МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка

Кафедра фізико-математичної освіти та інформатики

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Тема: Історичний матеріал як засіб гуманітаризації курсу «Алгебра і початки аналізу»

Виконала:
Тутук Юлія Валеріївна
Спеціальність:
014 Середня освіта,
Предметна спеціальність:
014.04 Середня освіта (Математика)
Освітня програма: «Середня освіта (Математика)»
Науковий керівник:
Доктор педагогічних наук, доцент кафедри фізико-математичної освіти та інформатики
Кугай Наталія Василівна

Допущено до захисту
"___"______________ 20___р.

Завідувач кафедри
_________ Кухарчук Р.П.

Дата захисту:«___»___20__ р.
Оцінка____________________
Підписи членів ЕК:
____
____
____

Глухів - 2023

ЗМІСТ

ВСТУП

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Гуманітаризація змісту освіти – один з основних принципів розвитку освіти.

1.2. Алгебра й початки аналізу як навчальний предмет.

1.3. Психолого-педагогічні і методичні основи використання історичного матеріалу в процесі навчання Алгебри і початків аналізу.

РОЗДІЛ ІІ. ЗМІСТОВЕ НАПОВНЕННЯ ТА МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ІСТОРИЧНОГО МАТЕРІАЛУ В КУРСІ АЛГЕБРА Й ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

2.1.Види історичних екскурсів та їх місце на уроках.

2.2. Історичні задачі та методи їх розв’язування.

2.3.Web-квест як засіб ознайомлення учнів з біографіями творців Алгебри і початків аналізу.

ВИСНОВКИ

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

ДОДАТКИ

ВСТУП

Вивчення історії математики забезпечує реалізацію одного з аспектів змісту освіти – гуманізації, яка полягає не лише в наданні учням знань із спеціальних наук, а й з історії науки, сприяє гуманітаризації.

Велике освітнє та виховне значення історії науки у викладанні математики підкреслювали відомі математики та методисти: О. Боголюбов, В. Бевз, М. Бурда, І. Шевченко, М. Шкіль та інші.

Доцільність використання історичних елементів у викладанні математики та інших наук неодноразово піднімалася починаючи з XIX століття. Багато вчених і педагогів з різних країн висловлювали свої думки з цього питання. Зокрема, відомий французький математик і філософ Анрі Пуанкаре писав, що учень має пройти всі ті етапи, що пройшли його попередники, але швидше, при цьому не порушуючи самі етапи.

У різні часи вчені-педагоги, методисти по-різному визначали мету і завдання введення елементів історії математики в процес навчання. Однак деякі із завдань зберігаються і донині:

- підвищення інтересу учнів до математики;
- поглиблення уявлення учнів про математичний матеріал;
- розширення інтелектуального кругозору учнів та підвищення їх загальної культури;
- формування в учнів правильного ставлення до математики в цілому.

Як зазначають дослідники, використання історичного матеріалу в навчанні є ефективним шляхом розвитку наукового пізнання учнів. На думку вчених знання основних фактів історії, виникнення основних понять, основних історичних стимулів їх розвитку, біографічних відомостей про видатних математиків, особливо їх повсякденне життя, знання сучасного стану математичних проблем, знання вітчизняних математиків та їх вклад у розвиток науки, сприяють формуванню мотивації в учнів до вивчення математики.

У програмах з математики, затверджених Міністерством освіти і науки України, важлива роль у навчанні математики надається систематичному використанню історичного матеріалу під час навчання. Оскільки це сприяє підвищенню інтересу до вивчення математики, пробудженню потягу до наукової творчості, критичному ставленню до фактів, формуванню в учнів уявлення про математику як невід'ємну частину загальнолюдської культури. Акцентується увага на необхідності показу учням на прикладах того, як розвивалися математичні поняття і співвідношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які творили математику, особливо видатних українських математиків, сприятиме національно-патріотичному розвитку.

Використання історизмів під час навчання математики дозволяє вчителю:

1. Поступово ознайомлювати учнів з математикою, виконувати пропедевтику складних понять (учитель обґрунтовує введення поняття; перелічує практичні завдання, які привели до відкриття; обговорює роботи вчених, які розробили це поняття).

2. Знайти вдалий методичний напрямок у вирішенні проблем (спираючись на знання вчителем історії математики та історії шкільної математичної освіти, наприклад, як спланувати вивчення навчального матеріалу; якій методичній розробці віддати перевагу; послідовність вивчення тем).

3. Подолати труднощі у вивченні математики (знання того, що математичні поняття та факти проходять певний етап розвитку, допомагає у викладанні матеріалу).

4. Запровадити евристичний підхід до навчання (учні відкривають математичний факт і «проходять» історичний шлях його створення).

Отже, обрана тема дослідження «Історичний матеріал як засіб гуманітаризації курсу «Алгебра і початки аналізу»» є актуальною і в наш час.

Об'єкт: процес навчання курсу «Алгебра і початки аналізу».

Предмет: використання історичного матеріалу на уроках алгебри у профільній школі.

Мета: удосконалити шляхи використання історичного матеріалу на уроках алгебри і початків аналізу.

Завдання:

1. Проаналізувати навчально-методичну літературу з теми дослідження й дослідити стан вирішення проблеми дослідження в шкільній практиці.

2. З’ясувати психолого-педагогічні і методичні основи використання історичного матеріалу в процесі навчання алгебри й початків аналізу.

3. Визначити види історичних екскурсів та їх місце на уроках.

4. Розглянути історичні задачі з алгебри і початків аналізу.

5. Розробити Web-квест як засіб ознайомлення учнів з творцями алгебри і початків аналізу.

Методи дослідження: для досягнення мети і розв’язання поставлених завдань у процесі роботи використовувалися теоретичні, загальнологічні та емпіричні методи і прийоми дослідження: *аналіз та синтез, порівняння, узагальнення, моделювання, спостереження*.

Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел.

Апробація результатів дослідження. Результати дослідницької роботи висвітлювались у доповіді на Всеукраїнській студентській науково-практичній інтернет-конференції «Студентський науковий вимір проблем природничо-математичної освіти в контексті інтеграції України до єдиного європейського і світового освітнього простору» (м. Глухів, 18-19 травня 2023 р.), опубліковано тези [**Error! Unknown switch argument.**].

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Гуманітаризація змісту освіти – один з основних принципів розвитку освіти.

Розробка змісту сучасної шкільної освіти базується на визначених у педагогічній теорії та практиці загальних напрямах розвитку. Основними принципами сучасного освітнього процесу є гуманізація та гуманітаризація.

Гуманізація є відображенням гуманізаційних тенденцій сучасного суспільства в освіті, коли особистість людини визнається як найвища цінність, а утвердження людського добра є найважливішим критерієм будь-яких суспільних відносин. Цілеспрямована зміна соціального досвіду в особистий, залучення до всього культурного багатства людини стає суттю виховного процесу. Гуманізація освіти означає спрямування її цілей, змісту, форм і методів на особистість учня, координацію її розвитку, визнання неповторності дитини, її активності, внутрішньої свободи та духовності.

Унікальність – це ціннісний підхід до людської індивідуальності. Діяльність – це визнання людини творчою, активною та самостійною. Внутрішньою свободою вважається шанобливий підхід до особистості, заснований на визнанні її фундаментального права – свободи вибору (школи, навчальної програми, стосунків, можливостей вирішення освітніх проблем тощо). Духовність – моральна, світоглядна, інтелектуальна цінність – розуміється як головний орієнтир у розвитку особистості, у вихованні її основних важливих якостей.

Основним засобом гуманізації змісту освіти є її гуманітаризація, а це означає, що фундаментом народження особистості мають бути знання про людину і людство, знання, які використовуються на її користь. *Ознаки гуманітаризації* змісту освіти: головною основою є глибока і міцна освіта; розвиток особистісних якостей учня – збагачення здібностей, інтересів, мислення, мовлення, естетичного смаку, знань, умінь і навичок із ціннісним змістом; діалогічність – це взаємодія, партнерство між учасниками навчально-виховного процесу, що потребує свідомої та активної пізнавальної діяльності; інтегративність – створення єдиного підходу до навколишнього світу; екзистенціалізм – розвиток інтуїції, творчого бачення, емоцій і почуттів.

Гуманітаризація змісту всіх ступенів освіти включає більшу увагу до людини взагалі, найбільше сприяння розвитку всіх її здібностей, фізичних і моральних якостей. За допомогою мовного, літературного, естетичного виховання, гуманітарних курсів діти краще пізнають світ і себе, набувають навичок самоорганізації та саморегуляції, відіграють провідну роль у гуманітаризації школи. Гуманітаризація визначає, що людина, яка взаємодіє з природою, є не її господарем, а її частиною. Тому дитина повинна змалечку розуміти відповідальність за свої вчинки у поводженні з природою [35].

Гуманітаризація змісту шкільної освіти дітей включає формування в них понять про здоровий спосіб життя, їх фізичні здібності, самоповедінку, навчання способам підвищення трудового потенціалу, діти повинні добре знати українську мову, відчувати менталітет і походження рідної мови.

Гуманізація–визначення людини як особистості, яка має право на розвиток своїх якостей та їх реалізацію в суспільстві та утвердження свого місця в житті (О.Барно)[4].

Гуманізація–сукупність філософських, гносеологічних, психологічних, соціокультурних і дидактичних поглядів, що визначають цілі та завдання навчальних закладів у сфері освіти[17; 18].

Гуманізація освіти – це процес, спрямований на розвиток бажання і вміння долати життєві труднощі в людині та створення умов для саморозвитку творчого потенціалу, спрямованого на розуміння людини як найвищої цінності суспільства [19].

Гуманітаризація освіти служить формуванню гуманістичних міжособистісних стосунків, у тому числі між вчителями та здобувачами освіти у процесі навчання. На думку К. Е. Міквабія результатом гуманістичної освіти має стати інтелектуалізація особистості, тобто інтеграція культурного навчання в засвоєння окремих предметів і культури в цілому. Основними принципами гуманітарної освіти є базовість, системність, історико-логічність, національно-загальнолюдськість, суспільно-особистісне, поєднання теорії і практики, навчання та виховання гуманітарного спрямування.

Гуманітаризація освіти розглядається насамперед як засіб гуманізації освіти, як засіб самовизначення особистості, розвитку самосвідомості, особистісно-професійного подальшого саморозуміння. Гуманізація не може бути реалізована людиною без гуманітаризації освіти, яка включає науково-математичну та технічну підготовку [3].

С. У. Гончаренко та Ю. І. Мальований одні з перших підняли проблему гуманітаризації української системи освіти (1995). Вчені вважають, що гуманітаризація – це повернення освіти до розуміння загальної картини світу, головне – до світу людини, до світу живого і цілісного, до всебічної культури, до гуманізації знання [18]. Слід зазначити, що не всі тогочасні педагоги розуміли цей термін, оскільки вважали, що природно було б говорити про духовність і духовні основи виховання, оминаючи при цьому слово «гуманізація», оскільки, на їхню думку, це неологізм і звучання його неприродне, лякає людей і спрямоване на подолання утилітарно-економічного, технократичного підходу до освіти як системи підготовки кадрів і праці, нехтування духовними цінностями. «Одним із найважливіших її практичних напрямів є оновлення змісту освіти, підвищення статусу загальної філософсько-культурної спадщини світу, філософсько-етичних концепцій, історії науки, гуманітарних дисциплін [3]».

Реалізація основних функцій освіти – соціалізації, людинотворення, культуротворення, гуманізації та принципи гуманітаризації – визначили основні напрями розвитку змісту сучасної шкільної освіти:

- Оновити ядро неперервної освіти, щоб забезпечити її універсальність (зміна мети навчання – не накопичення готових знань, а самостійне їх здобуття, опанування, оволодіння метазнаннями (аналіз, синтез, аналогія, узагальнення тощо)). Наразі вчені притримуються концепції змісту освіти що включає такі чотири структурні елементи: досвід пізнавальної діяльності, записаний у вигляді її результатів - знань; досвід впровадження окремих способів діяльності - у вигляді вміння працювати за зразком; досвід творчої діяльності; досвід реалізації емоційно-ціннісних відносин - у формі особистісного спрямування.

- Посилити практичну спрямованість, формування загальнокультурних і загальнопізнавальних умінь і навичок, які забезпечуватимуть функціональну грамотність здобувачів освіти, сприятимуть їхньому всебічному розвитку, спрямовуватимуть на творчу діяльність, сприяють набуттю життєвого досвіду (вивчення предметів та явищ у контексті, а не відірвано від життя, у системі, створюючи таким чином єдину картину всесвіту).
- Розвиток духовно-моральних засад, патріотичне виховання дітей та молоді в контексті загальнолюдських і національних цінностей (Державна національна програма «Освіта. Україна XXI століття» пропагує формування у здобувачів освіти патріотизму (який, на жаль, швидко розвинувся у дітей під час війни в Україні 2022-2023 роках, а не на уроках математики), гуманності, толерантності, людяності).

Гуманітаризація змісту освіти може бути досягнута шляхом визначення можливостей дисципліни у рамках традиційної наукової освіти, тобто: показ місця певного предмета в системі наукової освіти та загальнолюдської культури; зв'язок предмета з іншими навчальними предметами; пояснення значення предмета, визначення сфери знань для практичної діяльності людей і розвитку всього людства; визначення зв'язку між предметом, що вивчається, і особистим досвідом; ознайомлення з історією досліджуваних фактів і подій; розповіді про роль учених, їх внесок у науку і культуру; визначення перспективи пізнання та практичного застосування реальних фактів і подій. Очікуваними результатами виховання людини можна назвати: самовизначення в навколишньому світі; орієнтація на навколишній світ; творче використання отриманих навичок; особисті якості, позитивне ставлення до життя.

Реформування змісту загальної освіти, пов’язане з гуманітаризацією та гуманізацією, має здійснюватися на засадах гуманітарного мислення, володіння рідною, державною та іноземними мовами; зв’язок з літературою, музикою, образотворчим мистецтвом, надбаннями народної творчості, досягненнями української та світової культури; розуміння історичних фактів, подій і явищ, різноманітності шляхів розвитку людини; підтвердження переваг здорового способу життя; відображення закономірностей історичного розвитку у змісті історичної освіти; забезпечення естетичного розвитку особистості, засвоєння цінностей і знань у мистецтві; формування етичних цінностей з раннього сімейного виховання [3].

Для розуміння учнями складної структури математики, її внутрішніх і зовнішніх зв'язків, шляхів і перспектив розвитку необхідно організувати навчальний процес таким чином, щоб розкрити взаємодію наукових ідей і принципів, понять, законів та теорії, що входять до математичних дисциплін. Такий підхід можна реалізувати шляхом широкого використання історії математики на різних рівнях математичної освіти [5].

Головним завданням гуманітаризації освіти є взаємозбагачення та доповнення знань окремих галузей, що допоможе створити єдиний образ світу. Така освіта має бути спрямована на розвиток глибоких і практичних знань, мисленнєвої діяльності та досвіду творчої діяльності.

1.2. Алгебра й початки аналізу як навчальний предмет.

Математика відіграє роль всебічного і потужного методу сучасної науки і займає особливе місце в системі людських знань. Тому, окрім забезпечення широких теоретичних знань учнів порівняно із загальним рівнем освіти, необхідно акцентувати увагу на формуванні концепції інструментальної ролі у сфері застосування математики.

В історичному аспекті шкільна математика у 18 столітті (до 60-х років 20 століття) складалася з чотирьох курсів: арифметика, алгебра, геометрія, тригонометрія. У 1962-1963 рр. тригонометрію як окремий курс було вилучено, її складові включено до геометрії та алгебри, замість арифметики ввели курс математика, у старших класах замість алгебри було введено предмет «Алгебра і елементарні функції», а згодом – «Алгебра і початки аналізу» [38].

Алгебра – це розділ математики, що вивчає математичні операції та співвідношення, а також утворення на їх основі: поліноми, алгебраїчні рівняння, алгебраїчні структури; це частина математики, яка розглядає символи та стандарти керування цими символами; вивчає структуру, відношення та елементи множин. Математичний аналіз є фундаментальною галуззю математики, яка бере свій початок у сімнадцятому столітті, коли була строго сформульована теорія нескінченно малих величин.

Алгебра та математичний аналіз є розділами математики, але вони зосереджені на різних областях дослідження. Алгебра вивчає математичні структури, тоді як аналіз вивчає властивості та поведінку дійсних функцій[1].

До 1991-1992 навчального року школи України працювали за програмами, затвердженими ще у 1986 році, у 1991 році було запропоновано перехідну програму, яка мала меншу кількість годин на математику у 5-9 класах (5 замість 6 годин на тиждень), створювала умови для профільної диференціації у старшій школі (традиційний курс – 272 год; курс А – 204 год – математика як елемент загальної культури; курс Б – 340 год – поглиблене вивчення математики). Недоліком розробленої програми була відсутність вимог до математичної підготовки з тем та курсу взагалі [38]. Змістове наповнення курсу подамо за змістовими лініями.

1. Лінія множин. У курсі А розширення не відбувається, у курсі Б – розглядаються комплексні числа.
2. Тотожні перетворення виразів. Тригонометричні, показникові, логарифмічні.

3. Лінія рівнянь та нерівностей. Тригонометричні (10 клас), ірраціональні, показникові, логарифмічні –11 клас.
4. Функція. Тригонометричні (10 клас), степенева, показникова, логарифмічна – 11 клас.
5. Похідна та Інтеграл (11 клас).

Розглянемо розподіл годин у навчальних програмах за роками (табл.1.1.)[26; 38].

Таблиця 1.1.

Тематичне планування навчального матеріалу

Рік	Теми	Кількість годин
1963-64	Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Функції і границі Похідна і її застосування до дослідження функції Узагальнення поняття числа. Комплексні числа	70 28 16 38 16
1965-67	Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Функції і границі Похідна і її застосування до дослідження функції Узагальнення поняття числа. Комплексні числа	64 32 16 38 16
1968	Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Функції і границі Похідна і її застосування до дослідження функції Узагальнення поняття числа. Комплексні числа	64 32 16 34 16
1969-71	Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Функції і границі Похідна і її застосування до дослідження функції Узагальнення поняття числа. Комплексні числа	64 34 18 34 18
1972	Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Функції і границі Похідна і її застосування до дослідження функції Узагальнення поняття числа. Комплексні числа	58 26 14 25 13
1973	Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Функції і границі Похідна і її застосування до дослідження функції Узагальнення поняття числа. Комплексні числа	68 26 14 25 13
1975-1977	Принцип математичної індукції Дійсні числа. Нескінченна послідовність та їх границя Границя функції і похідна. Застосування похідної Тригонометричні функції	16 17 35 62

	Показникові та логарифмічні функції Первісна і інтеграл Системи рівнянь та нерівностей	20 10 14
1978-1981	Дійсні числа. Нескінченна послідовність та їх границя Границя функції і похідна. Застосування похідної Тригонометричні функції Показникові та логарифмічні функції Первісна і інтеграл Системи рівнянь та нерівностей	18 50 52 24 13 13
1982-1985	Похідна і її застосування Елементи тригонометрії Тригонометричні рівняння і нерівності Показникові та логарифмічні функції Первісна і інтеграл Системи рівнянь та нерівностей	54 39 18 23 12 12
1986	Тригонометричні функції Тригонометричні рівняння Похідна і її застосування Показникові та логарифмічні функції Інтеграл і його застосування Системи рівнянь та нерівностей	12 20 40 22 17 14
1987	Тригонометричні рівняння Похідна і її застосування Степенева, показникові та логарифмічні функції Інтеграл і його застосування	14 43 28 18
1989-92	Тригонометричні функції Тригонометричні рівняння Похідна і її застосування Степенева, показникові та логарифмічні функції Інтеграл і його застосування	13 12 35 28 18
1993-95	Тригонометричні функції Тригонометричні рівняння і нерівності Показникові та логарифмічні функції Похідна і її застосування Інтеграл і його застосування	13 12 28 35 18
1996-99	Тригонометричні функції Тригонометричні рівняння і нерівності Степенева функція Показникові та логарифмічні функції Границя і неперервність функції Похідна і її застосування Інтеграл і його застосування Похідна і первісна показникової, логарифмічної, степеневої функції Комплексні числа Елементи комбінаторики Початки теорії ймовірностей Вступ до статистики	18 12 8 20 4 20 8 6 6 6 10 4
2000-2005	Тригонометричні функції Тригонометричні рівняння і нерівності Степенева функція Показникові та логарифмічні функції	16 16 10 20

	Границя і неперервність функції Похідна і її застосування Інтеграл і його застосування Похідна і первісна показникової, логарифмічної, степеневої функції Комплексні числа Елементи комбінаторики Початки теорії ймовірностей Вступ до статистики	4 16 12 6 6 8 12 4
2011-2017	Функції, їх властивості. Степенева функція Тригонометричні функції Похідна та її застосування Показникова та логарифмічна функції Інтеграл та його застосування Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	15 18 14 16 10 10
2017-2023	Поглиблене вивчення з 8 класу/профільне/стандарт -/Функції, многочлени, рівняння і нерівності/Функції, їх властивості та графіки (степенева функція) Степенева функція Тригонометричні функції Тригонометричні рівняння та нерівності Числові послідовності Границя та неперервність функції. Похідна та її застосування/../ Похідна та її застосування Показникова та логарифмічна функції Інтеграл та його застосування Елементи теорії ймовірностей/ Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей/Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики Комплексні числа та многочлени/Рівняння, нерівності та їх системи.	0/36/15 24/30 42/34/18 42/32/0 12/0/0 68/54/14 36/40/16 30/30/10 36/30/10 34/30/0

Наразі у профільній школі математику можна вивчати на профільному, профільному (із поглибленим вивченням математики з 8-го класу) та на рівні стандарт. Збільшення навчального часу на засвоєння математичних предметів у профільній школі порівняно з рівнем стандарт має вирішити двояке завдання: перше – розширити коло теоретичних проблем, що вивчаються, і поглибити рівень вивчення; другий – сформувати вміння застосовувати накопичені теоретичні знання для вирішення практичних, прикладних завдань, поглибити вміння логічно міркувати.

