслідок, могли отримати рівняння  $x^2+7x=0$  тощо.

**Приклад 7.** (ЗВО, Елементарна математика). Під час вивчення навчальної дисципліни «Елементарна математика» (розділ «Стереометрія») доцільно запропонувати здобувачам освіти задачу «У прямокутному паралелепіпеді  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  через сторону  $AD$  нижньої основи й середину ребра  $B_1 C_1$  проведено площину  $\gamma$ . Висота паралелепіпеда дорівнює 18. Грань  $CC_1 D_1 D$  є квадратом. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $\alpha$ . Побудуйте переріз паралелепіпеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  площиною  $\gamma$ . Укажіть вид перерізу та обґрунтуйте свій висновок. Визначте площу перерізу» (ЗНО, 2020 р.) і сформулювати завдання: Розв'яжіть задачу. Які помилки (обчислювальні, концептуальні) могли б зробити ваші учні в розв'язуванні цієї задачі?

*Розв'язування.* Наведемо приклади відповідей, які ми отримали від студентів.

1) Неправильно побудували переріз і неправильно вказали вид перерізу (концептуальна помилка, рис. 1б)).

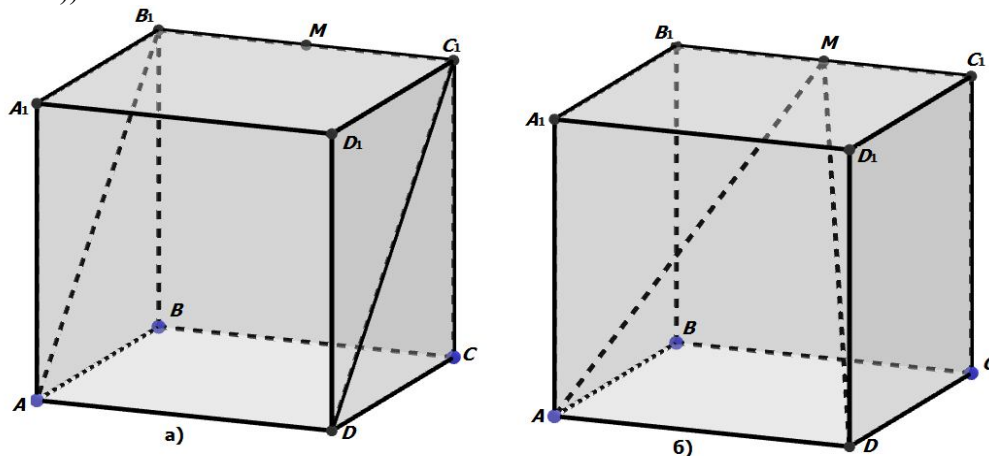


Рис. 1. Переріз паралелепіпеда площиною (а) – правильно; б) – неправильно)  
 (рисунок зроблено за допомогою GeoGebra)

2) Неправильно визначили кут  $\alpha$  (концептуальна помилка, рис. 2б)).

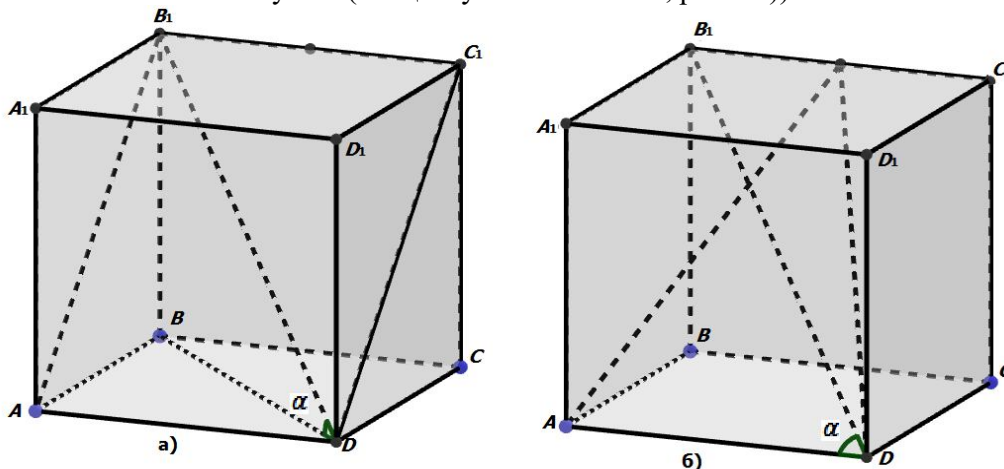


Рис. 2. Кут між діагоналю паралелепіпеда і площиною його основи  
 (а) – правильно; б) – неправильно)  
 (рисунок зроблено за допомогою GeoGebra)

3) Неправильно обґрунтували вид перерізу (концептуальна помилка).