Учні старшої школи повинні засвоїти загальні принципи математичного моделювання, тобто вони повинні зрозуміти, що застосування математичних знань для розв’язування задач поділяється на три етапи: 1) формалізація (створення математичної моделі із ситуації, описаної в задачі); 2) розв’язувати задачі за вбудованою моделлю; 3) пояснення розв’язання задачі та переклад його на мову вихідної задачі.

Відповідно до навчальних програм метою навчання математики на профільному та поглибленому рівні є «забезпечення свідомого і міцного оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, необхідних для повсякденного життя і майбутньої праці, для вивчення інших шкільних предметів і для продовження навчання у вищих закладах освіти» [30]. На рівні стандарт: «розвиток особистості, яка поєднує в собі творчий потенціал до навчання, ініціативу до саморозвитку та здатність до самоосвіти в сучасних умовах, щоб бути визнаним важливою та відповідальною складовою українського суспільства, готовою змінювати та відстоювати національні цінності українського народу» [30].

Основними завданнями, які постають перед курсом математики у профільній школі відповідно до навчальних програм є [30; 41; 42]:

• формування в учнів наукового погляду на світ, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, розуміння математичних знань як невід’ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя; стійка позитивна мотивація навчання;

• знання здобувачами освіти математичної мови, системи математичної освіти, умінь і навичок, необхідних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного засвоєння знань з інших освітніх галузей і мотивації до подальшої освіти;

• інтелектуальний розвиток особистості - розвиток логічного та критичного мислення та інтуїції учня, знань, пам'яті, уваги, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури;

• громадянське виховання та формування позитивних якостей особистості – ініціативності та творчості, пізнавальної самостійності та зацікавленості, самоосвіти, уміння адаптуватися до умов, що змінюються;

• формування в учня життєвих якостей – позитивних рис характеру (твердості, волі, культури мислення і поведінки, правильності суджень, відповідальності за доручену справу тощо);

• формування загальнолюдських духовних цінностей особистості; національна самосвідомість, повага до української національної культури та традицій.

У старшій школі як профілююче поняття обирається поняття функції, яке доповнюють інші змістові частини курсу алгебри. На початку курсу 10 класу більше 10 годин відводиться на повторення та систематизацію відомостей про функції, які були вивчені у середній школі (лінійна, квадратична, обернена пропорційність, корінь квадратний), що сприяє:

- розширенню переліку функцій, що вивчаються в школі;

- розширенню та доповненню загальної схеми дослідження функції; більш усвідомленому засвоєнню елементів математичного аналізу та узагальненню вивченого шляхом входження в універсальну схему функціонального дослідження (з виведенням графічного результату).

Профільний рівень із значним збільшенням годин також вносить певні зміни в зміст навчання та глибину навику. Важливо знати теоретичні факти, визначення, докази, відповідні теореми та методи їх виведення та застосування. При цьому також здійснюється належна мотивація до вивчення теми.

Перехід від вивчення функцій, що вивчаються в алгебрі середньої школи, до функцій, що розглядаються в курсі алгебри та початки аналізу, допомагає не тільки повторити й систематизувати попередні знання, а й розширити цю змістову лінію.

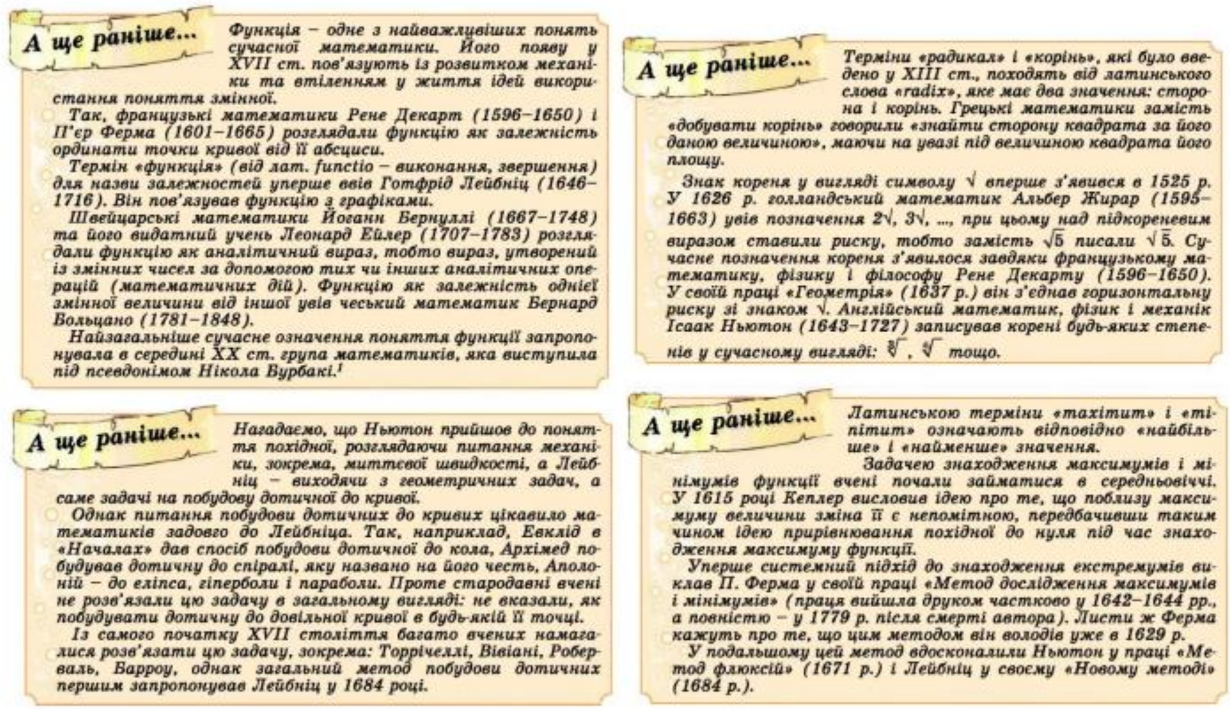
Відповідно до навчальних програм [30] з Алгебри та початків аналізу у 10-11 класах вивчаються такі теми:

- Функції, многочлени, рівняння та нерівності
- Степенева функція
- Тригонометричні функції

- Тригонометричні рівняння та нерівності
- Границя та неперервність функції. Похідна та її застосування
- Показникова та логарифмічна функція
- Інтеграл та його застосування
- Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей
- Рівняння, нерівності та їх системи (повторення вивченого).

Проаналізуємо шкільні підручники з Алгебри і початків аналізу за 10, 11 класи на наявність у них історичних відомостей та історичних задач.

Істер О. 10 клас [22]. У параграфах містяться відомості під рубрикою «А ще раніше…», де подаються історія введення певного поняття, біографія вчених (рис.1.1)



А ще раніше...

Функція – одне з найважливіших понять сучасної математики. Його появу у XVII ст. пов'язують із розвитком механіки та втіленням у життя ідей використання поняття змінної.

Так, французькі математики Рене Декарт (1596–1650) і П'єр Ферма (1601–1665) розглядали функцію як залежність ординати точки кривої від її абсциси.

Термін «функція» (від лат. functio – виконання, звершення) для назви залежностей уперше ввів Готфрід Лейбніц (1646–1716). Він пов'язував функцію з графіками.

Швейцарські математики Йоганн Бернуллі (1667–1748) та його видатний учень Леонард Ейлер (1707–1783) розглядали функцію як аналітичний вираз, тобто вираз, утворений із змінних чисел за допомогою тих чи інших аналітичних операцій (математичних дій). Функцію як залежність однієї змінної величини від іншої увів чеський математик Бернард Больцано (1781–1848).

Найзагальніше сучасне означення поняття функції запропонувала в середині XX ст. група математиків, яка виступила під псевдонімом Нікола Бурбакі.[1]

А ще раніше...

Терміни «радикал» і «корінь», які було введено у XIII ст., походять від латинського слова «radix», яке має два значення: сторона і корінь. Грецькі математики замість «добувати корінь» говорили «знайти сторону квадрата за його даною величиною», маючи на увазі під величиною квадрата його площу.

Знак кореня у вигляді символу $\surd$ вперше з'явився в 1525 р. У 1626 р. голландський математик Альбер Жирар (1595–1663) увів позначення $2\surd$, $3\surd$, ..., при цьому над підкореневим виразом ставили риску, тобто замість $\sqrt{5}$ писали $\surd\overline{5}$. Сучасне позначення кореня з'явилося завдяки французькому математику, фізику і філософу Рене Декарту (1596–1650). У своїй праці «Геометрія» (1637 р.) він з'єднав горизонтальну риску зі знаком $\surd$. Англійський математик, фізик і механік Ісаак Ньютон (1643–1727) записував корені будь-яких степенів у сучасному вигляді: $\sqrt[3]{\ }$, $\sqrt[4]{\ }$ тощо.

А ще раніше...

Нагадаємо, що Ньютон прийшов до поняття похідної, розглядаючи питання механіки, зокрема, миттєвої швидкості, а Лейбніц – виходячи з геометричних задач, а саме задачі на побудову дотичної до кривої.

Однак питання побудови дотичних до кривих цікавило математиків задовго до Лейбніца. Так, наприклад, Евклід в «Началах» дав спосіб побудови дотичної до кола, Архімед побудував дотичну до спіралі, яку названо на його честь, Аполоній – до еліпса, гіперболи і параболи. Проте стародавні вчені не розв'язали цю задачу в загальному вигляді: не вказали, як побудувати дотичну до довільної кривої в будь-якій її точці.

Із самого початку XVII століття багато вчених намагалися розв'язати цю задачу, зокрема: Торрічеллі, Вівіані, Роберваль, Барроу, однак загальний метод побудови дотичних першим запропонував Лейбніц у 1684 році.

А ще раніше...

Латинською терміни «maximum» і «minimum» означають відповідно «найбільше» і «найменше» значення.

Задачею знаходження максимумів і мінімумів функції вчені почали займатися в середньовіччі. У 1615 році Кеплер висловив ідею про те, що поблизу максимуму величини зміна її є непомітною, передбачивши таким чином ідею прирівнювання похідної до нуля під час знаходження максимуму функції.

Уперше системний підхід до знаходження екстремумів виклав П. Ферма у своїй праці «Метод дослідження максимумів і мінімумів» (праця вийшла друком частково у 1642–1644 рр., а повністю – у 1779 р. після смерті автора). Листи ж Ферма кажуть про те, що цим методом він володів уже в 1629 р.

У подальшому цей метод вдосконалили Ньютон у праці «Метод флюксій» (1671 р.) і Лейбніц у своєму «Новому методі» (1684 р.).

Рис. 1.1 Історичні відомості із підручника Істера О.

Що стосується історичних задач, то їх у підручнику є три (задача І. Ньютона за 1707 рік, задача ібн-Сіни (Авіценни), задача аль-Хорезмі), а решта завдань є прикладами міжнародних математичних олімпіад XX століття.

2.37. І.Ньютон «Універсальна арифметика» 1707 р. Скоротіть дріб:

$$\frac{6a^5 + 15a^4b - 4a^3c^2 - 10a^2bc^2}{9a^3b + 27a^2bc - 6abc^2 - 18bc^3}$$

6.40. Задача ібн-Сіни (Авіценни). Перевірте, що коли число, поділене на 9, дає в остачі 1 або 8, то квадрат цього числа, поділений на 9, дає в остачі 1.

22.50. Задача аль-Хорезмі. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy : |y - x| = 5\frac{1}{4} \end{cases}$$

Як бачимо, ці історичні задачі стосуються більше тем на повторення, ніж того нового матеріалу, що вивчається у 10 класі.

Бевз Г. 10 клас [12]. На початку кожного розділу подається фотографія та короткий опис життя вчених, які зробили вклад у даний розділ (рис.1.2).

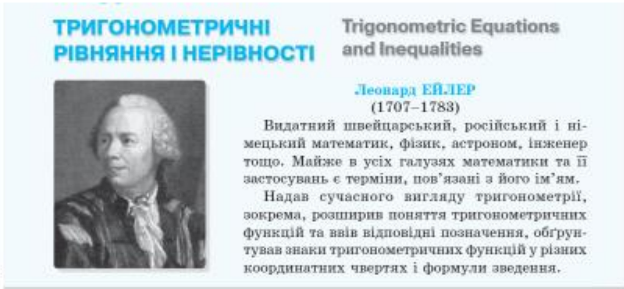
ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

Functions, Polynomials, Equations and Inequalities

Михайло Пилипович КРАВЧУК

(1892–1942)

Всесвітньо відомий математик, академік, педагог, громадський діяч. Його ім'ям названо терміни: «многочлени Кравчука», «формули Кравчука», «*q*-функції Кравчука — Мейкснера» та ін. Співавтор першого словника української математичної термінології. Організатор першої в Україні математичної олімпіади школярів (1935).



ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

Trigonometric Equations and Inequalities

Леонард ЕЙЛЕР

(1707–1783)

Видатний швейцарський, російський і німецький математик, фізик, астроном, інженер тощо. Майже в усіх галузях математики та її застосувань є терміни, пов'язані з його ім'ям.

Надав сучасного вигляду тригонометрії, зокрема, розширив поняття тригонометричних функцій та ввів відповідні позначення, обґрунтував знаки тригонометричних функцій у різних координатних чвертях і формули зведення.

Рис.1.2. Історичні відомості підручник Бевз Г.

Є висловлювання (наприклад, Піфагора,С.Банаха, М.Амосова та ін.). У підручнику є задача Архімеда (доведіть, що сума *n* перших чисел натурального ряду дорівнює *n*(*n*+1)/2), задача Пачіолі, Штіфеля[12, с.87], Сунь-Цзі[12, с.139].

Мерзляк А. 10 клас [27]. Є історичні відомості про вчених, відсутні історичні задачі чи історія виникнення понять (рис.1.3.).

Рис. 1.3. Бібліографічні відомості, підручник Мерзляк А.

Мерзляк А. 11 клас [28; 29]. Є трішки історичної інформації: біографія Ісаака Ньютона, Готфріда Лейбніца, Михайла Кравчука.

Істер О. 11 клас [21; 23]. Містить рубрику «А ще раніше», де розкриває історію виникнення логарифмів (рис.1.4), інтегрального числення, комбінаторики, теорії ймовірностей, біографії українських математиків, є дві історичні задачі.

16.14. Задача Д'Аламбера. Яка ймовірність того, що під час двох підкидань монети хоча б один раз випаде аверс?

Приклад 11. Задача де Мере. Шевальє де Мере, друг математика Б. Паскаля, пропонував партнерам гру за такими правилами: він буде підкидати два гральних кубики 24 рази і виграє, якщо хоча б один раз випаде хоча б 1 шістка. Здавалося, що шевальє де Мере вибрав собі більш сприятливі умови, але граючи багато разів, він більше програвав, ніж вигравав, чому?

А ще раніше...

Протягом XVI ст. значно зріс обсяг робіт, які пов'язані з наближеними обчисленнями під час розв'язування прикладних задач (особливо в астрономії). Найбільші труднощі виникали при діленні та множенні великих чисел.

Саме в цей час було винайдено логарифми, які давали змогу зводити множення і ділення чисел до, відповідно, додавання і віднімання логарифмів. Широкого застосування логарифми отримали після того, як незалежно один від одного склали таблиці логарифмів два математики Дж. Непер і І. Бюргі.

Шотландський математик Дж. Непер у книжках, виданих у 1614 і 1619 рр., склав таблиці логарифмів синусів, косинусів і тангенсів кутів від 0° до 90° з кроком в 1 мінуту, що було дуже цінним для астрономів. Швейцарський математик І. Бюргі свої таблиці готував, швидше за все, ще до 1610 р., але вийшли вони лише в 1620 р., а тому не набули популярності.

Перші таблиці десяткових логарифмів у 1617 р. видав англійський математик Г. Брігс (1561–1630), а натуральних логарифмів – у 1619 р. інший англійський математик Дж. Спейдель (1607–1647).

38

Дж. Непер (1550–1617)

І. Бюргі (1552–1632)

Л. Ейлер (1707–1783)

Сучасне означення логарифма дав видатний математик, фізик, механік і астроном Л. Ейлер. Він також увів поняття основи логарифма, позначення log і e.

У 1623 р. англійський математик Е. Гунтер (1581–1626) винайшов шкалу, на якій ґрунтується логарифмічна лінійка, яку потім неодноразово удосконалювали і яка до 70-х років XX ст. була обчислювальним засобом для представників багатьох спеціальностей. Тільки після поширення калькуляторів та інших сучасних засобів обчислення логарифмічні таблиці та лінійки перестали бути засобами обчислення та посіли свої законні місця в музеях математики.

Рис.1.4. Історичні відомості, підручник Істер О.

Бевз Г. 11 клас [11]. Є рубрика «Історичні відомості», де розкриваються історичне походження понять, біографії вчених, зокрема, Т. Герріота, К. Лебединцева, Д. Непера, Л. Ейлера, М. Остроградського, Г. Лейбніца, І. Ньтона, Б. Кавальєрі та ін. У підручнику є кілька історичних задач в рамках вправ на повторення (зокрема стародавня китайська задача про вартість волів та баранів[11, с.15]).

Як бачимо з аналізу, вчителю математики необхідно самостійно підбирати історичний матеріал, оскільки у діючих підручниках його не достатньо. Оскільки історичний матеріал не входить до навчальної програми, багато вчителів вважають, що немає необхідності проводити історичні екскурси. Хоча такі історичні подорожі збагачують зміст уроків та створюють позитивну емоційну атмосферу в класі, що позитивно впливає на розвиток пізнавального інтересу учнів до предмету та виправдовує витрачений час. Використання цього матеріалу вимагає певних знань і розуміння, витрат часу на його підбір, оформлення цікавої презентації та врахування методичних моментів, пов'язаних з його використанням.

1.3. Психолого-педагогічні і методичні основи використання історичного матеріалу в процесі навчання Алгебри і початків аналізу.

Використання історії науки на уроках математики сприяє реалізації найважливіших навчальних цілей, зокрема: 1) розвивати в учнів інтерес до вивчення математики; 2) позитивно впливати на рівень математичних знань, механізми засвоєння та запам'ятовування; 3) формувати діалектичний та матеріалістичний світогляд, науково-теоретичне мислення, емоції, мотивації; 4) виховувати систему цінностей; 5) всебічний розвиток особистості [45].

Як показують дослідження науковців, зокрема В.Бевз, О.Годованюк, С.Шумигай, відомості з історії математики на уроках мають бути: короткими, лаконічними, конкретними, переконливими, емоційно-виразними. Історико-математичний матеріал, який використовується на уроці, має бути тісно пов'язаним з темою уроку, показувати передісторію, зв'язок математики з життям та іншими науками, допомагати глибше і усвідомлено зрозуміти предмет, засвоїти його; сприяти формуванню в учнів необхідних навичок і вмінь, кмітливості, розвитку в них спостережливості, уяви, пам'яті, мислення, мудрості, майстерності, розширення кругозору, впливати на всебічний розвиток особистості, розвиток в учнів пізнавального інтересу до вивчення математики шляхом виховання в них старанності, терпіння та дисциплінованості.

В організації навчального процесу потрібно дотримуватися принципу історизму – розгляд предметів та явищ в їх історичних віхах, розкриваючи всі етапи розвитку такого поняття чи явища, та принцип паралелізму (автор Хекл) – розкриваючи основи математики, робити кроки в історію її розвитку.

Врахування історичного розвитку, представлення навчального матеріалу та висвітлення окремих фактів з історії розвитку науки сприяє розвитку в учнів позитивної мотивації та пізнавального інтересу до вивчення галузі освіти, особливо математики. Використання принципу історизму та паралелізму в навчальному процесі демонструє те, що наука математика виникла з потреб і діяльності людини, дозволяє краще виявити зв’язки математики з іншими науками та практикою. За допомогою історичних фактів учитель може виявляти деякі логічні прогалини в шкільній математиці, створювати та розв’язувати проблемні ситуації.

Виходячи з принципу історизму та паралелізму, основні математичні поняття та ідеї слід вводити в зміст навчального матеріалу не в «закінченому» вигляді, а в динаміці розвитку [45].

«Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, що викликає інтерес до вивчення математики, викликає потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів і формує в учнів уявлення про математику як про невід'ємну частину загальнолюдської культури. Учнів навчають, як математичні поняття і співвідношення, теорії та методи розвивалися. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які творили математику, особливо видатних українських математиків, сприятиме національно-патріотичному вихованню здобувачів освіти [24].

Історико-біографічні факти з життя вчених-математиків можуть значною мірою сприяти формуванню в учнів правил поведінки і норм взаємин, їхнього громадянського та національного стрижня, що відповідають вимогам демократичної моралі. Емоційна подача матеріалу сприяє кращому засвоєнню учнями. Якщо учень глибоко переживає події, описані в тексті нового матеріалу, вивчення такого матеріалу відіграє позитивну роль у формуванні його особистісних якостей, стимулюватиме нове засвоєння і повторення нового матеріалу, а згодом і практичне використання, набутого знання в самостійне життя.

Для формування моральних якостей молоді, її громадянської та національної впевненості дуже важливим є вияв правдивості, наукової мужності, чесності та порядності провідних математиків України проти «авторитетів» у науці, які вистояли у важкі для української науки та державності часи.

Під час добору історичного матеріалу слід керуватися програмою з математики. Обраний матеріал повинен відображати фундаментальну інформацію розвитку математики як науки. При викладенні історичного матеріалу необхідно враховувати вік здобувачів освіти, їх розум і рівень підготовленості. Історичний матеріал слід не перечитувати, а вміло вплітати в навчальний матеріал і використовувати в навчальних цілях. Обсяг історичного матеріалу, який викладається і використовується на уроках, не повинен бути занадто великим, щоб не перетворити уроки математики на уроки історії.

Підбираючи біографічні відомості вченого для уроків, рекомендується враховувати такі рекомендації [24]:

1. Визначаючи місце, обсяг і зміст біографічних відомостей про вчених, слід враховувати роль вчених у розвитку науки.

2. Біографічний виклад вченого має супроводжуватися описом періоду, в який він жив і працював, а учні мають дізнатися про проблеми та перешкоди, які поставали на його шляху.

3. Поясніть внесок ученого в науку, покажіть зв'язок його творчості з попередніми працями та значення його наукової спадщини для подальшого розвитку науки.

4. Розглянути можливість використання автобіографії вченого як матеріалу, що спонукає здобувачів освіти до активної участі в житті (регулювати власну поведінку, самостійно ставити завдання та оцінювати свою роботу).

Існує кілька проблем із використання історичного матеріалу на уроках математики та в позакласній роботі: 1) навчальна програма з математики передбачає використання елементів історії математики на уроках і в позакласній роботі з метою підвищення пізнавального інтересу учнів, але при зниженні кількості годин на вивчення предмету зменшується історичний принцип і знижується можливість здійснення історичного екскурсу; 2) автори підручників обмежуються вимогами та не перевищують стандартів, встановлених для висвітлення історії математики; 3) різні підручники містять різну тематику та обсяг матеріалів з історії математики (див. п.1.2.), що ставить вчителя та учнів у різні умови; 4) методичні проблеми використання матеріалу з історії математики на уроках для стимулювання пізнавального інтересу в здобувачів освіти: відбір матеріалу: зміст, обсяг, час викладу; визначення цільового використання; визначення місця історичного матеріалу; методика організації навчально-пізнавальної діяльності роботи з історичним матеріалом.

Добираючи історико-математичний матеріал, учитель повинен ретельно спланувати свою роботу, тобто: 1) визначити мету і місце в навчальному процесі, коли вивчається певна тема чи розділ; 2) визначити, до яких елементів певної теми чи розділу можна віднести використання історичного матеріалу; 3) який історичний матеріал буде подано на уроках, позакласних заходах, математичному гуртку чи факультативному занятті; 4) визначити об'єм матеріалу; 5) найкраща та найефективніша система визначить, кому і як буде представлений цей матеріал [45].

Інтеграція інформації з історії науки в процес навчання допомагає учням зрозуміти, як розвивалася математика і як розвиток людини сприяв цьому розвитку; сприяє вирішенню історико-філософських завдань у розвитку логічного мислення дітей шкільного віку; біографії вчених мають виховний вплив на учнів. Історія математики знайомить учнів зі старими, забутими методами швидкого рахунку, допомагає краще зрозуміти і запам'ятати матеріал, показує його використання. Підлітки, потребують зразків для наслідування протягом усього свого розвитку, але особливо в школі. Нехай вчителі знають цю потребу молодого віку і дають їм добрий приклад. Для цього необхідно використовувати приклади справді незвичайних людей - тих, хто долав перешкоди, здобував самостійні знання, помилявся і відкривав нові закони і т. д. Частиною моделей можуть стати як стародавні, так і сучасні математики.

Для кожного віку існують свої особливості щодо організації навчального процесу, необхідно враховувати особливості підлітків, їх емоційну нестабільність, болюче ставлення до критики, підкреслення власної індивідуальності і в той самий час їх уважність до дрібниць та до деталей, різноманітність інтересів, різкість у судженнях, різкі зміни у настроях, що супроводжуються зниженням уважності та концентрації. Підліток має велику потребу у визнанні своїх досягнень, має залежність від думки інших. Щоб зберегти стабільну самооцінку, підлітки шукають схвалення самих себе, своїх вчинків і думок. Вони часто можуть пожертвувати своїми нестійкими переконаннями і принципами заради того, щоб знайти схвалення того ж суспільства. А все через страх бути не прийнятим в групу. У цей час людина може почуватися неспокійною, невпевненою та вразливою. Ці риси потрібно перекрутити на користь під час організації навчального процесу.

Ж.Піаже вважав, що багато підлітків набувають формального робочого розуму, який характеризується здатністю мислити абстрактно або легше використовувати абстрактне мислення чи логічні системи. Підліток тепер легше сприймає символічні значення. Їм також легше думати про «що було б», або про гіпотетичні ситуації, підліток знає свої думки і може насолоджуватися грою в мислення чи дослідження. Це доцільно використовувати під час подання історичного матеріалу, адже, учень може спрогнозувати ситуацію яка була, уявити її , зрозуміти епоху розвитку того чи іншого поняття.

Формування мотивів навчання безпосередньо пов'язане із задоволенням домінуючих вікових потреб, особливо пізнавальних. При задовільному стані у підлітка формуються стійкі пізнавальні інтереси, що визначають його позитивне ставлення до навчальних предметів. Незадоволення потреби в знаннях породжує в учня не тільки байдужість, а й негативне ставлення до предметів, які їх не цікавлять. У підлітковому віці зміст терміну «навчання» розширюється, за рахунок самостійного здобуття знань поза навчальною програмою. Навчання набуває особистісного змісту і стає самоосвітою.

Нова концепція освіти, тобто гуманізація та гуманітаризація, відповідатиме формуванню та вихованню в учнів інтересу до вивчення математики, тобто використання історико-математичного матеріалу при вивченні сучасного шкільного предмету математики сприятиме запам’ятовуванню навчальної інформації. Зрештою, історія математики – це історія розвитку людства. Тому у поєднанні з вивченням програми шкільного курсу математики історичні відомості добре запам’ятовуються, а тому можуть бути засобом запам’ятовування навчальної інформації. У цьому сенсі важливо, щоб мислення учнів залишалося процесом формування основних ідей і методів математики, не відокремленим від історії розвитку математики. Історія науки дозволяє учням спостерігати взаємодію теоретичних наукових знань і практичної діяльності. З іншого боку, це сприяє ефективному формуванню діалектико-матеріалістичного погляду на світ і наукового мислення здобувачів освіти.

Сучасна молодь має ще одну особливість – кліпове мислення. Воно спонукає людину по-новому сприймати інформацію, з одного боку – це послаблення здатності аналізувати та встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, з іншого – здатність швидко опрацьовувати інформацію та переключатися з однієї теми на іншу, здатність виконувати багато завдань одночасно. Кліпове мислення – це нелінійне сприйняття світу, диференціально-індивідуальне у розумінні навчального матеріалу. У зв'язку з цим навчальний матеріал слід розділяти на короткі змістовні фрагменти і їх доречно доповнювати історичними відомостями. Таким чином, перед педагогами постають нові виклики у зв'язку з новим способом мислення підростаючого покоління. Необхідно активно використовувати інноваційні засоби та методи, розділяти навчальні матеріали на блоки, спочатку давати коротку інформацію, а потім завершувати поясненням символів чи зв’язків; використовують різні форми роботи (складання опорних схем, розв’язування завдань, використання теми, тесту, цікавинок (історичних екскурсів, задач тощо) обов’язковий підсумок у кінці уроку.

При внесенні елементів історизму в шкільний курс математики необхідно враховувати такі положення: формувати в учнів діалектики матеріалістичного розуміння умов і причин зародження математики; історію математики використовувати як засіб розкриття логіки її розвитку;

використовувати історизми під час створення проблемних ситуацій; використовувати історизми для підняття учнів на національний рівень у досягненні патріотизму [5].

Історія науки повинна бути основним орієнтиром для здобувачів освіти в їх навчанні, тому що:

- у процесі викладання математики в школі завжди живий інтерес викликають короткі історичні подорожі в минуле, застосування математики до проблем, що поставали і постають перед людством, значення практичних життєвих проблем для розвитку математики. А інтерес до предмету означає також створення умов для його успішного вивчення.

- бесіди вчителя з учнями з історії науки створюють чудові можливості для стимулювання творчості молоді та зміцнення її віри у свої сили.

- елементи історії математики сприяють свідомому засвоєнню фактів, понять і законів, здійсненню міжпредметних зв’язків [9].

Освіта є засобом інтеграції людини в цілісну культуру; є складним соціальним механізмом, основна функція якого - відображення досвіду, накопиченого в культурі, створення умов для цілеспрямованої зміни. Як соціальний інститут, освіта повинна бути гнучкою, пристосовуватися до змін у соціальному середовищі, а отже, і в собі [36].

Традиційна система освіти повторює соціокультурний досвід поколінь, інноваційна система освіти, заснована на нових соціокультурних засадах і орієнтована на інші моделі навчання допомагає формувати нове мислення та культуру праці. Ми вважаємо, що функція інноваційної освіти – масштабне відображення соціокультурного досвіду людства, а отже, воно не можливо без використання історії науки. Отже, освіта як інститут культурного та соціального оновлення створено як стимул інноваційних змін.

РОЗДІЛ ІІ. ЗМІСТОВЕ НАПОВНЕННЯ ТА МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ІСТОРИЧНОГО МАТЕРІАЛУ В КУРСІ АЛГЕБРА Й ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

2.1.Види історичних екскурсів та їх місце на уроках

Гуманізація змісту освіти може бути досягнута шляхом виявлення можливостей навчальної дисципліни в рамках традиційної наукової освіти, тобто: показу місця певного предмета в системі наукової освіти та загальнолюдської культури; зв'язок предмета з іншими предметами; пояснення значення предмета, визначення сфери знань для практичної діяльності людей і розвитку всього людства; визначення зв'язку між досліджуваним предметом і особистим досвідом; знання історії досліджуваних фактів і подій; розповіді про роль учених, їх внесок у науку і культуру; визначення перспективи пізнання та практичного застосування реальних фактів і подій. Це потрібно враховувати під час організації навчального процесу.

На відміну від інших навчальних предметів, математика має узагальнюючий і абстрактний характер. Учні працюють з абстрактними поняттями, такими як лінія, границя, функції, похідна функції, число, вимірювання, просторові форми та інші. Тому вчитель зобов’язаний показати учням, що ці поняття пов’язані з людським життям і творчістю, й історично виникли, щоб задовольнити їхні потреби.

Процес вивчення історії науки у старших класах починається із засвоєння фактів. Особливістю історичних фактів є їх унікальність, неповторність і непомітність. Отже, щоб сформувати уявлення про будь-який історичний факт, необхідно встановити асоціативні зв’язки з уявленнями учнів про сучасні йому події та явища. Між тим сукупність непов’язаних між собою простих фактів призводить до формалізації отриманих знань, що перешкоджає свідомому засвоєнню історичного матеріалу. У процесі вивчення історії науки необхідні для узагальнення та засвоєння в системі не лише самі факти, а й порівняння та визначення важливих контекстів, з'ясування їх ролі та місце у подальшому розвитку даної науки.

Враховуючи принципи гуманітаризації та результати досліджень різних науковців, зокрема В. Бевз, основними критеріями відбору фактів для уроку з історії математики має бути: – наукова достовірність, важливість для розуміння розвитку математики як науки (факти мають входити до загальної системи знань, що відображає історичний процес розвитку науки); – точність і описовість, високий рівень емоційного впливу («сухий», теоретичний матеріал не може викликати інтересу до даної теми); – уміння впливати на розвиток самостійної розумової діяльності учнів та різноманітних умінь (учні аналізують і узагальнюють досліджувані факти, порівнюють подібні події в різні історичні періоди, дізнаються про значення подій для подальшого розвитку науки, а також вчаться працювати з різними джерелами знань: книга, газета, документ, історичний малюнок тощо); –вікові особливості учнів (кількість повідомлених фактів змінюється залежно від віку учнів)[5; 6; 9; 45].

Знання історії науки впливає на глибоке засвоєння основних наукових понять і дає змогу правильно формувати ставлення до діалектики пізнавального процесу, закономірностей розвитку математичної науки, емоційно готує здобувачів освіти до емоційного сприйняття культурної спадщини. Для того, щоб учитель міг використовувати у своїй роботі історико-математичні задачі, він повинен володіти не лише науковими знаннями історичного матеріалу, а й вмінням вводити історичний матеріал у тему уроків.

Історія математики є частиною загального розвитку людської культури. Історія математики як математичної дисципліни включає: факти, зібрані під час її розробки; гіпотези, тобто наукові припущення, засновані на фактах, які потребують додаткової експериментальної перевірки; методологія, тобто загальнотеоретичне пояснення математичних ознак і теорій, що характеризують загальний підхід до вивчення предмета «математика» [10].

Історико-математичний матеріал можна подавати як під час уроків так і у позакласній роботі (на математичних гуртках, вечорах, оформлювати стінгазету, організовувати доповіді запрошених науковців, передивлятися науково-історичні фільми тощо). Під час вивчення математики можна зокрема використовувати інтегровані уроки та уроки-квести, які дозволять розкрити історичні аспекти певного поняття чи цілої теми.

В основу класифікації використання історичного матеріалу на уроках математики можна покласти форму подання: фактографічний звіт (коротка історична довідка); бесіда або розповідь (взаємопов'язані історичні факти, перегляд ілюстративного матеріалу, постановка та розв'язування історичних задач тощо); моніторинг (поглиблений аналіз тієї чи іншої змістової лінії даного курсу математики: числової, функціональної, диференціальної тощо).

Результати аналізу наукової літератури та сайтів для вчителів, зокрема «На урок», свідчать, що частіше вчителі використовують на уроках математики такі форми історичних екскурсів:

- історичні досягнення на уроках (2-10 хвилин виступу);
- органічне повідомлення історичної інформації разом із програмними матеріалами;
- спеціальні уроки з історії математики.

Наведемо приклади, враховуючи основні положення, викладені в п.1.3.

<u>Історичні досягнення.</u>

Узагальнення вивчення елементів інтегрального числення.

Загальний метод диференціювання та інтегрування, який ґрунтувався на розумінні їх взаємооберненості, міг з'явитися лише після 1660 року, оскільки вчені повинні були знати геометричний метод греків та метод Кавальєрі, а також алгебраїчний метод Декарта та Валліса. Цими вченими були Ньютон та Лейбніц (табл. 2.1).

Таблиця 2.1.

Історичні відомості

Ісаак Ньютон (1642-1727)	Готфрид Вільгельм Лейбніц (1646-1716)
	
Винайшов аналіз: 1665-1666 рр.	Винайшов аналіз: 1673-1676 рр.
Опублікував: 1704-1736 рр.	Опублікував: 1684-1686 рр.
Кінематичний підхід	Геометричний підхід

Наприклад, можна організувати у кінці уроку повідомлення, які готують учні.

Тригонометричні функції та їх графіки [40; 44].

Стародавні греки Гіппарх, Менелай і Птолемей вважаються засновниками грецької тригонометрії, яка виникла як математичний інструмент для розв’язання астрономічних задач і пов’язана з прямокутними трикутниками. У XIII столітті Насір ад-Дін ат-Тусі першим розглядав тригонометрію як математичну дисципліну, окрему від астрономії. У XIV столітті перський математик Аль-Каші та тимуридський математик УлугБег створили таблиці тригонометричних функцій. Вважається, що слово «тригонометрія» було введено в 1595 році математиком Бартоломеєм Пітіскусом. У XVIII столітті визначення тригонометричних функцій було розширено до визначення точок на одиничному колі (рис. 2.1) [43]. На разі, використовуючи періодичну природу тригонометричних функцій, розроблені різні математичні моделі для передбачення багатьох природних періодичних явищ.

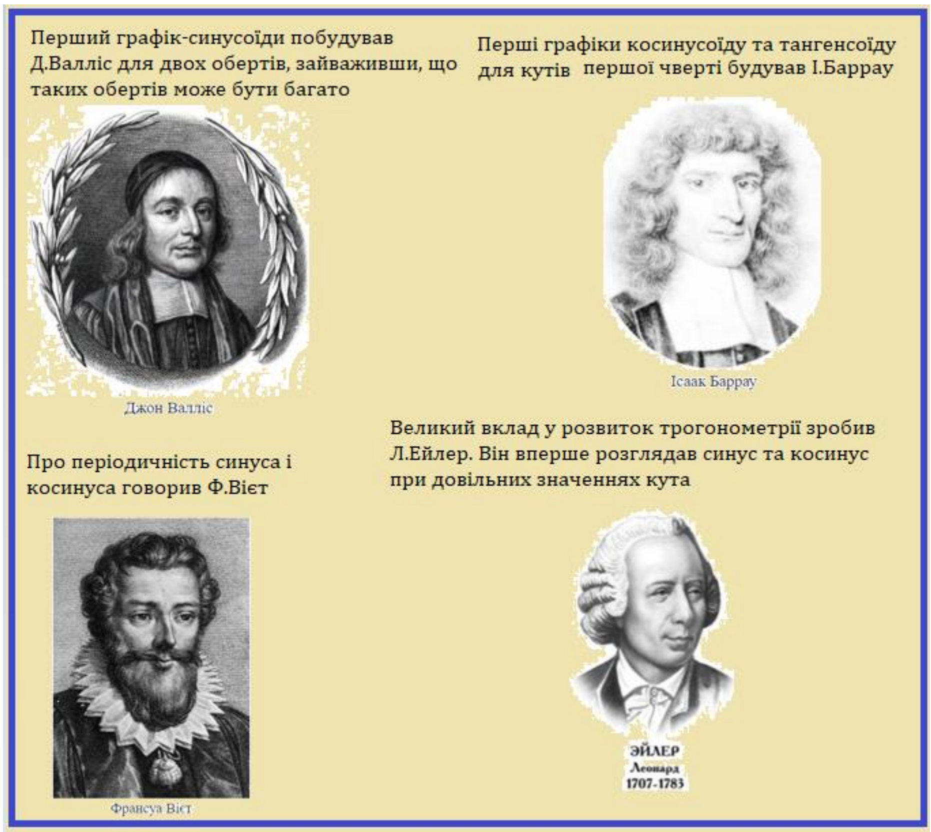


Рис.2.1. Історичні постаті

Органічне поєднання історичної інформації на уроці (повідомлення на уроці)

Це можна подати у вигляді короткого повідомлення, підготовленого вчителем і представленим, наприклад, за допомогою презентації чи інтерактивного плакату.

Логарифми.

Під час вивчення логарифмів вчитель наголошує, що логарифм, де за основу взято число е, називають ще Неперовим, хоча сам Непер насправді нічого не знав ще про саме число е. Непер першим опублікував свої дослідження, хоча винайшов їх одночасно із Бюргі, який довго тримав свій винахід у таємниці. Ідея виникнення логарифмів була пов'язана із арифметичною та геометричною прогресіями. Основна ідея була: побудувати дві послідовності чисел, так зв'язних між собою, щоб при зростанні однієї послідовності в арифметичній прогресії друга спадала б в геометричній прогресії. Тоді добуток двох чисел другої послідовності має просте відношення до суми відповідних членів першої і множення легко звести до додавання. Друг Непера Генрі Бріггс взяв за основу логарифма число 10 і створив відповідні таблиці десяткових логарифмів (рис. 2.2.). Отже, переходимо до вивчення властивостей логарифму[44].

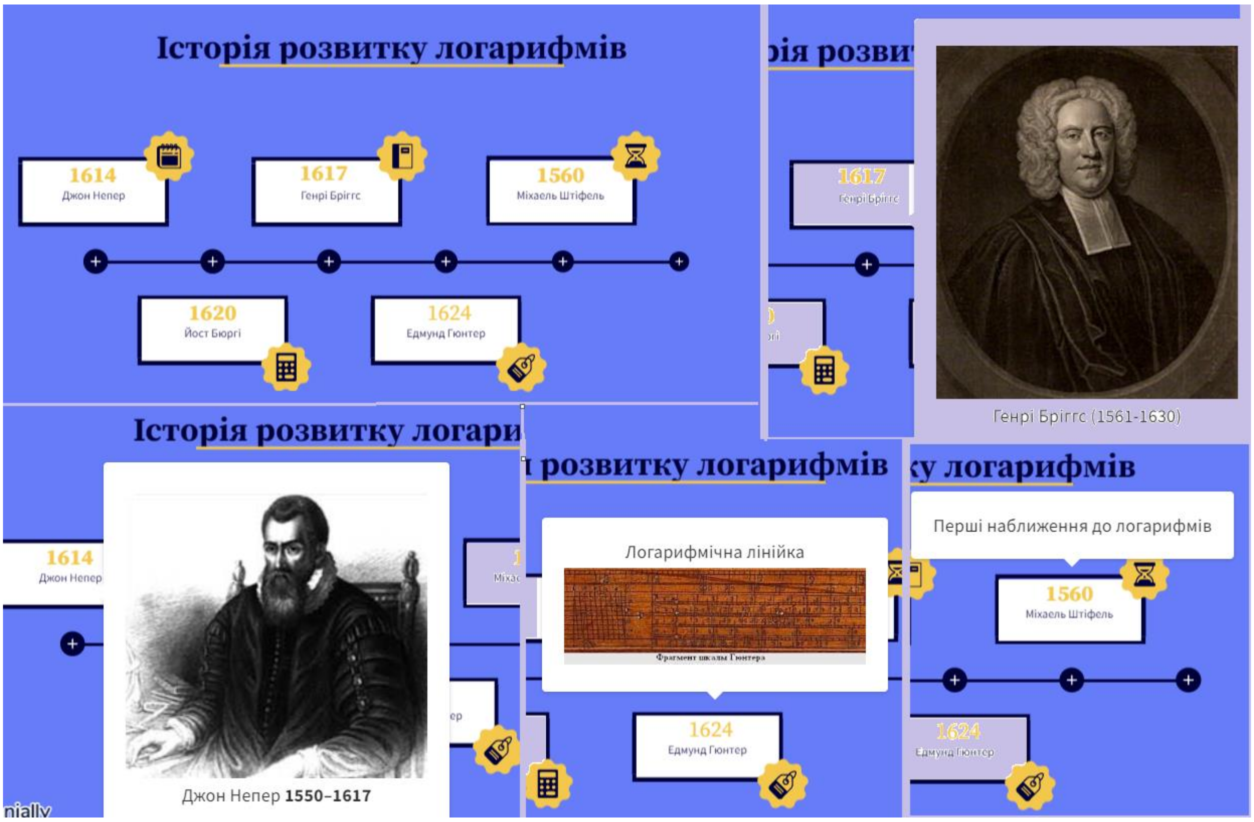


Рис. 2.2. Історія розвитку теорії логарифмів (Genially)

Співвідношення між тригонометричними функціями одного і того самого аргументу.