4) Неправильно обчислили діагональ паралелепіпеда (концептуальна помилка).

Оскільки не були названі студентами обчислювальні помилки, то було запропоновано обчислити площу перерізу, якщо  $\alpha = 30^\circ$ .

5) Неправильно назвали значення тригонометричних функцій кута  $\alpha = 30^\circ$ .

(Правильна відповідь: Переріз паралелепіпеда  $AB_1C_1D_1$  площиною  $\gamma$  зображено на рис. 1а).

Перерізом є прямокутник  $AB_1C_1D$ . Його площа  $S = \frac{324\sqrt{2} \cos 2\alpha}{\sin \alpha}$ ).

Ще один ефективний засіб формування й подальшого розвитку критичного мислення здобувачів освіти – це система запитань після вивчення нової теми, яка сприяє розвитку критичного мислення шляхом усвідомлення здобувачами істотних ознак поняття, їх сутності, необхідних і достатніх умов існування певного математичного об'єкта.

**Приклад 8.** (8 клас, Чотирикутники). Після вивчення розділу про чотирикутники доцільно перед проведенням контрольної (чи самостійної) роботи провести бесіду за такими запитаннями:

1. Чи існує чотирикутник, кути якого дорівнюють  $100^\circ, 80^\circ, 135^\circ, 55^\circ$ ?
2. Чи буде чотирикутник  $ABCD$ , у якого  $\angle A = \angle C$ , паралелограмом?
3. Чи існує прямокутник, який не є паралелограмом?

4. Чи правда, що будь-який квадрат є ромбом?
5. Чи буде паралелограм  $ABCD$ , у якого діагональ  $AC$  ділить  $\angle A$  навпіл, ромбом?
6. Чи може одна з діагоналей ромба дорівнювати його стороні?
7. Чи правильно, що Чотирикутник – це фігура, що складається із чотирьох відрізків та частини площини, яку вони обмежують?

**Приклад 9.** (1 курс, Функція однієї змінної). Після означення відповідності між двома множинами і означення функції доцільно звернути увагу здобувачів освіти на суттєві і несуттєві ознаки цих понять. З'ясувати ці ознаки можна під час бесіди, задаючи такі запитання:

1. Що таке відповідність між множинами  $A$  та  $B$ ? Навести приклад.
2. Коли за даною відповідністю елемент  $b \in B$  відповідає (не відповідає) елементові  $a \in A$ ?
3. Що називають образом елемента  $a \in A$  для заданої відповідності між множинами  $A$  та  $B$ ?
4. Чи важливо, якими є множини  $A$  та  $B$  для задання відповідності між цими множинами?
5. Чи важливо, яким способом задана відповідність між множинами  $A$  та  $B$ ?
6. Яка відповідність між множинами  $A$  та  $B$  є функцією, а яка не є? Навести приклади.
7. Як у шкільному курсі математики вводиться поняття відповідності?

Після цього (наприклад, за допомогою інтерактивної технології «Мікрофон») доцільно заповнити таблицю 1, розмістивши запропоновані ознаки у відповідні колонки «Суттєві» та «Несуттєві».