Вивчення нового матеріалу. Ви знайомі з поняттями синуса, косинуса і тангенса з геометрії. Давайте згадаємо ці поняття [43].

Насправді ці поняття історично пов'язані з прямокутними трикутниками, які стародавні вчені використовували для вивчення астрономії. Але ці поняття можна віднести до одиничного кола, де ордината цієї точки кола буде дорівнювати синусу кута, що утворює радіус кола з додатнім напрямком осі абсцис, а абсциса дорівнює косинусу (рис. 2.3.).

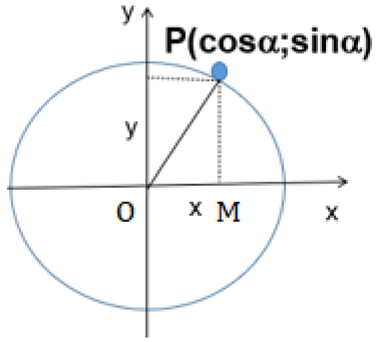


Рис.2.3. Введення поняття синуса та косинуса

Індуїстське слово «*jiba*» (тятива лука) було прийнято арабами, які назвали його «sine *jiba*». Пізніше джиба перетворився на джайб, і це слово означало «складка» або «кривина». Коли європейці перекладали арабські твори на латину, вони перекладали *jaib* словом *sine*, що в перекладі з латині означає «складка». Фібоначчі використовує термін «sinusrectusarcus» у своїй «Геометричній практиці» (1220), що пізніше призвело до використання слова «sinus». А термін «косинус» означає «віднесений до синусу», «доповнюючий синус» «co(mplementi) sinus» (лат.).

Можна пропонувати під час вивчення нового матеріалу цікаві завдання. Наприклад, під час вивчення тригонометричних функцій і введення поняття синуса та косинуса як відповідно ординати та абсциси точки, яка розташована на одиничному колі, можна запропонувати як домашнє завдання пояснити символ, який був запропонований Льюїсом Керролом (автором книги «Аліса в країні див») для позначення цих функцій:

Підказкою може бути таке висловлення: «Якщо перехід від зорового образу до слова, поняття є досить безпосереднім та автоматичним, то мислення буде природним і економним».

<u>Спеціальні уроки з історії математики.</u>

Такі уроки краще проводити у вигляді виконання проєктів з вивчення певного розділу, квесту чи змагання.

Наприклад, можна запропонувати такі завдання.

1. Математичні символи полегшують оформлення задач, їх розв’язання стають простішими, компактнішими. Давайте поєднаємо відповідний символ із ім’ям людини, яка винайшла його.

Дане завдання можна оформити за допомогою програми LearningsApps (рис.2.4.).

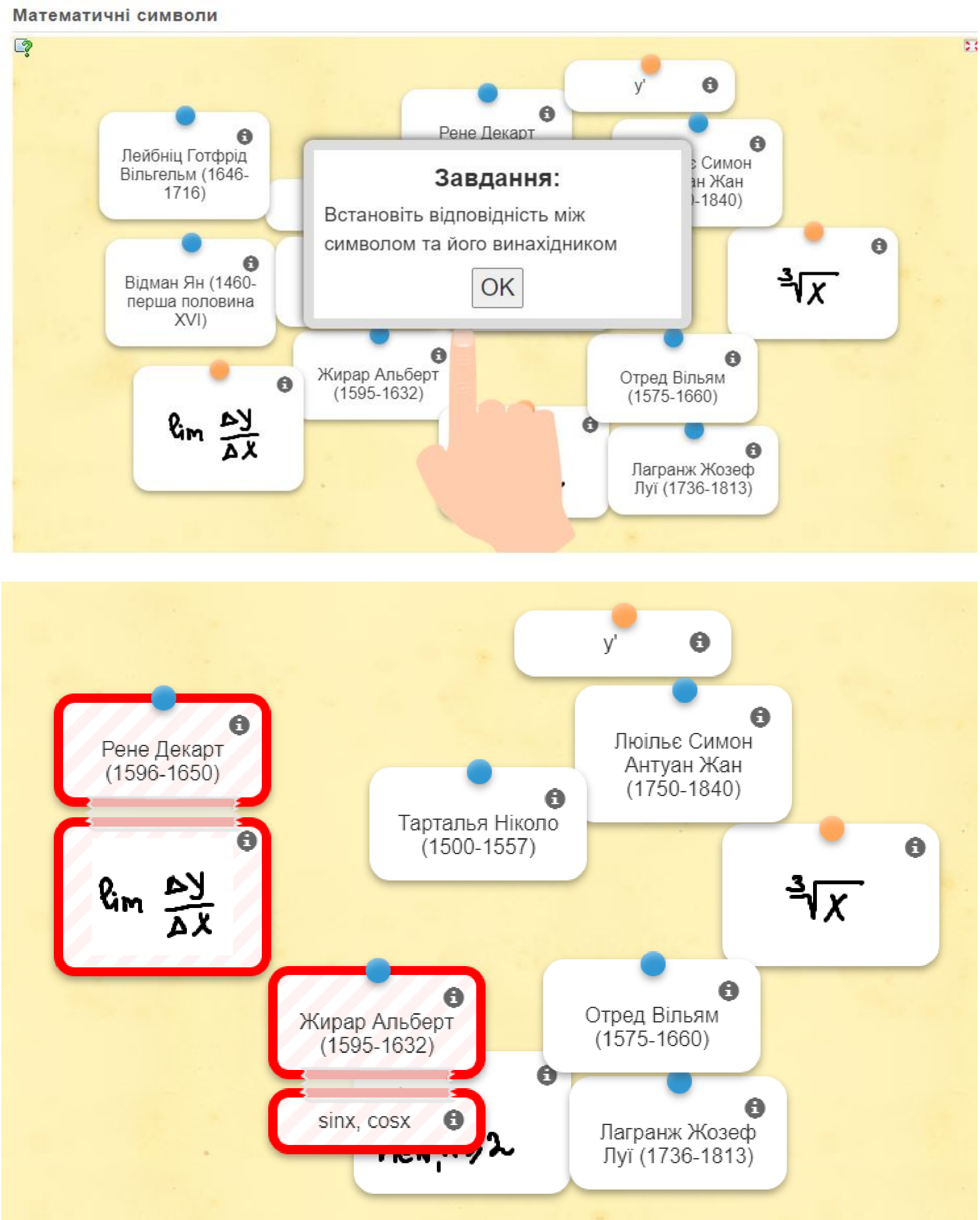


Рис.2.4. LearningsApps – символи та їх винахідники

2. Встановіть відповідність між біографією відомого математика та його портретом (рис.2.5) (є підказка – певна деталь з біографії та дати життя).

Рис.2.5. Вчені та їхні біографії

3.Можна запропонувати здобувачам освіти скласти хмаринку із слів, які будуть включати прізвища математиків, які сприяли розвитку алгебри чи початків аналізу, та ті основні поняття, які вони відкрили. Це можна зробити, наприклад, за допомогою платформи WordArt. Можна дати завдання як домашню роботу, а можна у класі створити з дітьми разом.

Хмари слів (колаж із слів або хмара тегів) — це візуальні представлення тексту, які дають високий рейтинг словам, які найчастіше зустрічаються.

У кінці вивчення курсу можна запропонувати учням пригадати прізвища вчених та основні поняття, з якими вони зустрічалися під час вивчення Алгебри і початків аналізу і заповнити табличку (рис.2.6).

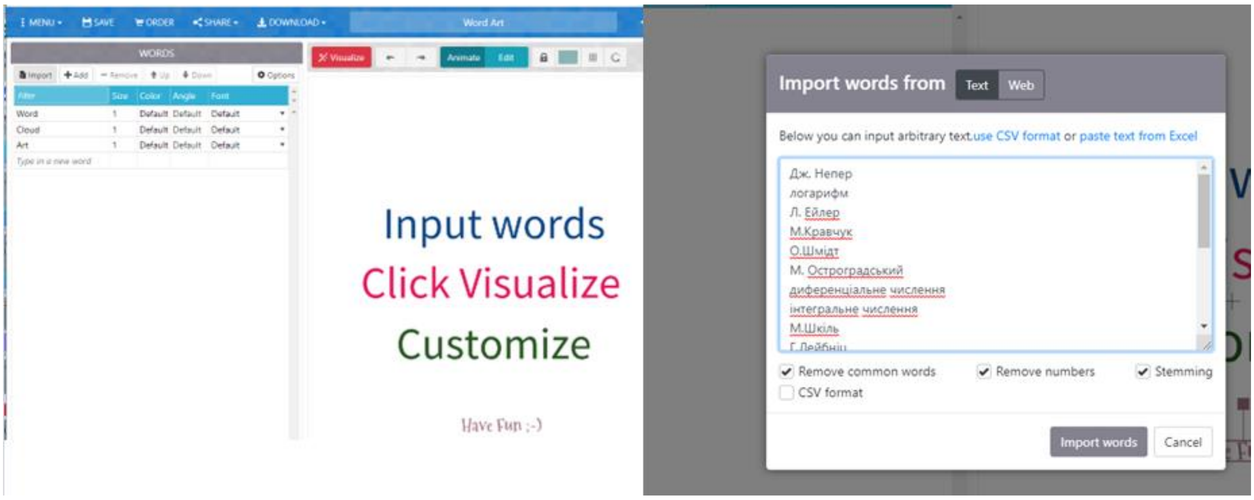


Рис.2.6. WordArt

Після обрання кольорів, стилю написання, картинки, маємо хмаринку, яка включає наші ключові слова (рис.2.7).

Рис.2.7. Хмаринка слів

Така робота дає можливість повторити термінологію, відтворити в пам’яті історичні постаті, зробити вивчення математики яскравішим, гуманітаризувати її.

Крім цього такі уроки можна організовувати й у вигляді проєктів. Наприклад, під час вивчення тригонометрії можна провести проєкт «Тригонометрія від історії до сучасності» [43].

Мета проєкту: ознайомлення учнів із історичними віхами розвитку тригонометрії як елемента геометрії, як елемента алгебри, розвиток тригонометричних функцій, їх прикладне використання від минулого до сучасного.

Учні отримують цей проєкт на початку вивчення тригонометричних функцій і звітують на уроці узагальнення та систематизації знань із цього розділу. Розглянемо для прикладу виконання цього завдання групою дослідників. Здобувачі освіти відбирають матеріал і створюють його як інтерактивний постер-презентацію у формі книги на платформі Genially (рис. 2.8.).

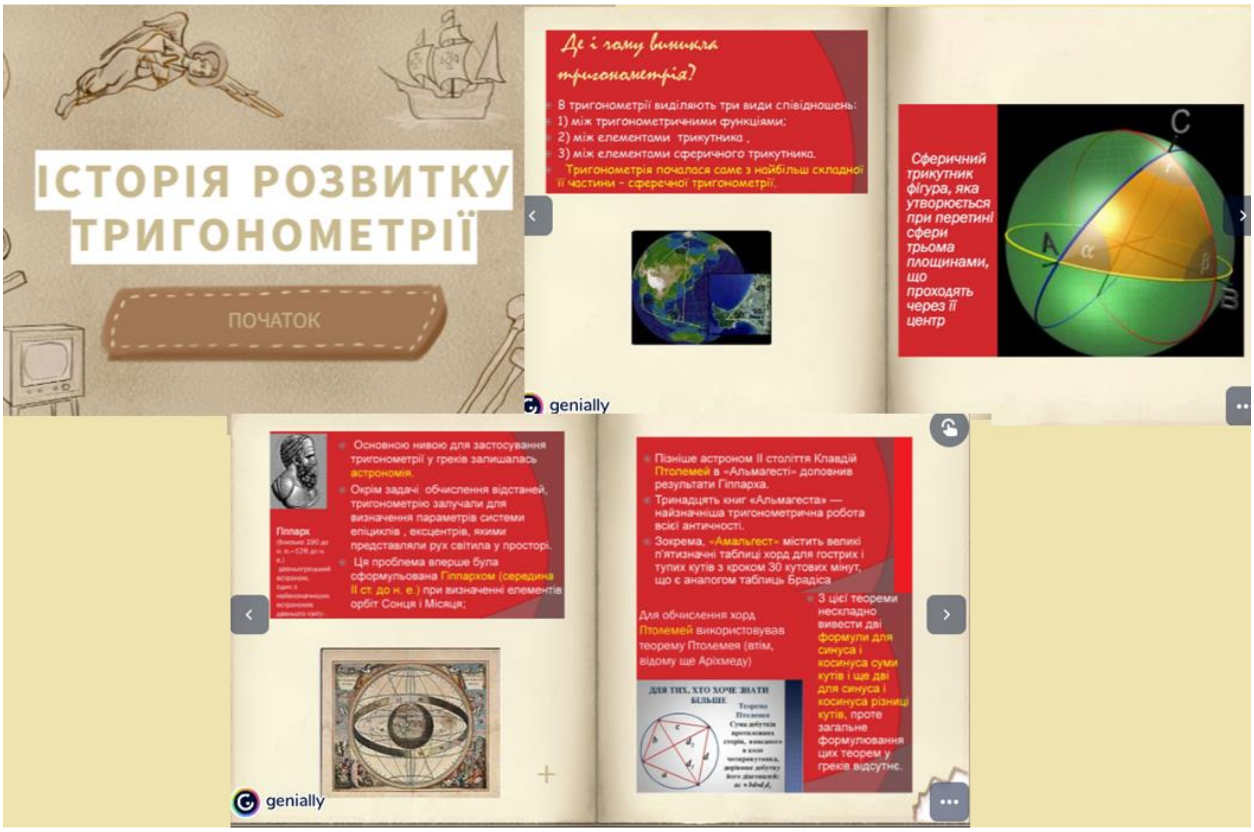


Рис.2.8. Представлення проєкту «Історія розвитку тригонометрії» на платформі Genially

В якості ознайомлення учнів із історією відкриттів математичних термінів, понять, методів чи способів розв’язування різних задач, доцільно підбирати відео ролики чи фільми, які містять потрібну інформацію. Так вчитель може як пропонувати продивитися весь фільм, а може, зробити короткі відео-фільми із існуючих (звісно, вказуючи джерело).

Так, наприклад, під час вивчення кубічних рівнянь або під час повторення розв’язування квадратних рівнянь доцільно показати фільм[2], в якому показується геометричний спосіб винаходу розв’язків таких рівнянь (рис. 2.9).

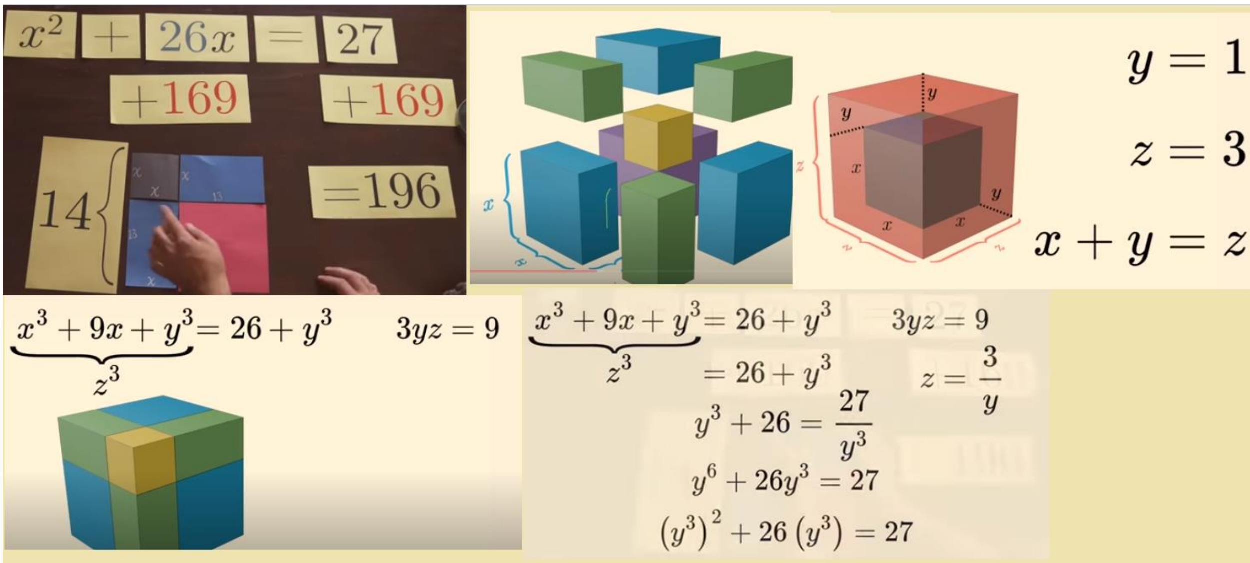
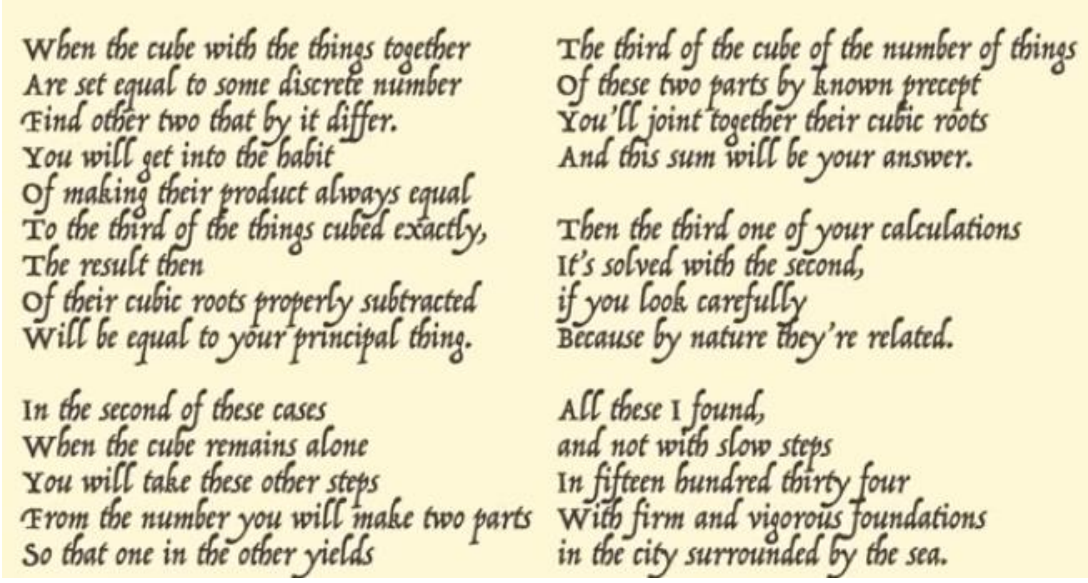


Рис.2.9. Розв’язування квадратних та кубічних рівнянь [2]

Цікавим є той факт, що математики не завжди записували свої винаходи у вигляді формул. Так, наприклад, Тарталья написав метод розв’язування кубічних рівнянь у вигляді вірша (рис.2.10).



When the cube with the things together
Are set equal to some discrete number
Find other two that by it differ.
You will get into the habit
Of making their product always equal
To the third of the things cubed exactly,
The result then
Of their cubic roots properly subtracted
Will be equal to your principal thing.

In the second of these cases
When the cube remains alone
You will take these other steps
From the number you will make two parts
So that one in the other yields

The third of the cube of the number of things
Of these two parts by known precept
You'll joint together their cubic roots
And this sum will be your answer.

Then the third one of your calculations
It's solved with the second,
if you look carefully
Because by nature they're related.

All these I found,
and not with slow steps
In fifteen hundred thirty four
With firm and vigorous foundations
in the city surrounded by the sea.

Рис.2.10. Вірш Тарталья [2]

Використання пізнавальних завдань має позитивні результати при:

- систематичному визначенні завдань;
- їх поступовому і безперервному ускладненні;
- визначенні ролі і значення завдань у розвитку пізнавальних здібностей учнів;
- адаптації завдань до потреб інтелектуального розвитку учнів та ключових напрямків [13].

Доречним є повідомлення учням біографій, особливо молодих математиків, які вже у досить молодому віці зробили вагомі відкриття, це, можливо, дасть молодому поколінню приклад для віри в себе, свої таланти.

Так, наприклад, Блез Паскаль довів свою першу теорему у віці 8 років, Жозеф-Луї Лагранж у 18 років – став професором університету; П'єр-Симон Лаплас – у 17 років написав теорію ігор, Огюстен-Луї Коші у 22 роки отримав свою першу вчену степінь в області математики, у 26 років - написав оду диференціального числення; Карл Гаусс – король математики, у 7 років подумки порахував суму від 1 до 100, у 18 років – винайшов метод найменших квадратів, у 20 років – захистив дисертацію (стає доктором університету). А у 2022 році українка Марина В'язовська отримала медаль

Філдса – аналог Нобілевської премії з математики у віці 37 років (друга жінка в світі).

У додатку А наведено біографії українців-математиків, які доречно повідомляти учням під час вивчення відповідних тем (або пропонувати здобувачам освіти самим підготувати таку інформацію) або можна організувати математичний вечір, присвячений внеску вітчизняних математиків в історію розвитку математики.

У додатку Б наведені короткі історичні відомості розвитку відповідно теорії функцій, логарифмів, комплексних чисел та інших понять, які розглядаються в 10-11 класах. Ці відомості вчитель може використовувати в якості коротких повідомлень на уроках.

2.2. Історичні задачі та методи їх розв'язування

Історичні задачі – це завдання, які зберігаються в історії і передаються від покоління до покоління. Це стародавні історичні пам'ятки, задачі, створені відомими математиками чи іншими історичними діячами, старі підручники та посібники, журнали та інші друковані джерела, а також задачі математичного фольклору різних народів. Багато задач, що дійшли до нас з глибокої давнини, цікаві не математично, а історично: вони дозволяють сучасникам оцінити рівень розвитку математики у різні часи [1].

Історичні задачі–це задачі, сформульовані відомими математиками чи іншими історичними діячами, а також задачі з різних джерел, що збереглися в історії. Ці матеріали допомагають учителям математики активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів, сприяють поглибленню знань з математики.

Історичні математичні задачі, сприяють здобуттю учнями додаткових теоретичних відомостей, сприяють з'ясуванню ролі та місця математики в практичній діяльності людей, розвитку інтересу та любові до предмету, формують бажання самостійної творчості та самовираження, лідерства і розуму, критичного підходу до нових фактів. Низка завдань сприяє естетичному вихованню учнів, дозволяючи вчителю врахувати інтереси та бажання учнів та запровадити інший підхід до навчання. Коли такі завдання є вирішені, доцільно проводити невеликі історичні екскурсії.

Історичні завдання були поставлені практичними потребами людства і вирішувалися на той час, як показують єгипетські написи на папірусах. Подальший розвиток математики сприяв розв'язуванню абстрактних задач.

З історичними задачами ми повторюємо історичне та культурне підґрунтя періоду, до якого відноситься задача, зв’язок математики з практичними потребами кожної епохи та країни, а також зв’язок математики з розвитком інших наук, особливо гуманітарних (зокрема, мистецтва та економіки), що має великий вплив на розвиток духовного життя та соціальної структури суспільства[6; 13; 31]. Аналіз навчально-методичної літератури показує, що історичні завдання відрізняються від звичайних завдань, з якими мають справу здобувачі освіти. Різницю можна побачити у формулюванні умови та вимоги, запитання, характері даних для задачі числового значення та виборі методу розв’язування цієї задачі.

Однією з яскравих особливостей історичних задач є стиль їх написання – найчастіше вони мають форму казки чи оповідання та мають назву.

В історії розвитку математики окремо можна виділити софізми, які виникли ще в Стародавній Греції, у якій навіть були спеціальні вчителі, які навчали цій мудрості – сформувати здатність людини доводити все, що завгодно, виходити переможцем з будь-якого розумового змагання.

Софізм зазвичай визначається як помилка або лінія міркування, яка стверджує якусь очевидну абсурдність, безглуздість або парадоксальне твердження, що суперечить загальноприйнятій думці [14; 25; 39].

Надумана переконливість багатьох софізмів, їхня ілюзія «логічності» та «доказовості» містить у собі добре приховану помилку, порушення правил мови чи логіки. Софізм–це обман, але обман непомітний і замаскований, щоб не відразу впадав в очі і не кожен міг його виявити. Говорячи про видиму переконливість софізмів, давньоримський філософ Сенека порівнював їх з мистецтвом мага: ми не можемо сказати, як діють їхні маніпуляції, хоча ми знаємо, що все йде не так, як нам здається. Для успішного подолання софізмів, що зустрічаються в процесі аргументації, необхідно добре знати обговорювану тему, володіти навичками логічного аналізу міркувань, бачити і переконливо виявляти логічні помилки, допущені опонентом.

Парадокс–це термін (слово), який використовується для позначення певного речення чи поняття, яке має суперечливе значення («всупереч очікуванням»). Логічно парадокс–це твердження, яке суперечить самому собі.

Так, відомий софізм Зенона про «Ахіллеса та черепаху»[14; 39] (рис.2.11) можна використати під час вивчення поняття неперервності (Ахіллес, що біжить в 10 раз швидше за черепаху, не зможе її наздогнати). Міркування Зенона спиралися на знання того часу, вони не допускали можливості поділу шляху на нескінченно малі проміжки).

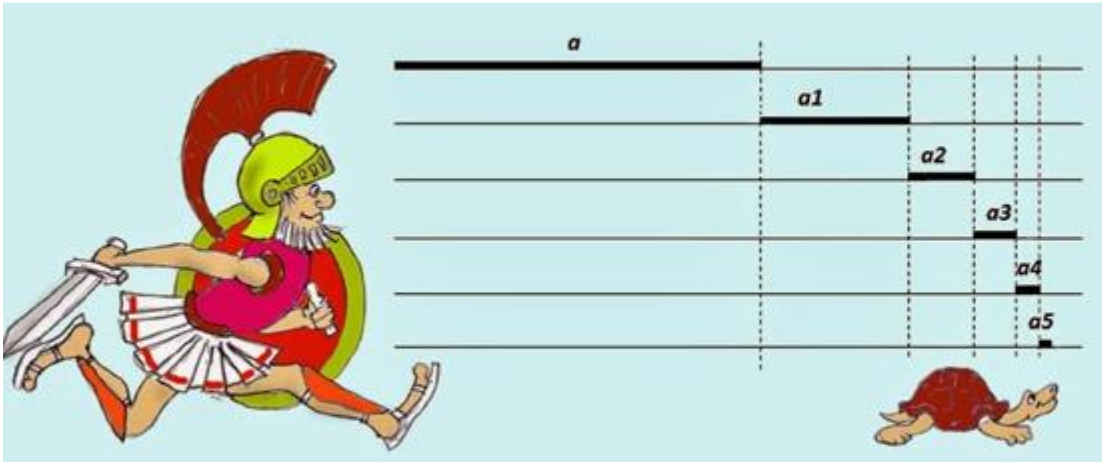


Рис.2.11. Софізм Зенона

Наприклад, під час вивчення теми «Логарифми», доводимо, що 2>3. Візьмемо нерівність $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$, вона істинна, її можна записати у вигляді $(\frac{1}{2})^2 > (\frac{1}{2})^3$. Прологарифмуємо останню нерівність за основою 10: $2lg\frac{1}{2} > 3lg\frac{1}{2}$. Поділимо обидві сторони на логарифми і отримуємо 2>3. Що не так? (насправді, даний логарифм є від'ємним, тому при діленні на нього ми маємо змінити знак нерівності).

Знаходження первісної [25].

Обчислюючи первісну для функції *f*(*x*)=*sinx*cosx*, учні отримали дві відповіді: $F_1 = \frac{1}{2}sin^2x, F_2 = -\frac{1}{2}cos^2x.$ Тоді справедливою є рівність: $\frac{1}{2}sin^2x = -\frac{1}{2}cos^2x.$ Звідси, $sin^2x + cos^2x = 0.$ 1=0. Зрозумівши, що щось не так, учні пригадали, що потрібно додати сталу величину. Вийшла рівність: $\frac{1}{2}sin^2x + C_1 = -\frac{1}{2}cos^2x + C_2.$ Але ж сталі можуть бути рівними. Тому знову отримуємо 1=0. Де помилка? (Будь-які первісні для однієї функції відрізняються між собою на сталу величину. Тому $\frac{1}{2}sin^2x = -\frac{1}{2}cos^2x + C.$).

Такі софізми та парадокси навчають міркувати критично та уважно слідкувати за поясненнями вчителя, розвивають спостережливість та роблять предмет математики яскравішим.

Під час введення різних формул можна демонструвати їх доведення/виведення, подані авторами цих формул.

Наприклад, Ф. Вієт довів формули тригонометрії[37]:

$$cos\beta - cos\alpha = 2sin\frac{\alpha+\beta}{2}sin\frac{\alpha-\beta}{2}, sin \propto -sin\beta = 2sin\frac{\alpha-\beta}{2}cos\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

Розглянемо це доведення.

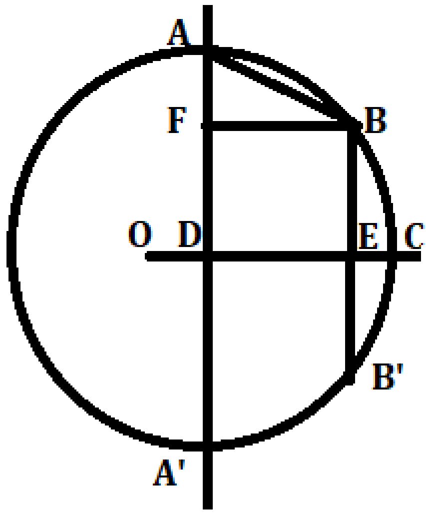


Рис.2.12. Ілюстрація до доведення Ф.Вієта

Нехай дуги CA=α, CB=β. Проведемо AD і BE перпендикулярно до радіуса OC і BF паралельно OC, то, вважаючи радіус кола рівний 1, матимемо:

$$cos\beta - cos\alpha = DE = ABsinFAB = 2sin\frac{\alpha+\beta}{2}sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$sin \propto - sin\beta = FA = ABcosFAB = 2sin\frac{\alpha-\beta}{2}cos\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

Поняття логарифма. *Задача Штіфеля*[37]. Знайти *x*:

$$\frac{2187}{128} = \left(\frac{27}{8}\right)^x$$

Розв’язання. Тричі множимо на дріб 8/27:

$\left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{2187}{128} * \frac{8}{27} = \frac{81}{16}$; $\frac{81}{16} * \frac{8}{27} = \frac{3}{2} > 1$; $\frac{3}{2} * \frac{8}{27} = \frac{4}{9} < 1$.

$\frac{3}{2} = (\frac{4}{9})^{-\frac{1}{2}}$; x -2=0,5(3-x), x=2 $\frac{1}{3}$.

А зараз як би ми розв’язали з вами цю задачу? Ми б звели до логарифма, але на той час ще не було введено таке поняття.

$$x = log_{\frac{27}{8}}\frac{2187}{128} = \frac{1}{3}log_{1,5}(\frac{3}{2})^7 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Наведемо ряд історичних задач[9; 37].

Метод математичної індукції. *Задача Архімеда* (тут можна дізнатися в учнів, що вони знають про цього вченого? Чи знають вони ще щось крім історії із короною (коли Архімед визначив скільки ж грамів срібла використав майстер замість золота) і його знаменитим висловом «Еврика». Чи відомо їм, що він допомагав при охороні Сиракуз, підпалюючи ворожі кораблі за допомогою заломлення сонячних променів?). Доведіть, що сума n перших чисел натурального ряду дорівнює $n(n+1)/2$.

Доведення. За методом математичної індукції.

1. Нехай n=1, тоді 1=1*(1+1)/2, 1=1 виконується.
2. Нехай твердження істинне при $n=k$, тобто сума k перших чисел натурального ряду дорівнює $k(k+1)/2$.
3. Перевіримо істинність твердження при $n=k+1$.

   1+2+…+k+(k+1)=$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$, що й потрібно було довести.

4. За методом математичної індукції твердження істинне для всіх чисел натурального ряду.

Задача Лейбніца. Показати, що якщо n– ціле число, то (n^5-n):5.

Розв'язання. $n^5 - n = n\ (n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1)$. Якщо n не ділиться на 5, то можливі форми цього числа $5k \pm 1$ і $5k \pm 2$; тоді n^2 має вигляд $25k^2 \pm 10k+1$ і $25k^2 \pm 20k + 4$. Тобто один із виразів $(n^2- 1)$ або $(n^2 + 1)$ ділиться на 5. Якщо один із множників ділиться на 5, то й весь добуток ділиться на 5, що потрібно було довести.

Задача Лейбніца. Відомо, що (n^3-n):3, (n^5-n):5, (n^7-n):7. Чи правильно твердження: а) для будь-якого натурального n і будь-якого непарного натурального k вираз (n^k-n) ділиться на k? б) для будь-якого натурального n і будь-якого парного натурального k вираз (n^k-n) не ділиться на k?

Ці задачі доречно буде розглянути у 10 класі, під час вивчення теми «Метод математичної індукції» або у 11 класі під час повторення всього матеріалу з алгебри.

Дії із степенями; рівняння. *Задача Ньютона*. Перемножте вирази:

$\frac{2ax}{c} - \sqrt{\frac{a^3}{c}}$ і $3a+\sqrt{\frac{ab^2}{c}}$.

Задача Діафанта. Знайти три числа такі, що сума всіх трьох і кожних двох була квадратом.

Вказівка. Нехай наші три числа це a, b і c. З умови ми маємо:

1. $a+b=x^2$
2. $a+c=y^2$
3. $b+c=z^2$
4. $a+b+c=w^2$

Додавши перші три рівняння разом, отримуємо: $2(a+b+c)=x^2+y^2+z^2$.

Враховуючи 4), маємо:$2w^2=x^2+y^2+z^2$

Розглянемо 1) і 2). Ми можемо виразити c як різницю w^2і x^2:

$c=w^2-a-b$, $c=w^2-x^2$.

Аналогічно можемо знайти b:

$b=w^2-a-c$, $b=w^2-y^2$.

Тепер, якщо ми підставимо c і b у 3) рівняння, то:

$w^2-x^2+\ w^2-y^2=z^2$, $2w^2-x^2-y^2=z^2$.Отже, $2w^2=x^2+y^2+z^2$. Тобто такі числа існують. Щоб знайти конкретні числа, потрібно перебирати можливі значення для квадратів змінних *x, y, z, w*.

Задача Л.Ейлера. Деякий чиновник купив коней і биків за 1770 талерів. За кожного коня він сплатив по 31 талеру, а за кожного бика – по 21 талеру. Скільки коней і биків він купив?

Розв'язання. Позначимо через x – кількість коней, y – кількість биків, тоді $31x + 21y = 1770$, звідки $y = 84 - x - \frac{10x-6}{21}$=84–*x*–2*$\frac{5x-3}{21}$. З останньої рівності слідує, що ($5x$– 3) ділиться на 21 (*x, y* – натуральні числа). Тоді $5x -$ $-3 = 21t$, $5x = 21t$+3, отримаємо $y = 84 - x$– 2t, $x =$ 4t +$\frac{t+3}{5}$. Отже, $t + 3$ ділиться на 5, тобтоt + 3 = 5k, t = 5k − 3, x = 4t + k = 4(5k– 3) + k, x = 21k − 12, y = 84– − x– 2t = 84 –(21k– 12)– 2(5k– 3), y = 102 – 31k. Знайдемо значення k, якщо x = 21k − 12, y = 102 – 31k, де *x, y* – натуральні числа.

$$\begin{cases} 21k-12>0 \\ 102-31k>0 \end{cases}, \begin{cases} 21k>12 \\ 31k<102 \end{cases}, \begin{cases} k>\frac{12}{21} \\ k<\frac{102}{31} \end{cases}, \frac{4}{7}<k<3\frac{9}{31}, k\in N, k=1{,}2{,}3.$$

Маємо, при $k_1 = 1$, $x_1 = 9$, $y_1 = 71$; $k_2 = 2$, $x_2 = 30$, $y_2 = 40$; $k_3 = 3$; $x_3 = 51$, $y_3 = 9$.

Рівняння Бхаскари. $x^4-2x^2-400x=9999$.

Розв'язання.$x^4-11x^3+11x^3-121x^2+119x^2-1309x+909x-9999=0$

$x^3(x-11)+11x^2(x-11)+119x(x-11)+909(x-11)=0$

$(x-11)(x^3+11x^2+119x+909)=0$

$x_1=11$ *або* $x^3+11x^2+119x+909=0$, $x_2=-9$.

Розглянуті задачі доцільно використати під час вивчення теми «Рівняння. Нерівності» в 11 класі.

Функція. *Задача А.Колмогорова*. Яку додаткову умову необхідно накласти на значення x у формулі $f(x)=1$, щоб отримати означення функції $f(x) = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{1-x})^2$?

Розв'язання. $f(x) = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{1-x})^2 = |x| + |1-x|$. Розкриваючи модуль, та враховуючи ОДЗ, бачимо, що потрібно накласти умову $0 \leq x \leq 1$.

Задача Х.Гольдбаха. Довести, що при a і b цілих і додатніх сума всіх дробів виду $\frac{1}{(a+b)^{b+1}}$має границею одиницю.

Вказівка. Надавати a і b різних значень, починаючи з 1, утворений ряд буде складатися з нескінченної множини спадних геометричних прогресій.

Первісна та інтеграл. *Задача У.Нейля*. Обчислити довжину дуги напівкубічної параболи $y^2=x^3$.

Вказівка. Скористатися формулою $l = \int_a^b \sqrt{1+y'^2}dx$.

Задача Е.Торрічеллі. Довести, що площа криволінійної трапеції, обмеженої графіком показникової функції, пропорційна різниці значень цієї функції на кінцях відрізка.

Доведення. $S = \int_{x_1}^{x_2} a^x dx = \frac{a^{x_2}-a^{x_1}}{lna} = \frac{y_2-y_1}{lna}$.

Розглянуті вище задачі доцільно розглянути під час вивчення відповідних тем «Похідна», «Первісна та інтеграл». Можна запропонувати їх виконати вдома та знайти інформацію про вчених, чиє ім'я «носять» дані задачі.

Теорія ймовірності. *Задача Галілея*. Три гральних кубика підкидаються одночасно. Що більш ймовірно: випаде на трьох кубиках сума 10 чи сума 9?

Розв'язання. Потрібно перебрати можливі набори цифр, що випадатимуть на кубиках. Для отримання суми 10 є такі можливі набори: 1,3,6; 1,4,5; 2,2,6; 2,3,5; 2,4,4; 3,3,4. Для отримання суми 9: 1,2,6; 1,3,5; 1,4,4; 2,2,5; 2,3,4; 3,3,3. Кількість наборів однакова. Тож й ймовірності є однаковими.

Задача кавальєра де Мере, запропонована Б. Паскалю у 1654 році. Два гравці грають у лото на гроші. Вони поставили порівну і домовилися, що всі гроші отримує той, хто першим виграє певну наперед вибрану кількість партій. Чому їм прийшлося перервати гру тоді, коли одному не вистачало до потрібної кількості виграних партій лише однієї партії, а другому – двох. Як їм розділити ставку?

Помилка Д'аламбера. Знайти помилку у міркуванні Д'аламбера.

Підкидаємо дві однакові монети. Яка ймовірність того, що вони впадуть на одну і ту ж сторону?

Розв'язок Д'аламбера: Дослід має три рівно можливих результати:

1) обидві монети впадуть на «орла»;

2) обидві монети впадуть на «решку»;

3) одна з монет впаде на «орла», інша на «решку».

З них сприятливими будуть два результати.

Насправді правильна розв'язок є таким.

Дослід має чотири рівно можливих результату:

1) обидві монети впадуть на «орла»;

2) обидві монети впадуть на «решку»;

3) перша монета впаде на «орла», друга на «решку»;

4) перша монета впаде на «решку», друга на «орла».

Д'аламбер допустив одну помилку: він об'єднав два елементарних результати в один.

Розглянуті вище задачі доцільно розглянути в 11 класі під час вивчення розділу, присвяченому вивченню теорії ймовірності.

Використання історичних задач в курсі алгебри і початків аналізу носить рекомендований характер і не є обов'язковим, але їх розв'язування сприяє розумінню історичних підходів до розв'язування задач та порівняння цих методів із сучасними.

2.3.Web-квест як засіб ознайомлення учнів з біографіями творців Алгебри і початків аналізу.

Як зазначалося вище під час навчання математики необхідно і доречно ознайомлювати здобувачів освіти не лише з програмовим матеріалом, а й з постатями тих, хто розвивав математику.

Це можна робити у вигляді невеликих повідомлень, які зручно робити за допомогою презентацій, підбірки фільмів, інтерактивних плакатів. Можна організувати тестування (наприклад на платформі LearningApps розглянуто у п.2.1), квест або веб-квест за допомогою, наприклад, платформ «Всеосвіта», LearningApps, Classcraft.

Зупинимося на квестах.

Вони виступають джерелом активізації пізнавального інтересу, адже містять такі компоненти: новизна матеріалу, відкриття нового у відомому, наочність (можуть включати в себе історичні довідки, біографії вчених, історичні або логічні задачі, прикладну спрямованість матеріалу тощо).

Квестом називають рухливе самодіяльне інтелектуальне змагання, де учасники отримують завдання у вигляді карти маршруту, що складається із завдань (станцій). Послідовність правильного виконання таких завдань по карті дозволяє досягти успіху та перемоги. Успішне виконання маршрутного завдання часто стає запорукою виконання наступного завдання, тобто проходження всієї карти маршруту. Квести можна класифікувати за кількістю учасників (групові, масові), тривалістю (короткочасні та довгострокові), способом впливу викладача (прямі, опосередковані), за об’єктом організації (готуються та проводяться викладачем; у співпраці зі здобувачами освіти або безпосередньо ними), відповідно до місця проведення (після екскурсії, під час віртуальної екскурсії, Web-квести).

Квест – це інноваційний метод навчання, який підтримує творчий розвиток, когнітивний розвиток, емоційний інтелект людини та є сумісний із командною роботою. Квести, окрім накопичених знань, допомагають учням зрозуміти процеси групової динаміки та закономірності поведінки в системі міжособистісних стосунків.