Таблиця 1

**Ознаки понять «відповідність» та «функція»**

	Суттєві	Несуттєві
Відповідність	Наявність двох непорожніх множин $A$ та $B$ .	Природа елементів множин $A$ та $B$ .
	Наявність множини пар $(a; b)$ , $a \in A$ , $b \in B$ .	Кількість пар $(a; b)$ заданої відповідності.
	Образом кожного елемента $a \in A$ є деяка підмножина $B_a$ усіх таких елементів $b \in B$ , кожен з яких відповідає $a \in A$ за даною відповідністю.	Образ $B_a$ кожного елемента $a \in A$ є одноелементною множиною. Для деяких елементів $a \in A$ $B_a = \emptyset$ .
Функція	Наявність двох непорожніх множин $A$ та $B$ .	Природа елементів множин $A$ та $B$ .
	Наявність відповідності між елементами множин $A$ та $B$ .	Спосіб задання відповідності.
	Однозначність відповідності між елементами множин $A$ та $B$ .	Різним елементам множини $A$ відповідають різні образи з множини $B$ .
	Для числової функції множини $A$ та $B$ – числові.	Для числової функції область визначення і множина значень можуть бути не задані явно.

**Приклад 10.** (1 курс, Неперервність функції однієї змінної). У кінці лекції (або на початку відповідного практичного заняття) для розкриття сутності нових понять і тверджень доцільно обговорити зі студентами відповіді на такі запитання:

1. Чи може бути так, що функція у даній точці не є ані неперервною, а ні розривною?
2. Чи може бути неперервною сума двох розривних функцій?
3. Чи обов'язково є розривною складена функція, якщо такими є зовнішня і внутрішня функції?
4. В означенні неперервності функції в точці мовою « $\varepsilon - \delta$ » від чого залежить  $\delta$ ?
5. Чи всяка неперервна на інтервалі функція є обмеженою на цьому інтервалі?
6. Чи може розривна на відрізку функція бути обмеженою на цьому відрізку?
7. Якщо функція обмежена на відрізку, то чи буде вона неперервною на цьому відрізку?
8. Чи можна поширити теорему Вейерштрасса про найбільше і найменше значення неперервної функції на відрізку на інтервал; півінтервал?

9. Чи обов'язково функція має нулі на відрізку  $[a; b]$ , якщо на кінцях цього відрізка вона приймає значення різних знаків?

10. Якщо функція має нулі на відрізку  $[a; b]$ , то чи можна стверджувати, що функція є неперервною на цьому відрізку?

11. Нехай функція визначена на відрізку  $[a; b]$  і  $f(a) = m, f(b) = M, m < A < M$ . Чи обов'язково  $\exists c \in [a; b]: f(c) = A$ ?

Паралельно з використанням описаних засобів формування й розвитку критичного мислення нами досліджувалося ставлення здобувачів освіти до навчальної дисципліни «Математичний аналіз» (1 курс). Для визначення ставлення студентів до навчання їм роздавалися бланки з інструкцією і десяти твердженнями. Студент повинен був висловити своє ставлення до предмета в балах. Якщо він погоджується з твердженням, то ставить 2 бали, якщо він не впевнений – 1 бал, якщо не погоджується – це твердження не про нього – 0 балів. На заповнення анкети відводилося 15 хвилин. Після її заповнення підраховувався бал і в залежності від загального балу визначався тип ставлення до предмета: 0–5 балів – дуже негативне (Д), 6–9 балів – негативне (Н), 10–12 балів – байдуже (Б), 13–17 балів – позитивне (П), 18–20 балів – активне (А). Анкетування проводилося двічі під час вивчення дисципліни: на початку (після 2–3 занять) та наприкінці. Результати анкетування були представлені у вигляді діаграми (рис. 3). Тут по вертикалі позначено кількість студентів (у відсотках), які вибрали певний тип ставлення до предмета.

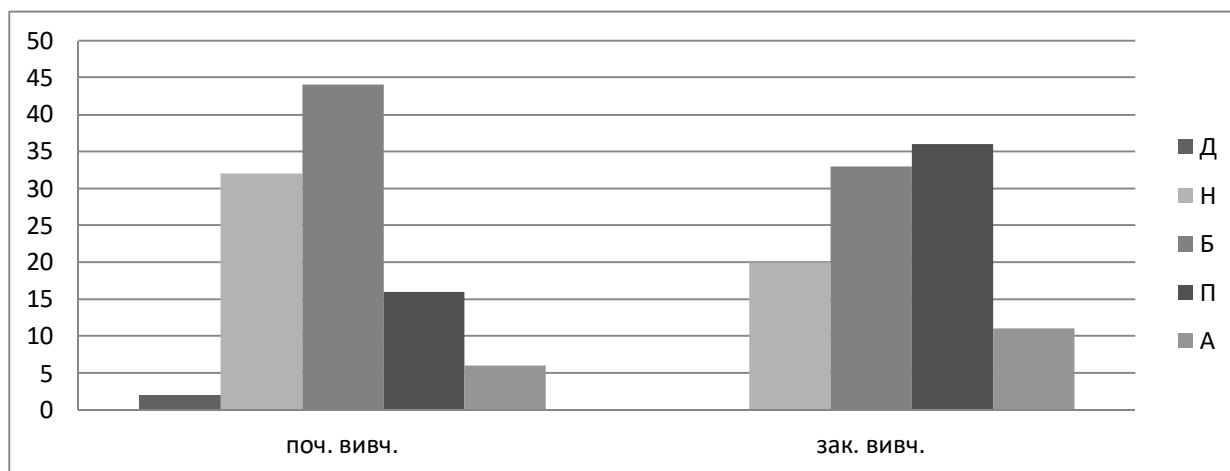


Рис. 3. Тип ставлення до предмета

Результати дослідження показали покращення ставлення студентів до вивчення курсу математичного аналізу.

**Висновки.** Критичне мислення – одна з найважливіших м'яких навичок сьогодення. Математика як навчальний предмет має високий потенціал для формування й розвитку критичного мислення в здобувачів освіти. Розпочинати цей процес треба якнайраніше і продовжувати його якнайдовше. Важливу роль у цьому відіграє систематичність і цілеспрямованість. Не менше значення мають і засоби формування й розвитку критичного мислення, зокрема задачі, в розв'язанні яких треба або знайти помилку, або передбачити, якою вона може бути, система запитань. Описані засоби розвитку критичного мислення сприяють покращенню ставлення здобувачів освіти до вивчення математики. Подальші дослідження можуть здійснюватися в таких напрямках: вплив розвитку критичного мислення на рівень навчальних досягнень здобувачів освіти; встановлення залежності між рівнем сформованості критичного мислення та рівнем системності засвоєних предметних знань та вмінь.

### Список використаної літератури

1. Wagner T. The global achievement gap: Basic Books. New York, 2008.
2. Framework for 21<sup>st</sup> Century Learning from www. P21.org. (accessed: 15.04.2022).
3. 21<sup>st</sup> Century Skills Map, Partnership for 21<sup>st</sup> century Skills, 2011. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED543032.pdf> (accessed: 15.04.2022).
4. The Future of Jobs Report 2020. October 2020. URL: [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Future\\_of\\_Jobs\\_2020.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2020.pdf) (accessed: 15.04.2022).
5. Галіцька М. Історичний аспект становлення soft skills. URL: <https://www.cuspu.edu.ua/ua/problemy-ta-innovatsii-v-pryrodnycho-matematichnii-tekhnologichnii-i-profesiinii-osviti-2021-rik/sektsiia-1-formuvannia-soft-skills-zdobuvachiv-profesiinoi-osvity-teoriia-i-praktyka/13022-istorychnyy-aspekt-stanovlennya-soft-skills> (дата звернення: 21.04.2022).
6. Жукова О. А., Косогова А. Є. Розвиток soft skills в учнів загальноосвітніх шкіл у процесі позакласної роботи через вирішення математичних задач у форматі гри. *SCIENTIFIC NOTES OF THE PEDAGOGICAL DEPARTMENT*. Вип. 27. С. 21–32. DOI: 10.26565/2074-8167-2020-47-03
7. Чопоров С. В., Халанчук Л. В. Формування soft skills у здобувачів вищої освіти за допомогою математики. *Розвиток сучасної науки та освіти: реалії, проблеми якості, інновації*: матер. міжнародної наук.-практ. інтернет-конф. (Мелітополь, 27–29 травня 2020 р.) / ред. кол.: В. М. Кюрчев, В. Т. Надикто, Н. Л. Сосницька, М. І. Шут та ін. Мелітополь: ТДАТУ, 2020. С. 368–371.
8. Digvijay Pachauri, ArunaYadav. Importance of Soft Skills In Teacher Education Programme. *Int. J. Educat. Res. Technol.* Vol 5 [1]. March 2014. С. 22-25. URL: <http://educatorsresource.in/wp-content/uploads/2015/10/Importance-of-Soft-Skills-in-Teacher-Education-Programme.pdf> (accessed: 21.04.2022).
9. Концепція Нової української школи. URL: <https://www.kmu.gov.ua/.../ukrainska-shkola-compressed.pdf> (дата звернення: 20.04.2022).
10. Державний стандарт базової середньої освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 р. № 898.
11. Scriven M., Paul R. Critical thinking defined. Handout given at Critical Thinking Conference. Atlanta GA, 1992.
12. Козаченко Н. Критичне мислення: філософія та педагогіка. *Актуальні проблеми духовності*: зб. наук. праць / ред.: Я. В. Шрамко. Кривий Ріг, 2021. Вип. 22. С. 251–271. DOI: <https://doi.org/10.31812/apd.v0i22.4527>
13. Пометун О., Сущенко І. Путівник з розвитку критичного мислення в учнів початкової школи: метод. посіб. для вчителів. Київ, 2017. 96 с.