Web-квести організовуються за допомогою Інтернет. Web-квест – це структуроване навчання, яке використовує посилання на важливі ресурси у Всесвітній павутині та справжнє прагнення заохочувати виконавців до пошуку. Відкриті запитання сприяють розвитку індивідуальних знань, а участь у груповому процесі перетворює нещодавно отримані знання та інформацію на краще розуміння. Web-квести заохочують учасників бачити багаті тематичні зв'язки, підтримують навчання в реальному світі та спонукають до роздумів над власними метакогнітивними процесами. Вони можуть сприяти розвитку важливих складових математичного мислення: критичність у виборі інформації, абстрактність мислення, вміння порівнювати, аналізувати, класифікувати, навичок самостійного проєктування, постановки цілей та самостійно створених академічних шляхів з простим підходом до навчального процесу, який не вимагає спеціальних технічних знань. Вони допомагають вчителю вибрати академічну стратегію на основі сфери інтересів, здібностей учнів, з метою розвитку творчості учнів у навчанні математики.

Ми розробили Web-квест на платформі «Всеосвіта» (https://vseosvita.ua/webquest/ukraintsi-matematyky-18960.html?rl=3596558), що підтверджується свідоцтвом (рис. 2.13). Під час його проходження учасники познайомляться з деякими деталями життя та творчості українців-математиків, серед них: М. Остроградський, Г. Вороний, В. Левицький, М. Кравчук, М. Чайковський, А. Скороход,В. Левицький, Ю. Далецький,А. Самойленко, М. Ядренко, Н. Вірченко.

Рис.2.13. Свідоцтво про створення веб-квесту

Розглянемо докладніше етапи його створення. Найскладнішим є етап підбору інформації, ключових термінів, які б дозволили здобувачеві освіти знайти відповідь, але щоб це не було першим посиланням в Інтернеті (ми використали підібраний нами матеріал, який розміщений у додатку А).

Далі необхідно на платформі «Всеосвіта» обрати шаблон. Дана платформа має досить великий вибір щодо таких шаблонів. Вчитель може складати багаторівневі квести, так, ми обрали два шаблони, тож наш квест є дворівневим (рис.2.14).

Рівень №1 — Початок переглянути шаблон

Цей рівень містить 9 інтерактивних об'єктів:

1 вихід.

8 сповіщень з введенням відповіді.

Інтерактивні об'єкти на цьому рівні:

Мітка №1/9 Стопка паперу | Вихід з рівня | Щоб вийти потрібен ключ

Повідомлення перед введенням ключа:

Розставьте зібрані слова правильно і переходьте далі...

ключ...

Ключ: Алгебра і геометрія - єдині країни, де панують тиша й мир

Повідомлення після введення ключа:

Чудово! Йдемо далі!

а)

Рівень №2 — Наукові доробки переглянути шаблон

Цей рівень містить 8 інтерактивних об'єктів:

1 вихід.

7 сповіщень з введенням відповіді.

Інтерактивні об'єкти на цьому рівні:

Мітка №1/8 Двері | Вихід з рівня | Щоб вийти потрібен ключ

Повідомлення перед введенням ключа:

Складіть вислів.

Введіть автора

ключ...

Правильні варіанти ключа:

Алгебра щедра, вона часто дає більше, ніж у неї просять | Д'аламбер

б)

Рис.2.14. Рівні веб-квесту

Далі необхідно налаштувати гру. Вчитель має прописати привітання, розкрити основне завдання квесту, що виступає ключем. Виставляється час на виконання (ми обрали дві години, оскільки інформацію дійсно потрібно шукати), кількість невдалих спроб (під час внесення своєї відповіді учень може помилитися, але в нього залишається ще певна кількість спроб, ми обрали 10), вказується чи будуть активними усі предмети під час наведення на них курсору, чи вони залишаються нерухомими, які слова будуть заховані за предметами, які не мають завдання (є стандартні варіанти такі як «Довго», «Швидше», ми поставили свої «Шукайте десь в іншому місці») (рис.2.15). Можна згенерувати сертифікат, який учні будуть отримувати по закінченню проходження квесту.

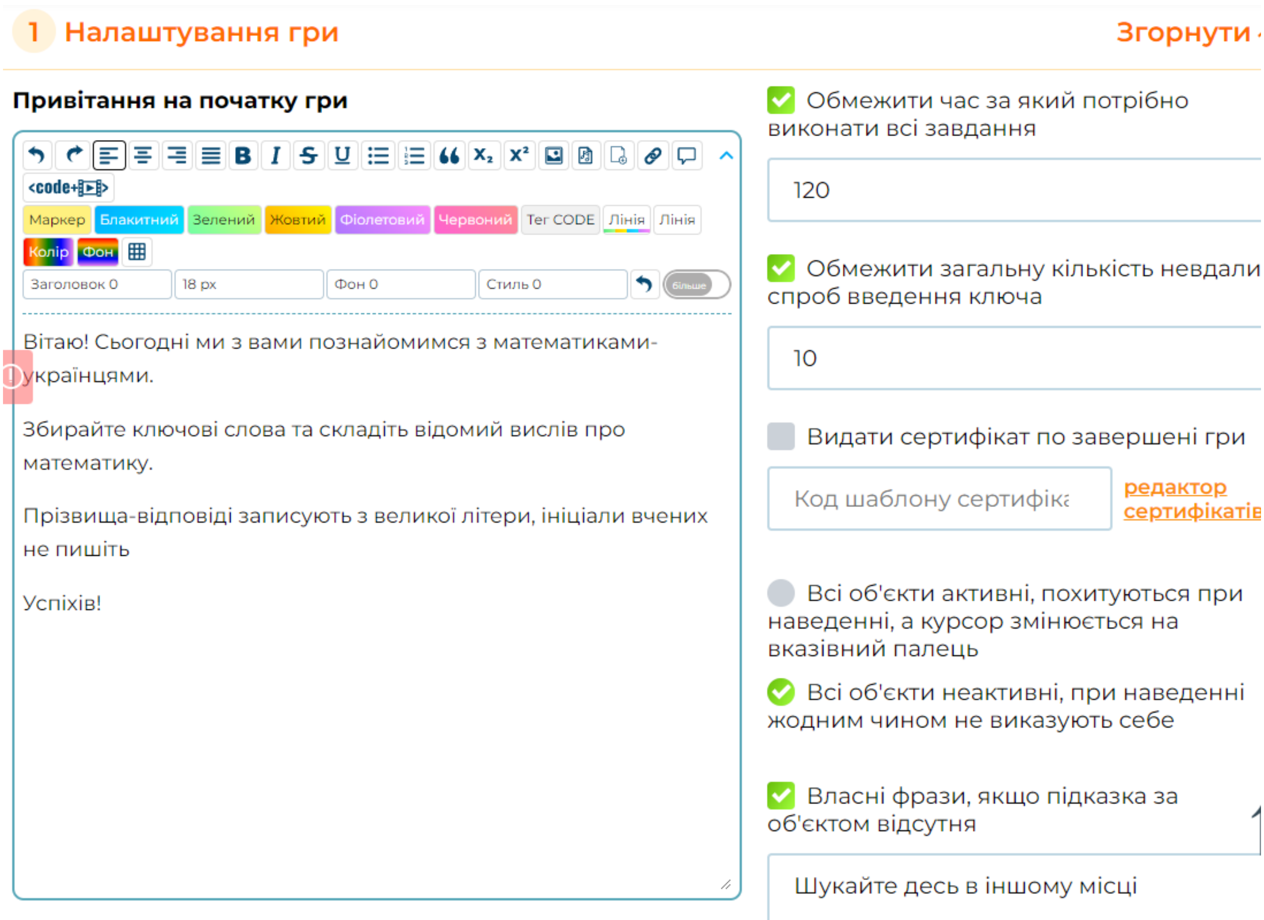


Рис.2.15. Налаштування веб-квесту

Далі вводимо назву квесту, обираємо предмет та для яких класів його можна використати, можна обрати картинку (рис.2.16).

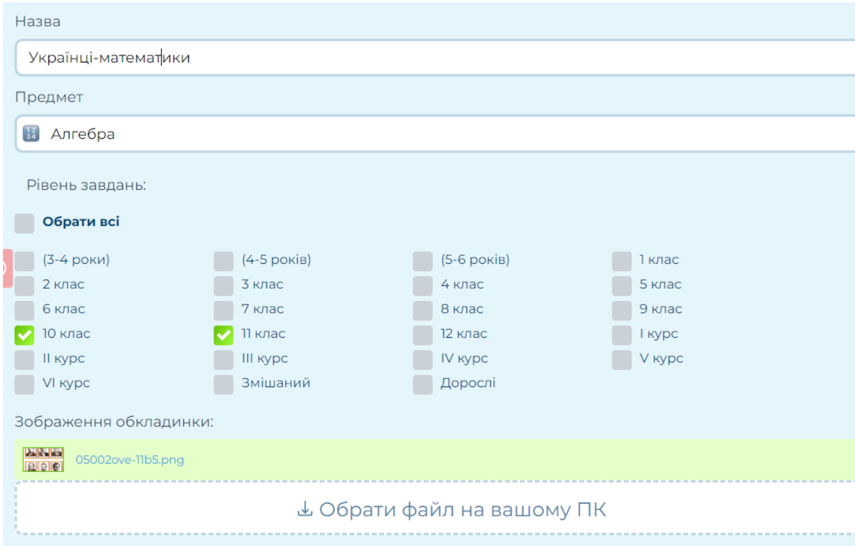


Рис.2.16. Налаштування квесту

Далі придумуємо, що буде ключем. Ми обрали вислови про математику:

«Алгебра і геометрія – єдині країни, де панують тиша й мир» (М.Аньєзі) та «Алгебра щедра, вона часто дає більше, ніж у неї просять» (Ж.Д'аламбера).

Далі обираємо предмет і пишемо завдання, вказуючи правильну відповідь, та ключове слово, яке отримує учасник квесту (рис.2.17).

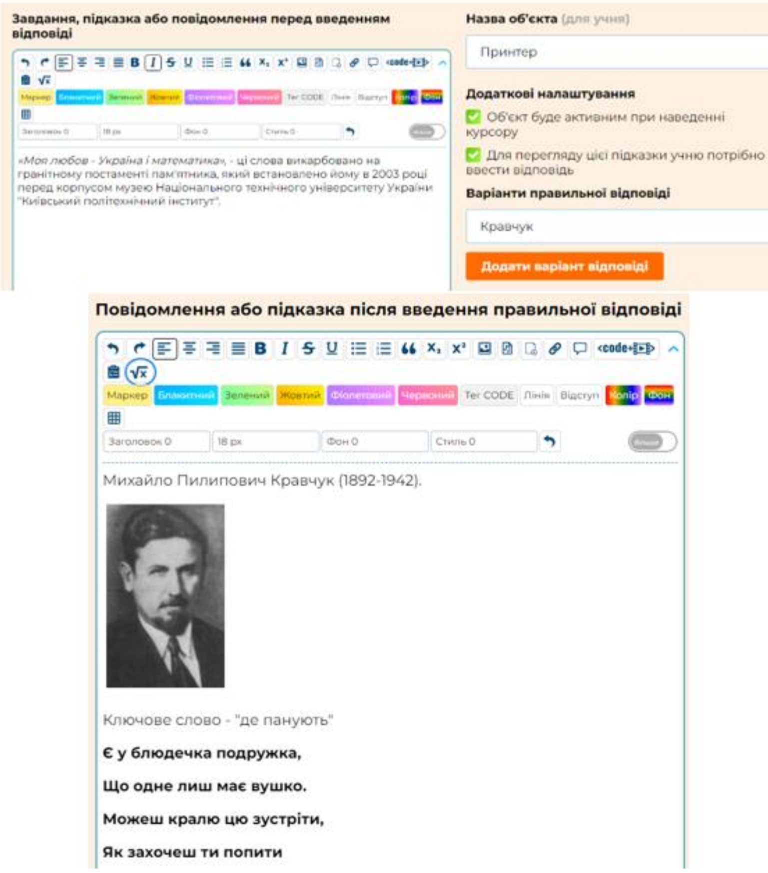


Рис.2.17. Налаштування питання

Необхідно придумати не лише завдання та правильні відповіді, але й підказки, де шукати наступне слово. Ми це робили зокрема й за допомогою віршів (рис.2.18).

Рис.2.18. Підказка до пошуку схованки

Учень бачить квест у наступному вигляді. Починається з привітання. А потім перший рівень. І потрібно самому вдало обрати об'єкт, де буде заховане завдання (рис.2.19).

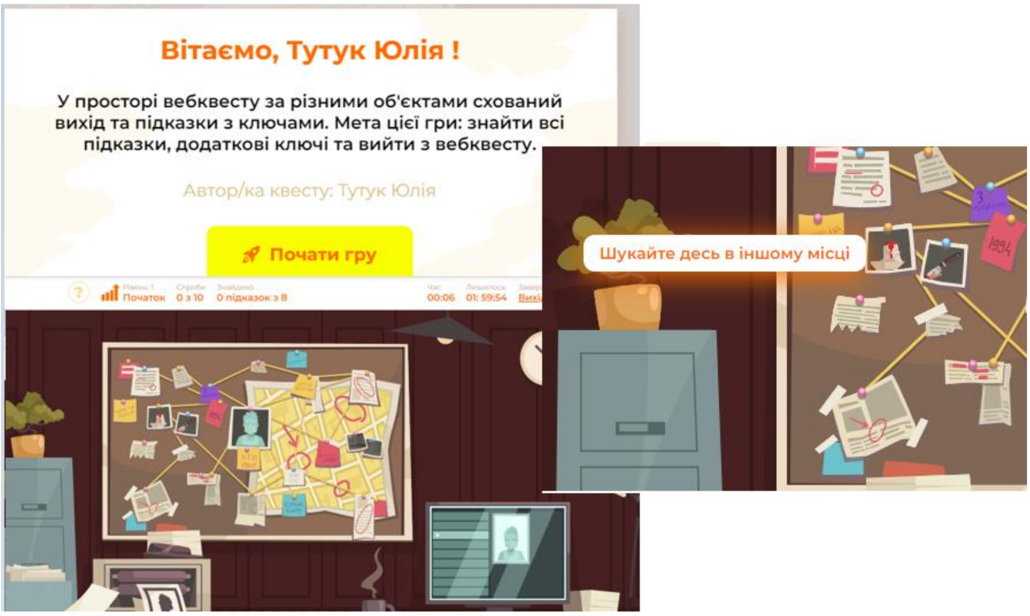


Рис.2.19. Вигляд гри для учасників

Якщо учень вводить правильну відповідь, то отримує ключове слово та підказку, куди рухатися далі. У разі неправильної відповіді втрачає спробу (рис.2.20).

Рис.2.20. Відповіді на питання квесту: правильна і неправильна

Зібравши всі слова вислову учні мають заповнити ключ. Після цього вони зможуть потрапити на другий рівень (рис.2.21).

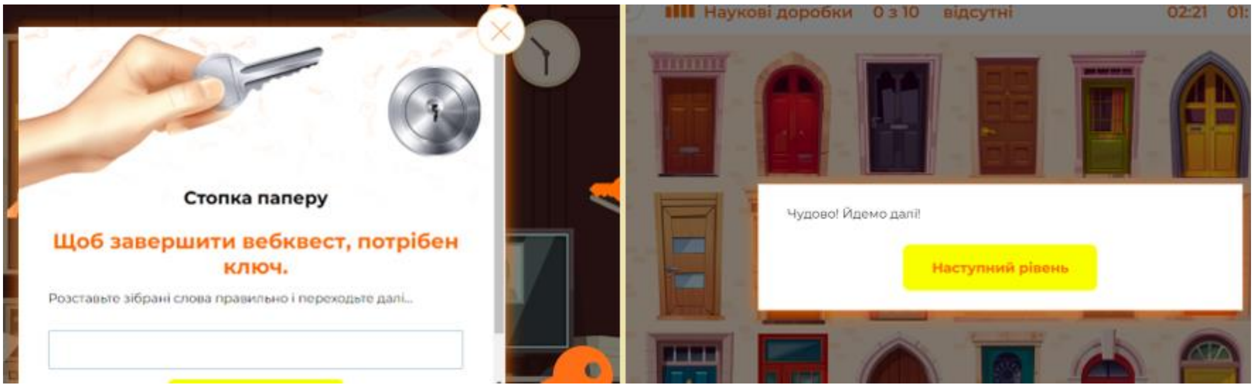


Рис.2.21. Перехід на другий рівень квесту

Не всі картинки мають завдання. Деякі просто містять інформацію про математика, який зробив свій вклад в розвиток Алгебри і початків аналізу.

По вдалому проходженню квесту учень отримує привітання або сертифікат, якщо вчитель передбачав це (рис.2.22).

Рис.2.22. Перемога

В результаті «перемоги» учень не лише отримує диплом, а, що головне, він отримує знання про вітчизняних математиків, їх внесок до розвитку науки, набуває вмінь критично відноситься до знайденої інформації, розвиває інтуїцію.

Використання історії навчальної дисципліни під час її вивчення сприяє кращому засвоєнню її ідей. Особливо це стосується точних наук, яким весь час потрібно доводити здобувачам освіти свою важливість для їхнього подальшого життя. Гуманітаризація освіти – це, насамперед, засіб самовизначення особистості, розвитку самосвідомості, особистісно-професійного подальшого саморозуміння, чому сприяє правильне використання історичного матеріалу під час навчання, зокрема, й алгебри та початків аналізу.

ВИСНОВКИ

Відповідно до мети та поставлених завдань під час дослідження отримано такі **результати**: з’ясовано поняття «гуманітаризація», психолого-педагогічні і методичні основи використання історичного матеріалу в процесі навчання алгебри й початків аналізу, розглянуто види історичних екскурсів та їх місце в навчальному процесі, розглянуто історичні задачі, які можна використовувати в профільній школі під час вивчення Алгебри і початків аналізу, проаналізовано можливості платформи «Всеосвіта», Genially, LearningsApps як засобу для гуманітаризації освітнього процесу.

Результати проведеного дослідження дають підстави для таких **висновків**:

1. Використання історії математики під час навчання математики дають вчителю можливість виконувати пропедевтику складних понять, запровадити евристичний підхід у вивченні математики, гуманітаризувати навчальний процес.
2. Гуманітаризація всіх ступенів освіти в цілому включає приділення великої уваги людині, найбільше сприяння розвитку всіх її здібностей, фізичних і моральних якостей. Гуманізація – це визначення особистості, яка має право розвивати свої якості, реалізовувати їх у суспільстві та утверджувати своє місце в житті.
3. В організації навчального процесу потрібно дотримуватися принципу історизму – розгляд предметів та явищ в їх історичних віхах, розкриваючи всі етапи розвитку такого поняття чи явища, та принцип паралелізму – розкриваючи основи математики, робити кроки в історію її розвитку.
4. Виділяють такі види історичних екскурсів: історичні досягнення на уроках (2-10 хвилин виступу); органічне повідомлення історичної інформації разом із програмними матеріалами; спеціальні уроки з історії математики.

5. Шкільні підручники як правило містять історичні відомості щодо біографії вчених математиків та деякі історичні задачі.
6. За допомогою ІКТ можна яскраво подавати історичний матеріал. Зокрема у цьому можуть допомогти такі платформи як Genially, LearningsApps, WordArt, «Всеосвіта».
7. За допомогою Web-квестів можна ознайомити здобувачів освіти із винахідниками теоретичних основ Алгебри і початків аналізу, зокрема із українцями-математиками.

Розроблені матеріали можна використовувати під час навчання учнів старших класів, під час навчання майбутніх вчителів математики під час вивчення курсів «Історія математики», «Методика навчання математики».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Algebra and beginning analysis. Cubens Mathematics. Веб-сайт.URL:https://cubens.com/en/handbook/algebra-and-introduction-to-mathematical-analysis

2. How Imaginary Numbers Were Invented. Веб-сайт.URL:How Imaginary Numbers Were Invented - Bing video

3. Барановська О.В.Фундаменталізація і гуманітаризція змісту освіти у профільній школі. URL:https://lib.iitta.gov.ua/714526/1/BOV_DTiP_2013.pdf

4. Барно О. Демократизація та гуманізація вищої освіти – запорука формування високопрофесійного спеціаліста XXI століття. *Імідж сучасного педагога*. 2003. №5-6. С.6-12

5. Бевз В.Г. Використання історичного матеріалу у навчанні елементарної математики майбутніх учителів. *Didactics of mathematics: Problems and Investigations.* №29.2007. URL: http://dm.inf.ua/_29/43-47%2028_2007.pdf

6. Бевз В.Г. Використання історичного матеріалу у навчанні предметів математичного циклу. *Didactics of mathematics: Problems and Investigations*. №28.2007. URL: http://dm.inf.ua/_28/43-47%2028_2007.pdf

7. Бевз В.Г. Історія математики: тестові завдання для контролю знань : навчально-методичний посібник у 2-х частинах / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. Ч. 1. 18 с.

8. Бевз В.Г. Історія математики: тестові завдання для контролю знань : навчально-методичний посібник у 2-х частинах / М-во освіти і науки України, Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова. 2004. Ч. 2. 18 с.

9. Бевз В.Г. Практикум з історії математики : навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів /

Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. 312 с.

10. Бевз В.Г. Що таке математика? URL: http://dm.inf.ua/_18/3-10%2018_2002.pdf

11. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч.для 11-го кл.закл.заг.серед.освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с.

12. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Профільний рівень : підруч.для 10-го кл.закл.заг.серед.освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 336 с.

13. Використання історичного матеріалу на уроках математики. Веб-сайт. URL: http://4ua.co.ua/pedagogics/xa2ac69b5c53a89521216c26_1.html

14. Воєвода А.Л. Зацікавити математикою (методичні матеріали для підвищення інтересу до математики): методичний посібник. 2-ге вид., допов. І переоб. Вінниця. ФОП «Легкун В.М.». 2012. 181 с.

15. Годованюк Т.Л. Електронний довідник з історії математики в педагогічних університетах. . URL: https://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/28551

16. Годованюк Т.Л. Методика індивідуального навчання історії математики студентів педагогічних університетів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня кандидата пед.наук: 13.00.02 . НПУ ім.М.П.Драгоманова. К. 2009. 22 с.

17. Гончаренко С.У. І все таки – гуманізація.*Педагогіка і психологія*. 1995. № 1. С.7.

18. Гончаренко С.У., Мальований Ю.І. Гуманітаризація загальної середньої освіти. URL:https://lib.iitta.gov.ua/710191/1/%D0%9F%D0%BE%D1%87.%20%D1%88%D0%BA.1995.%20%E2%84%963.%20%D0%A1.4-10.pdf

19. Денисенко Н. Принципи гуманізації освіти у процесі професійної підготовки менеджерів організації у вищих навчальних закладахURL:https://social-science.uu.edu.ua/article/415

20. Дідківська Т.В., Сверчевська І.А. Визначні історичні задачі з теорії чисел. URL:http://eprints.zu.edu.ua/10728/1/%D0%92%D0%98%D0%97%D0%9D%D0%90%D0%A7%D0%9D%D0%86%20%D0%86%D0%A1%D0%A2%D0%9E%D0%A0%D0%98%D0%A7%D0%9D%D0%86%20%D0%97%D0%90%D0%94%D0%90%D0%A7%D0%86%20%D0%97%20%D0%A2%D0%95%D0%9E%D0%A0%D0%86%D0%87%20%D0%A7%D0%98%D0%A1%D0%95%D0%9B.pdf

21. Істер О.С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч.для 11-го кл.закл.заг.серед.освіти. Київ: Генеза, 2019. 304с.

22. Істер О.С., Єргіна О. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч.для 10-го кл.закл.заг.серед.освіти. Київ: Генеза, 2018. 448 с.

23. Істер О.С., Єргіна О. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) : підруч.для 11-го кл.закл.заг.серед.освіти. Київ: Генеза, 2019. 416 с.

24. Когтєв А.В. Формування громадянської та національної самосвідомості учнів з вадами слуху на уроках математики в умовах спеціального навчально-виховного закладу. Харків. 2015. 29 с.

25. Конфорович А.Г. Математичні софізми і парадокси. К.: Радянська школа. 1983. 206 с.

26. Кугай Н.В. Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу : дис…канд.пед.наук: 13.00.02/ НПУ ім.М.П.Драгоманова, Київ. 2007. 229 с.

27. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.В., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч.для 10кл.закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018. 400 с.

28. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.В., Якір М.С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч.для 11 кл.закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. 295 с.

29. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.В., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч.для 11 кл.закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. 352 с.

30. Навчальні програми з математики. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv

31. Нак М.М. Історико-методичний аналіз розвитку методів розв'язування задач з алгебри в загальноосвітній школі : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня кандидата пед.наук: 13.00.02 . НПУ ім.М.П.Драгоманова. К. 2007. 16 с.

32. Нелін Є.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. загал. серед. освіти: проф. рівень. Х.: Вид-во «Ранок». 2018. 328 с.

33. Нелін Є.П., Долгова О.Є. Алгебра і початки аналізу (проф.рівень): підр. для 11 кл.: підр. для загальноосвіт. навч. закладів: проф. рівень. Х.: Вид-во «Ранок». 2019. 240 с.

34. Осадчий І. Концепція громадянського виховання учнів у системі загальної середньої освіти України. Веб-сайт. URL: https://kristti.com.ua/kontseptsiya-gromadyanskogo-vyhovannya-uchniv-u-systemi-zagalnoyi-serednoyi-osvity-ukrayiny-i-g-osadchyj/

35. Основні принципи реформування змісту сучасної шкільної освіти. Веб-сайт. URL:https://pidru4niki.com/10611207/pedagogika/osnovni_printsipi_reformuvannya_zmistu_suchasnoyi_shkilnoyi_osviti

36. Попова О. Освіта і соціалізація особистості. *Освіта і управління*. 2002. Том 5. №2. С.172.

37. Прус А.В., Швець В.О. Збірник задач з методики навчання математики. Житомир: «Рута». 2011. 388 с.

38. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. К.: Зодіак-ЕКО. 2000. 512 с.

39. Софізми. Веб-сайт. URL: https://stud.com.ua/26462/filosofiya/sofizmi

40. Стройк Д. Коротка історія математики / переклад з англ. С.М. Кіро. К.: Державнеучбово-педагогічневидавництво «Радянська школа». 1960. 306 с.

41. Типова освітня програма закладів середньої освіти II ступеня, затверджена МОН від 20.04.2018 №405. URL: https://mon.gov.ua/ua/npa/pro-zatverdzhennya-tipovoyi-osvitnoyi-programi-zakladiv-zagalnoyi-serednoyi-osviti-ii-stupenya

42. Типова освітня програма закладів середньої освіти III ступеня, затверджена МОН від 20.04.2018 №408 (у редакції наказу МОН від 28.11.2019 №1493 зі змінами, внесеними наказом МОН від 31.03.2020 №464). URL: https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0408729-18#n14

43. Тутук Ю.В.Форми історичних екскурсів та їх місце на уроках математики. Альманах «QN» : збірник наукових праць студентів V Всеукраїнської студентської науково-практичної інтернет-конференції «Студентський науковий вимір проблем природничо-математичної освіти в контексті інтеграції України до єдиного європейського і світового освітньогопростору» (м. Глухів, 18-19 травня 2023 р.). Випуск 13. Глухів, 2023. С.170-176.

44. Цейтен Г.Г. Історія математики в XVI-XVIIвіках / переклад з німецької мови П. Новікова. К.: Державне учбово-педагогічне видавництво «Радянська школа». 1936. 385 с.

45. Шумигай С. М. Розвиток пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення математики засобами історії науки. : автореф. дис. на

здобуття наук. ступеня кандидата пед.наук: 13.00.02. НПУ ім. М. П. Драгоманова. К. 2013. 20 с.

ДОДАТОК А

Українські вчені-математики[https://chl.kiev.ua/Bibliograf/Matem/04.htm]

Михайло Васильович Остроградський (1801-1862)

Багато теорем і формул Остроградського ввійшли до різних математичних курсів. Добре відомі математикам усього світу метод інтегрування Остроградського, правило Остроградського, формула Остроградського тощо. На жаль його ім'я не завжди згадується.

Михайлу Остроградському належить одне з найпочесніших місць в історії світової математичної науки. Непересічний талант, сміливий і гострий розум, висока математична ерудиція, знання сучасного природознавства дозволили Михайлу Васильовичу зробити першорядні відкриття в багатьох галузях математики і механіки.

Народився М. Остроградський у селі Пашенна Кобеляцького повіту на Полтавщині. Тут пройшли його дитячі та шкільні роки. Він походив з відомого українського козацько-старшинського роду і завжди цим пишався. Життєвий шлях видатного математика був цікавим, але тернистим. Його математичні нахили почали проявлятися ще в дитинстві. Все, що його оточувало, хлопець намагався вивчати з математичної точки зору: вимірював глибину колодязя, визначав розміри іграшок, грядок, будівель і для цього завжди носив з собою мотузку з прив'язаним камінцем. У 1809 р. Михайла віддають до пансіону при Полтавській гімназії. Незважаючи на неабиякі здібності, які були помічені педагогами, науками він не захопився і мріяв тільки про одне - стати військовим. Поступаючись палкому бажанню сина та зваживши на його богатирську зовнішність, батько вирішив віддати Михайла до гвардійського полку. Проте, за порадою дядька П. Устимовича, він везе сина для підготовки і вступу до Харківського університету. І вже восени 1816 р. Михайло Остроградський стає вільним слухачем, а згодом - повноправним студентом відділення фізичних та математичних наук. Його вчителями з вищої математики були професор А. Павловський та ректор університету

Т. Осиповський. Помітивши математичні здібності М. Остроградського, вони змогли пробудити в нього спочатку інтерес, а потім і палку любов до математики. М. Остроградський блискуче склав іспити, але одержати атестат про закінчення університету йому не довелось через переслідування реакційних чиновників-викладачів. Для завершення освіти Михайло Остроградський 1822 р. їде в Париж, де відвідує лекції відомих математиків: П. Лапласа, О. Коші, С. Пуассона, А. Ампера, Ж. Фур'є та ін. У Парижі М. Остроградський провів шість нелегких років. Тут остаточно визначилися напрями його пошукових інтересів, і він пише перші наукові роботи. Матеріальне становище М. Остроградського було дуже скрутним, і ще трохи протриматись у Парижі дало йому змогу місце викладача і завідуючого кафедрою математики у коледжі Генріха IV, отримане за рекомендацією О. Коші.

Роботи Михайла Васильовича одержали визнання в усьому світі. Його обирають членом-кореспондентом Паризької Академії наук, академіком Туринської, Римської, Американської академій, почесним членом Київського університету та багатьох наукових товариств.

М. Остроградський був справжнім патріотом. Він любив свій рідний край і українську культуру. Крім своєї рідної української мови, вчений вільно розмовляв російською та французькою. Був знайомий з багатьма представниками передової української інтелігенції того часу: І. Котляревським, Т. Шевченком, С. Гулаком-Артемовським, М. Лисенком, М. Максимовичем та ін. Значну частину творів Т. Шевченка великий математик знав напам'ять.

Помер М. Остроградський раптово, в Полтаві, їдучи до Харкова на лікування. Поховали його в рідному селі Пашенна. У Полтавському педінституті відкрито перший в Україні музей М. Остроградського. На пропозицію Національної комісії України у справах ЮНЕСКО 200-річчя від дня народження видатного українського математика внесено до календаря пам'ятних дат ЮНЕСКО.

За свою майже 40-річну наукову діяльність Михайло Васильович написав близько 50 наукових творів, присвячених найрізноманітнішим розділам математики і механіки: диференціальному й інтегральному численню, вищій алгебрі, геометрії, теорії ймовірностей, теорії чисел, аналітичній механіці, математичній фізиці, балістиці тощо.

Георгій Феодосійович Вороний (1868-1908)

Г. Вороний належить до когорти найвідоміших українських математиків минулого. Визнаний фахівцями як один із найяскравіших талантів у галузі теорії чисел на межі XIX-XX століть, Г. Вороний за своє життя встиг надрукувати всього дванадцять статей. Вони дали поштовх для розвитку кількох нових напрямків в аналітичній теорії чисел, алгебраїчній теорії чисел, геометрії чисел, які нині активно розвиваються у багатьох країнах.

Народився Г. Вороний у с. Журавка на Полтавщині (тепер село - Варвинського району, Чернігівської області). Його дід замолоду чумакував, а потім, придбавши невелику ділянку землі над річкою Удай, займався селянською справою. А батько вже пішов у науку - закінчив Київський університет і здобув ступінь магістра російської словесності. Георгій закінчив Прилуцьку гімназію 1885 року, де "*здобув знання дуже добрі, а з математики, до якої має особливий нахил і покликання, здобув знання, що виділяються з ряду учнівських успіхів з математики*". Цього ж року він вступив до Петербурзького університету на фізико-математичний факультет. Математика все більше захоплювала юнака. Він прагнув не тільки оволодіти вже здобутими знаннями, а й самому робити відкриття. Його щоденні логічні марафони у пошуках нових математичних істин доповнювала гра в шахи. Також його приваблювала музика. Георгій Вороний часто бував на симфонічних та камерних концертах, в оперному театрі. Проте, Георгій одержував з дому гроші тільки на сплату за гуртожиток, а на життя доводилося заробляти приватними уроками, які забирали багато сил і часу, відволікали майбутнього вченого від занять математикою.

Пройшовши 1889 року курс навчання, Г. Вороний залишився для вдосконалення своїх знань в університеті. 1894 року після успішного захисту магістерської дисертації його було призначено професором Варшавського університету. На цей час Г. Вороний був одружений з Ольгою Крицькою, яка стала його вірним супутником і порадником у житті.

З 1898 року Г.Ф. Вороний працював також у Варшавському політехнічному інституті. Під час революційних подій 1905-1907 років університет та політехнічний інститут у Варшаві було закрито. Разом з групою професорів Георгія Феодосійовича направляють до Новочеркаська. Лише 1908 року професор Г.Вороний знову повернувся до Варшави. Він був дуже хворим, але й далі, не зважаючи на заборону лікарів, напружено працював. Згодом Г.Ф. Вороного не стало. Поховали великого математика в рідному селі.

Володимир Йосипович Левицький (1872-1956)

«Основоположник математичної культури нашого народу», - так сказав про Володимира Левицького академік Михайло Кравчук. І мав на це всі підстави. Саме професор В. Левицький першим написав справжню фахову статтю з математики українською мовою, був незмінним редактором першого українського наукового часопису з природничих наук, першим згуртував навколо себе математиків-українців для наукової роботи. Великою заслугою В. Левицького було те, що він зібрав і впорядкував матеріали з української математичної термінології, що була надрукована в 1903 р. Основною ділянкою наукової роботи професора В. Левицького була теорія аналітичних функцій. Він займався також геометрією, алгеброю, диференціальними рівняннями та історією математики. Багато уваги приділяв теоретичній фізиці та астрономії.

Народився Володимир Левицький у Тернополі у старовинній родині священика. Прадід і дід майбутнього математика були священиками, а вже батько - Йосип Левицький - закінчив правничий факультет Львівського університету. Коли Володимирові минуло п'ять років, померла мати. Родина переїхала до Золочева. Там у п'ятирічному віці хлопець пішов до першого класу школи. Потім було навчання в Тернопільській гімназії та польській гімназії Франца Йосифа, яку він закінчив з відзнакою. 1890 року В. Левицький вступив до Львівського університету на філософський факультет, де слухав лекції з математики і фізики, самостійно читав наукові роботи видатних математиків. А 1893 р. він увійшов до складу математично-природописно-лікарської секції Наукового товариства ім. Т. Шевченка. Вже на п'ятому засіданні секції молодому випускникові університету було доручено укласти українську фізичну і математичну термінологію.

Після закінчення навчання В. Левицький йде на рік до війська, а потім продовжує викладацьку діяльність у Тернопільській гімназії. У Тернополі ж він одружився зі своєю своячкою Софією. У 1989 р. В. Левицький входить до складу національно-демократичної партії. Одним з пунктів практичної політики партії було створення українського університету у Львові. У зв'язку з цим В. Левицький проходив стажування у Німеччині. Після цього аж до першої світової війни він працює в гімназії у Львові, друкує багато статей.

З 1924 року В. Левицький працював у гімназіях фаховим інструктором з математики і фізики, одночасно багато сил і часу віддаючи Науковому товариству ім. Т. Шевченка, головою якого він був з 1932 по 1934 рік. Після приєднання Західної України до Радянського Союзу В. Левицький працював спочатку в новоствореному Львівському педагогічному інституті, а з 1940 року - у Львівському університеті, де через рік йому було присвоєно звання професора. В. Левицький написав майже 100 науково-популярних статей і перекладів. Свої праці він друкував українською, польською, німецькою, французькою, англійською та іспанською мовами. Майже вся наукова і громадська робота В. Левицького проходила в Науковому товаристві ім.

Т. Шевченка. Він був також членом Польського астрономічного товариства, Французького та Німецького наукових товариств.

Микола Андрійович Чайковський (1887-1970)

Народився Микола Чайковський 2 січня 1887 р, у Бережанах, невеличкому повітовому містечку Східної Галичини (тепер Тернопільської області), де його батько довгі роки був адвокатом, займаючись одночасно письменницькою роботою та віддаючи чимало часу громадській діяльності. Мати Миколи, Наталія Гладилович, працювала вчителькою. Навчався М. Чайковський в Бережанській початковій школі, а потім в Бережанській гімназії, яку закінчив з відзнакою у 1905 р. В гімназії, крім рідної мови, вивчав німецьку, латинську, грецьку, а приватне — французьку. Математикою почав цікавитися уже в молодших класах, коли, граючись циркулем, відкрив відому ще в X ст. істину, що сторона правильного семикутника, вписаного в коло, наближено дорівнює половині сторони правильного трикутника, вписаного в те ж коло. Великий вплив на розвиток математичних здібностей М. Чайковського мав учитель математики Т.Цвойдзінський, вихованець Берлінського університету, який часто займався з Миколою, допоміг йому засвоїти багато розділів вищої математики. Але не тільки математикою захоплювався Чайковський у гімназії. У сім'ї Чайковських було семеро дітей, які жили у злагоді та дружбі. Микола був найстарший, тож він і був, за його висловом, *«заводієм усіх пустощів і забав»*. Спочатку це були звичайні дитячі забави, але коли в 1893 р. до Бережан приїхав мандрівний театр «Руська Бесіда», всі діти «загорілися» театром, й пізніше Миколі (якому не було ще десяти років) довелося писати різні театральні п'єси. У великій пошані в родині Чайковських була музика. Батьки грали на гітарі та з малих років залучали до музики дітей. Спів у гімназії був факультативним предметом: його вели керівники Бережанських хорів. Але підготовкою до концертів керували самі учні. Коли М. Чайковський навчався в двох останніх класах гімназії, диригентська паличка перейшла до його рук. Відтоді любов до музики та рідної пісні ніколи не покидала його. Уже будучи відомим математиком, він у складі Української республіканської капели під керуванням талановитого українського композитора і диригента Олександра Кошиця вирушає в 1919 р. в концертну подорож по Європі, де виконує обов'язки адміністратора хору. Капела побувала в Чехословаччині, Австрії, Швейцарії, Франції, Бельгії, Англії, Німеччині.

Із гімназії Микола Чайковський виніс ґрунтовні знання з української літератури, був обізнаний зі світовою класикою. Великий інтерес М. Чайковський проявляв до фізики та астрономії. Ще навчаючись у гімназії, він пише свою першу науково-популярну роботу «Сонячні та місячні затемнення», яка була надрукована в 1905 р. в журналі «Руська хата». Після закінчення гімназії Микола Чайковський їде до Праги, де вчиться в Німецькій вищій технічній школі, а згодом в університеті; повністю віддається вивченню улюблених предметів — математики і філософії. У Празі Чайковський знайомиться з місцевою українською громадою, зустрічається із своїми видатними земляками, уродженцями Західної України, яким не судилося працювати на рідній землі,— згаданим вище фізиком Іваном Пулюєм та всесвітньовідомим біохіміком Іваном Горбачевським.

Празький Німецький університет не задовольнив сподівань Чайковського, і через рік він перейшов на філософський факультет Віденського університету, в якому провчився три роки. Останній рік навчання М. Чайковського проходив у Львівському університеті. У Відні він слухає лекції з математики, фізики, астрономії, працює у фізичній лабораторії, багато часу віддає громадській роботі. В той час Віденський університет був найбільшим в Австрії та одним із найбільших університетів у Європі. З глибокою повагою Чайковський згадував про високий рівень викладання математики в цьому університеті, про блискучі лекції професора

Ф. Мертенса, відомого знавця теорії, під керівництвом якого він виконав дисертацію з вищої алгебри на тему: «Про рівняння степеня р 2».

У Відні М. Чайковський стає членом українського студентського товариства «Січ», у якому за три роки був секретарем, заступником голови, головою. 1908 р. товариство «Січ» святкувало 40-річчя свого існування. Ця дата була відзначена виданням ювілейної книги—«Альманах Віденський», до редакції якої входив М. Чайковський. В цьому альманасі Чайковський надрукував свою першу роботу з математики «Розвій чисельних систем в історії людської культури», яка поклала початок плідній праці вченого в галузі математики та її історії, методики викладання математики, розробки української наукової термінології, бібліографії математики, розвідок з історії української науки та культури. Працював Чайковський також в українському прогресивному робітничому товаристві «Поступ» і один рік був його секретарем; виступав у ньому з лекціями, а один раз брав участь у театральній виставі за п'єсою «Майстер Чирняк» Івана Франка.

Весною 1911 р. Чайковський успішно захистив у Віденському університеті дисертацію і здобув ступінь доктора філософії, а через рік склав іспит на звання вчителя математики і фізики середньої школи. В цей час він займається популяризацією математики та її історії на сторінках місцевих українських журналів, веде активну наукову роботу як член НТШ. У 1910—1929 рр. викладає математику в середніх школах Галичини — у Львові, Тернополі, Раві-Руській, очолює приватні гімназії в Яворові та Рогатині.