## METHODS OF DEVELOPING CRITICAL THINKING OF STUDENTS IN THE PROCESS OF LEARNING MATHEMATICS

**Kuhai Nataliia**

Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor at the Department of Physical and Mathematical Education and Informatics  
*Oleksandr Dovzhenko Hlukhiv National Pedagogical University*

**Slipushko Olga**

Lecturer of Special Disciplines at the Department of Economics and Information Technologies  
*Separate structural subdivision «Hlukhiv Agrotechnical Professional College of Sumy National Agrarian University»*

**Introduction.** *The article analyzes the most important soft skills of the 21st century. Critical thinking tops the list of these skills. Therefore, one of the most important tasks of modern education is to teach students to think critically. To carry out this process, it is necessary to identify adequate and effective means.*

**Purpose.** *The aim of the article is to show the possibility of purposeful raise and development of critical thinking of students while studying mathematics; to demonstrate the means of implementing this process.*

**Methods.** *Theoretical – analysis and synthesis, comparison, generalization; empirical – observations, questionnaires were used.*

**Results.** *Mathematical issues are one of the most important and significant means of raise and development of a variety of skills, abilities, competencies, including critical thinking of students. The following tasks are worth considering: 1) issues in which the incorrect solution was made. The task for students is to show the first step where the mistake was made. Explain why this is a mistake and solve it correctly. It is recommended to offer this type of task at different levels of education; 2) for students of general secondary education – «Make a mistake in solving»; for students of higher pedagogical education – «What mistake could your students make in solving the problem? How could this mistake be prevented?». In the process of solving such problems, it is advisable to consider two types of errors: computational and logical (conceptual). And ask applicants to answer the question: Which incorrect answer is more correct?;*



3) a system of questions after studying a new topic, which promotes the development of critical thinking by understanding the applicants of essential features, their essence, the necessary and sufficient conditions for the existence of a particular mathematical object. Examples are given for each type of task.

**Conclusion.** Critical thinking is one of the most important soft skills of our time. Mathematics as a subject has a high potential for the formation and development of critical thinking in educational institutions. It is needed to start this process as early as possible and continue it as long as possible. Systematization and commitment are essential. Equally important are the means of rise and developing critical thinking, including the tasks in which one must either find a mistake or anticipate what it may be; a system of questions. The described means of developing critical thinking help to improve the attitude of students to the study of mathematics. Thus, the number of those who had to study mathematical analysis has the following attitude: very negative attitude – decreased by 2%, negative – decreased by 12%, indifferent – decreased by 11%, positive – increased by 20%, active – increased by 5%. Further research may be undertaken in the following areas: impact of the development of critical thinking on the educational achievement of students; establishment of dependence between the level of development of critical thinking and the level of systematization of acquired subject knowledge and skills.

**Key words:** soft skills, critical thinking, mathematics, medium of instruction, students, attitude.

#### References

1. Wagner, T. (2008). *The Global Achievement Gap: Why Even Our Best Schools Don't Teach the New Survival Skills Our Children Need, and What We Can Do about It*. New York: Basic Books. [in English].
2. Framework for 21<sup>st</sup> Century Learning (n.d.). [www. P21.org](http://www.P21.org). [in English].
3. *21<sup>st</sup> Century Skills Map, Partnership for 21<sup>st</sup> century Skills*. (2011). URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED543032.pdf> [in English].
4. *The Future of Jobs Report 2020*. (2020). URL: [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Future\\_of\\_Jobs\\_2020.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2020.pdf) [in English].
5. Halitska, M. (2021). *Istorychnyi aspekt stanovlennia soft skills [Historical aspect of establishment soft skills]*. [www.cuspu.edu.ua](http://www.cuspu.edu.ua). URL: <https://www.cuspu.edu.ua/ua/problemny-ta-innovatsii-v-prirodnycho-matematychnii-tekhnologichnii-i-profesiinii-osviti-2021-rik/sektsiia-1-formuvannia-soft-skills-zdobuvachiv-profesiinoi-osvity-teoriia-i-praktyka/13022-istorychnyy-aspekt-stanovlennya-soft-skills> [in Ukrainian].
6. Zhukova, O. A., Kosohova, A. Ye. (2020). *Rozvytok soft skills v uchniv zahalnoosvitnikh shkil u protsesi pozaklasnoi roboty cherez vyrishennia matematychnykh zadach u formati hry. [Development of soft skills of students of secondary schools in the process of extracurricular school activities through solving mathematical problems in the game format]*. SCIENTIFIC NOTES OF THE PEDAGOGICAL DEPARTMENT, 27, 21-32. DOI: 10.26565/2074-8167-2020-47-03 [in Ukrainian].
7. Choporov, S. V., Khalanchuk, L. V. (2020). Formuvannia soft skills u zdobuvachiv vyshchoi osvity za dopomohoiu matematyky. [Formation of soft skills in higher education applicants using mathematics]. *Rozvytok suchasnoi nauky ta osvity: realii, problemy yakosti, innovatsii – Development of modern science and education: realities, quality problems, innovations: coll. of scientific materials of International scientific-practical. internet conference*. (pp. 368-371). Kiurchev, V. M., Nadykto, V. T., Sosnytska, N. L., Shut, M. I. (Ed.). May 27-29, 2020, Ukraine, Melitopol: TDATU. [in Ukrainian].
8. Digvijay Pachauri, Aruna Yadav (2014). Importance of Soft Skills In Teacher Education Programme. *Int. J. Educat. Res. Technol*, 5 (1), 22-25. URL: <http://educatorsresource.in/wp-content/uploads/2015/10/Importance-of-Soft-Skills-in-Teacher-Education-Programme.pdf> [in English].
9. Kontseptsiiia Novoi ukrainskoi shkoly [Concept of the New Ukrainian School]. (n.d.). [kmu.gov.ua](http://kmu.gov.ua). URL: <https://www.kmu.gov.ua/.../ukrainska-shkola-compressed.pdf>. [in Ukrainian].
10. Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity [Government Standard for Basic Secondary Education]. (2020). *Postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy – Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine № 898*. [in Ukrainian].
11. Scriven, M., Paul, R. (1992). Critical thinking defined. Handout given at Critical Thinking Conference. Atlanta: GA. [in English].
12. Kozachenko, N. (2021) Krytychne myslennia: filosofiia ta pedahohika. [Critical thinking: philosophy and pedagogy]. Aktualni problemy dukhovnosti – Actual problems of spirituality: coll. Science. Works. (Vol. 22, pp. 251-271). Shramko, Ya.V. (Ed.). Kryvyi Rih, Ukraine. DOI: <https://doi.org/10.31812/apd.v0i22.4527> [in Ukrainian].
13. Pometun, O., Sushchenko, I. (2017). Putivnyk z rozvytku krytychnoho myslennia v uchniv pochatkovoii shkoly [Guide to Developing Critical Thinking in Primary School Students]. Kyiv, Ukraine. [in Ukrainian].

Отримано редакцією 30.04.2022 р.