16 червня 1912 р. Микола Чайковський одружується з Наталією Іларіонівною Тунівною, а незабаром отримує від австрійського міністерства освіти стипендію для наукового відрядження до Берліна, куди виїжджає разом із дружиною. 1918 р. гетьманський уряд України заснував у Кам'янці-Подільському університет, до якого були запрошені у жовтні 1918 р. четверо молодих учених-галичан: історик Іван Крип'якевич, хімік Юліан Гірняк, фізик Володимир Кучер і математик Микола Чайковський. Однак тільки один Чайковський аж у січні 1919 р. (у зв'язку з воєнними подіями в

Галичині) зміг приїхати до Кам'янця-Подільського; троє інших вчених залишились у Львові, обложеному польською армією. У лютому 1919 р. М. Чайковський як приват-доцент новоствореного університету почав читати лекції з вищої математики. Після дворічної мандрівки по Європі з хором Олександра Кошиця Микола Чайковський в1922—1924рр. читає курси вищої математики у Львівському таємному українському університеті. У «Збірнику математично-природописно-лікарської секції НТШ» він друкує свої роботи: «Метациклічні рівняння та їх групи»(1910 р.), де перший у слов'янському світі дає виклад теорії Галуа; «Методи Ерміта інтегрування вимірних функцій»(1910р.),«Причинок до теорії стіжкових перекроїв»(1912р.),«Студії з теорії конгруенцій»(1913),«Фелікс Кляйн, некролог»(1926р.) та інші. В той час постає в усій складності питання про необхідність розробки української математичної термінології. Поряд із суто науковими дослідженнями з математики Чайковський приділяє багато уваги питанням української наукової і, зокрема, математичної термінології, а також підготовці підручників з математики українською мовою. Результатом цієї праці були: «Чотирицифрові таблиці логарифмів і тригонометричних функцій»(у співавторстві з відомим українським фізиком В. Кучером), які витримали чотири видання (1917, 1920, 1923 і 1931 рр.),«Систематичний словник української математичної термінології» (1924 р.),«Тригонометрія, підручник для середньої школи та для самоосвіти» (1921 р.),«Алгебра, підручник для середньої школи та для самоосвіти» (том 1, 1925 р., том II, 1926 р.).

Маючи значні наукові здобутки в галузі математики та неабиякий педагогічний хист, М. Чайковський, однак, як українець в умовах панування польського шовінізму у Східній Галичині не міг мріяти про роботу у вищій школі на рідній землі. Працюючи в 1924—1929 рр. у приватних українських гімназіях, він терпів усякі політичні утиски влади та постійні матеріальні нестатки.

Чайковський активно займається наукою, переїхавши до Одеси. В цей період він публікує в академічному журналі статті «До теорії дискримінанта алгебраїчного рівняння» (1932 р.), «Про зчисленність множини раціональних чисел» (1932 р.), видає цінну для історії вітчизняної математики «Українську математичну наукову бібліографію» (1894—1927 рр., 1930 р.); у республіканській комісії під головуванням академіка Кравчука бере участь у розробці проекту українського термінологічно-фразеологічного математичного словника, готується до організації праці над математичною частиною Української Радянської Енциклопедії.

Листи були тоді єдиним мостом між Чайковським та рідною йому Галичиною, між ним та його батьками й родиною. У нього, задоволеного натхненною працею в Одесі, десь у глибині душі ятрились докори сумління, що покинув своїх старених батьків, одірвався від рідного кореня. Це відчувалося її листах М. Чайковського до батька.

Однак активна, багатогранна і натхненна праця М. Чайковського раптово була перервана. Він став жертвою сталінського терору. 19 березня 1933 р. його заарештували та засудили до 10 років ув'язнення за сфабрикованою справою «УВО» (Українська військова організація, яка нібито звила собі кубло за спиною наркома освіти УРСР Миколи Скрипника). «Порятунок прийшов від влади, і мені запропоновано за 10 днів покинути Томськ, який мав стати «режимним містом». На моє щастя, перед тим я прочитав в «Учительской газете» про конкурс на доцента математики в Семипалатинському пединституті (Казахстан), подав туди заяву і перед упливом цих 10-ти днів отримав звідти виклик. У Семипалатинську, куди прибув у листопаді 1944 року, пробув до літа 1947, потім переїхав до Уральська (теж Казахстан), а у вересні 1956 року повернувся до Львова...»

Ще в Томську М. Чайковський познайомився з відомим геометром, професором Московського університету Петром Рашевським, від якого мав велику підтримку. Вже повернувшись до Львова, Чайковський говорив, що ніколи не жалів, що переїхав з Галичини до Одеси, хоч *«довелося витерпіти* *багато горя та несправедливості».* Однак в одному його листі до знайомого, написаному в 1966 р., той давній щем у серці переходить у каяття при згадці про своїх найдорожчих, близьких людей — батьків.

Працюючи у Казахстані, М. Чайковський пише ряд науково-методичних робіт, працює над монографією «Квадратні рівняння» (посібник для вчителів та студентів підінститутів), приймає активну участь у наукових конференціях педвузів Уральської зони, організовує математичні олімпіади. Тут йому довелося читати всі основні математичні курси, але з особливим задоволенням він вів курси елементарної математики, вміло — в дусі відомого реформатора навчання, німецького математика Фелікса Кляйна, модернізуючи їх зміст.

У 1945 р. йому було присвоєно звання доцента. В той же час вчений не забуває і свого, колись головного, напрямку творчих пошуків — класичної алгебри. На початку 50-х рр. М. Чайковський пише статтю «Страницы классической алгебры», в якій подає історію питання та ефективні методи розв'язання алгебраїчних рівнянь 3-го та 4-го степенів, а також викладає власні результати стосовно розв'язання рівнянь 5-го степеня. В березні 1966 р. він переробив цю роботу. У травні 1954 р. М. Чайковський приїжджає на Україну; відшукує своїх родичів, друзів, зустрічається зі «своїм дитинством» — Бережанами. Бажаючи повернутися до педагогічної праці на Україні, Чайковський подає документи на конкурс на заміщення вакантних посад у вузах Києва, Вінниці, Миколаєва, Херсона, Ужгорода, Дрогобича, Станіслава (нині Івано-Франківськ). Однак всюди отримує відмову через своє «минуле». Лише влітку 1956 р. він пройшов за конкурсом і був зарахований на посаду доцента Львівського педагогічного інституту, де пропрацював 3,5 роки — до об'єднання цього інституту з Дрогобицьким педінститутом. Багато допоміг в цій справі Чайковському львівський математик Х. П. Луник, який в той час був проректором Львівського педінституту. 1956 р. приніс також М.Чайковському реабілітацію. Військовий прокурор Одеського військового округу повідомив Миколу Чайковського: *«Ваша справа припинена, і Ви* *реабілітовані. Постановою військового трибуналу 13 листопада 1956 року справа, за якою Ви були засуджені в 1933 році, припинена за необґрунтованістю звинувачень».*

З 1961 р. Чайковський працює доцентом, а потім професором Львівського університету. Вчене звання професора йому було присвоєно 1962 р. В цей час він тісно співпрацює з Дрогобицьким педінститутом, де систематично читає спецкурси. Дуже любив Чайковський бувати на концертах чоловічого хору «Бескид» цього інституту. Він також читав спецкурси в Івано-Франківському педінституті. Повернення на Україну збагатило вченого новою енергією та натхненням. Він публікує методичну монографію «Квадратні рівняння» (1959 р.) та цікаву статтю про дослідження екстремумів алгебраїчних функцій за допомогою дискримінантів, а також «Лекції з вищої алгебри для студентів фізичного факультету» (ч. I, 1962 р.; ч. II. 1963 р.). Не забуває Чайковський і про українську математичну термінологію. У співавторстві з Ф. Гудименком, Й.Погребським та Г. Саковичем він видає «Російсько-український математичний словник» (1960 р.), що містить 12000 термінів, бере участь у підготовці українсько-російського математичного словника. Багато праці вкладає у вивчення історії математики в західних областях України. Частина цих досліджень була опублікована в чотиритомній монографії «История отечественной математики». Вони доповідались на засіданнях історико-математичного семінару при Інституті математики АН УРСР, постійним членом якого був Микола Чайковський, а також на Всесоюзній конференції з історії фізико-математичних наук у Московському державному університеті. Чайковський брав участь також у складанні «Української математичної бібліографії» (1963 р.) та в підготовці «Української Радянської Енциклопедії», для якої написав 51 статтю.

Працюючи в багатьох вузах, Микола Чайковський був педагогом за покликанням, всією душею віддавався своїй справі. Він завжди шукав кращих шляхів навчання математики, засобів прищеплення молоді зацікавленості до цієї науки. У своїх науково-популярних книгах і статтях вчений намагався розкрити красу математичної науки, романтику наукового пошуку. В останні роки життя М. Чайковський займається також питаннями естетичного виховання учнів на уроках математики. Він публікує статтю «Краса в математиці», виступає на Республіканській конференції з питань естетичного виховання, що відбулася в Дрогобичі, готує матеріал для обширної праці (хрестоматії) про естетичне виховання молоді за допомогою математики, яку, на жаль, не встиг завершити. Відійшов із життя Микола Чайковський 7 жовтня 1970 р.

Мирон Онуфрійович Зарицький (1889-1961). Ім'я М. Зарицького - талановитого математика, обдарованого педагога і популяризатора математичних знань, майже невідоме в Україні, хоча свого часу на праці українського вченого посилалися або цитували їх окремі положення французький математик Фреше, німецький математик Гільберт, професор з Варшави Серпінський та інші.

Народився Мирон Зарицький на Тернопільщині в родині сільського священика. Початкову школу Мирон закінчив у свого діда, а ще до неї самотужки навчився читати, писати і рахувати. Середню освіту він здобув у гімназіях міст Бережани і Тернопіль, а потім два роки навчався в українській гімназії у Перемишлі, яку закінчив 1907 року. Того ж року М. Зарицький вступив до Віденського університету. Після першого курсу батьки перевели його до Львівського університету. Тут він студіював математичні та фізичні дисципліни, а також продовжував займатися філософією, самотужки вивчав французьку мову. У 1912 році Мирон Зарицький закінчив університет, через рік склав учительський іспит і отримав звання учителя середніх шкіл з математики та фізики. Вчителюючи у гімназіях, він також робив перші кроки в науковій роботі з математики. У 1925 році М. Зарицкий, вже одружений, переїхав до Львова, де продовжив займатися науковою роботою. У той час учені-українці Галичини зосереджували свою наукову діяльність здебільшого на Науковому Товаристві ім. Т.Шевченка. 1927 року М.Зарицького обирають дійсним членом цього Товариства, де працювали відомі на той час українські математики: В. Левицький та М. Чайковський. Багато спільного було в житті та долі цих трьох вчених. Їхні наукові розробки були актуальними і стояли на рівні світової математичної науки того часу. Наукові інтереси М. Зарицького охоплюють, головним чином, теорію множин з алгеброю логіки та теорію функції дійсної змінної.

У 1930 році Львівський університет присудив Мирону Онуфрійовичу вчений ступінь доктора філософії. До 1939 року він надрукував близько 20 наукових праць у львівських та іноземних виданнях і в цей період сформувався як серйозний математик з філософським ухилом. Потім була напружена і цікава робота в Львівському університеті, Львівському політехнічному інституті, Ужгородському університеті. 1945 р. йому було присвоєно звання професора, а 1946 р. - вчений ступінь кандидата фізико-математичних наук.

Коло інтересів професора М.Зарицького не обмежувалось однією математикою. Він був обізнаний з природничими науками, з світовою літературою, філософією. На науку він дивився, в першу чергу, як на правду і красу, що підносить людину на вищий щабель її духовного розвитку. Недаремно професора М. Зарицького називали "поетом формул".

Михайло Пилипович Кравчук (1892-1942)

М. Кравчук - автор понад 180 робіт, в тому числі 10 книг із різних розділів математики (алгебра і теорія чисел, теорія функцій дійсної і комплексної змінних, теорія диференціальних та інтегральних рівнянь, теорія ймовірностей і математична статистика, історія математики тощо.) Ці наукові праці увійшли до скарбниці світової науки. Тепер існують на сторінках наукових досліджень многочлени Кравчука, моменти Кравчука, осцилятори

Кравчука. А ось від 2001 р., завдяки пошукам Івана Качановського, українського науковця зі США, виявилося, що наукові твори М. Кравчука прислужилися і до винаходу першого в світі електронного комп'ютера!

«Михайло Кравчук - математик широкого масштабу. Його ім'я добре відоме у світовій математичній науці. Світ не знав лише, що він - українець.» Довго не знали про цю надзвичайно талановиту людину і його земляки. Про це з болем пише у своїй статті його син О.М. Кравчук, доцент Волинського державного університету. Адже ім'я М. Кравчука було занесено до списку "ворогів народу", а сам він, повний енергії і творчих задумів, був засланий на Колиму і пішов з життя у неповних п'ятдесят років.

Лише 1992 року, після довгих літ забуття, наукова громадськість України та світу широко відзначила 100-річчя від дня народження видатного вченого. Його ім'я було занесено по лінії ЮНЕСКО до Міжнародного календаря визначних наукових діячів. Для цього були поважні підстави, адже праці М. Кравчука становлять фундаментальне надбання кількох галузей математичної науки.

Народився М. Кравчук 1892 року у селі Човниці на Волині в сім'ї інженера-землеміра. Початкову освіту він здобув удома. Його мати була освіченою жінкою, знала кілька іноземних мов і добре виховувала чотирьох дітей. 1901 року сім'я переїхала до Луцька, де в 1910 році Михайло Кравчук закінчив гімназію із золотою медаллю. Цього ж року він вступив на математичне відділення фізико-математичного факультету університету Святого Володимира в Києві, закінчив його у 1914 р. з дипломом 1-го ступеня і залишився в ньому працювати. Відтоді й почалася його титанічна творча наукова і педагогічна праця. Він викладав різні математичні курси у багатьох вищих та середніх закладах м. Києва.

У роки громадянської війни М. Кравчук виїжджає на село. У 1919-21 рр. він був викладачем і директором школи в селі Саварці на Богуславщині. Його колишні учні, які вступали до технікумів та вузів, вражали викладачів своїми знаннями з математики. У цій школі під опікою М. Кравчука розпочав свій шлях у велику науку сільський хлопець Архип Люлька, пізніше - відомий український вчений, творець реактивних авіадвигунів. До речі, у Київському політехнічному інституті лекції М. Кравчука слухав і майбутній славетний конструктор космічних кораблів Сергій Корольов.

Михайло Пилипович був людиною неабиякої ерудиції та культури. У 25 років він став приват-доцентом кафедри математики, у 33 - доктором наук, у 37 - дійсним членом Всеукраїнської академії наук. Вільно володіючи кількома мовами, він підтримував наукові й особисті дружні стосунки з відомими математиками світу - Адамаром, Гільбертом, Курантом та ін. Свої наукові праці писав різними мовами, але найбільше - рідною. Академік М.Кравчук брав найактивнішу участь у творенні української наукової термінології та у запровадженні наукової мови в математичну галузь.

М.Кравчук належав до тих учених, чиї праці відкривають нові шляхи у розвитку науки і передбачають напрямки її розвитку в майбутньому.

«Моя любов - Україна і математика», - ці слова Михайла Пилиповича Кравчука викарбовано на гранітному постаменті пам'ятника, який встановлено йому в 2003 році перед корпусом музею Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". У селі, де він народився, в 1979 році відкрито музей та встановлено погруддя великого патріота і математика.

Микола Миколайович Боголюбов (1909-1992)

М. Боголюбов написав понад 200 наукових праць. Його не раз запрошували читати лекції за кордоном, робити доповіді на багатьох міжнародних конгресах.

Народився М.Боголюбов 21 серпня 1909 р. в Нижньому Новгороді (тепер м. Горький). У 1912 р. родина Боголюбових переїхала до Києва у зв'язку з обранням батька Боголюбова професором Київського державного університету. З дитячих років Микола виявляв великий інтерес до вивчення і пізнання всього нового. Він швидко навчився читати й писати, з 5 років почав вивчати з батьком іноземні мови: спочатку німецьку, потім французьку і англійську. Батько був людиною високоосвіченою, знав майже всі європейські мови, а також грецьку і латинську мови, орієнтувався навіть у деяких староєгипетських написах і так званому клинопису. Він уважно керував навчанням і вихованням сина. У 1915 р. хлопець почав відвідувати підготовчий клас Київської гімназії. Особливих нахилів до математики в гімназиста учителі не помічали; навіть навпаки: на одному з уроків арифметики в першому класі, коли Микола відповідав, як здалося вчителеві, не досить чітко, він висловив, як це інколи буває, таку трафаретну думку: «Коля, математиком ти не будеш!». Учитель і гадки не мав, що через якихось десять років його учень знаннями в галузі математики перевершить свого вчителя.

Під час громадянської війни родина Боголюбових переселилася в село Велика Круча на Полтавщині. Малий Боголюбов продовжував навчання у сільській семирічній школі і в 12 років закінчив її. Педагогічний колектив школи виявився висококваліфікованим, що позитивно позначилося на розвитку і вихованні Миколи Боголюбова. На цей період припадають перші яскраво виражені прояви математичної обдарованості Боголюбова. Він із захопленням розв'язує арифметичні задачі, які ваблять його складністю, інколи прихованими зв'язками між даними і шуканими величинами. Розв'язування таких задач вимагає кмітливості, глибокого і тонкого розуміння ситуації. Тригонометрію Микола вивчив сам, навіть без підручника, користуючись лише деякими вказівками батька. У 12 років, після закінчення семирічної школи М. Боголюбов взявся вивчати вищу математику і фізику. Восени 1921 р. родина Боголюбових повернулася до Києва. Тут Микола продовжує самостійне вивчення курсу вищої математики і фізики, а також іноземних мов, але бачить, що далі продовжувати навчання в домашніх умовах неможливо.

За рекомендацією професора Д. О. Граве Микола Боголюбов з 14 років починає працювати в науковому семінарі відомого професора Київського університету академіка М. Крилова. Тут юний математик зробив перші кроки в наукових дослідженнях і вже через рік, у 15 років, написав першу наукову працю. Ураховуючи особливі здібності й безперечну обдарованість молодого Боголюбова, у 1925 р. за спеціальним рішенням РНК УРСР його, як виняток, без диплома про вищу освіту зараховують до аспірантури при відділі математичної фізики АН УРСР. Молодий аспірант через три роки захистив кандидатську дисертацію. З цього часу він стає науковим співробітником АН УРСР. У 1930 р. Президія АН СРСР присуджує М.Боголюбову вчений ступінь доктора математики без захисту дисертації. Дослідження в галузі нових методів варіаційного числення вже тоді зробили ім'я Боголюбова популярним серед математиків як у нашій країні, так і за кордоном. Ще в 1925 р. він одержав премію Болонської академії наук за доповідь на міжнародному конгресі, присвяченому проблемам варіаційного числення.

Результатом наполегливої спільної роботи з академіком М.Криловим у галузі нелінійної механіки були дві важливі праці: "Про деякі статистичні методи в статистичній фізиці" (1945 р.) і "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" (1946 р.). За ці праці М.Боголюбову було присуджено Державну премію І ступеня (1947 р.). Ці праці мають велике прикладне значення, їх результати застосовуються у побудованій авторами теорії для розв'язання важливих актуальних питань з радіотехніки, питань статичної і динамічної стійкості синхронних машин, поздовжньої стійкості літаків, прикладної механіки тощо. Дослідження М.Боголюбова дали можливість ученим створити і повністю обґрунтувати асимптотичні методи нелінійної механіки і побудувати струнку теорію коливних процесів у нелінійних системах. До таких процесів відносяться вібрації різних машин, електромагнітні коливання, коливання радіотехнічних звукових і ультразвукових пристроїв. Фундаментальні праці в галузі нелінійної механіки збагатили радянську науку новими відкриттями в математичній фізиці і стали широко відомі не лише в СРСР, а й за кордоном.

Про свої наукові пошуки і захоплення сам М. Боголюбов говорив так: «За фахом я математик, і мій науковий потяг до питань теоретичної фізики пояснюється тим, що в цій галузі тепер багато захоплюючих проблем, успішне розв'язання яких залежить від розробки математичних методів. Взагалі вся сучасна теоретична фізика стає дедалі більше математичною за своїм характером...».

Праці М. Боголюбова у 1952-1957 рр. присвячені питанням квантової теорії поля. Він знайшов так звані дисперсійні співвідношення, які відіграють важливу роль у теорії елементарних часток. Вивчення цих законів допоможе докладніше з'ясувати багато явищ атомної фізики. Взаємодії елементарних частинок мають дуже складний характер, і теоретичні дослідження цих процесів можна вивчити лише за допомогою складного математичного апарату. М. Боголюбову вдалося розвинути послідовну мікроскопічну теорію надтекучості і розробити особливі математичні способи, які тепер лежать в основі нового методу, що дало змогу повністю розв'язати питання про надпровідність. Явище надтекучості відкрив у 1938 р. радянський академік П. Капиця. Як відомо, при температурі 4,2°К і нижче, аж до абсолютного нуля (0°К=-273,16°С) гелій переходить у рідкий стан, якщо зовнішній тиск нижчий за 25 атм. Якщо температуру знизити до 2,19°К, то гелій переходить у надтекучий стан: він повністю втрачає свою в'язкість, яка характерна для всякої рідини. У такому стані рідкий гелій зовсім вільно протікає через як завгодно тонкі капіляри; для цього не потрібно різниці тисків, подібно до того, як для струму в надпровідниках не потрібно різниці потенціалів. Як виявилося пізніше, між цими двома явищами існує глибока фізична і математична схожість; вона полягає в тому, що надпровідність можна розглядати як надтекучість електронів у металі. Процеси, що відбуваються у внутрішній структурі надпровідника, коли проходять електрони струму, дуже складні, для правильного кількісного опису їх взаємодії потрібний складний математичний апарат. Ще в 1950 р. англійський учений Фреліх склав основне рівняння для розв'язування задач надпровідності, але через виняткову його складність учений не зміг розв'язати цього рівняння. Проте його передбачення щодо характеру явища надпровідності експериментальне блискуче підтвердилися. Розв'язати рівняння Фреліха намагалися вчені багатьох країн, зокрема Австралії і Америки, їхні праці не дали остаточного розв'язання. Цю надзвичайно складну проблему розв'язав Микола Миколайович Боголюбов.

Створення теорії надпровідності відкриває широкі перспективи для розв'язання багатьох практичних важливих завдань, пов'язаних з використанням надпровідників у сучасній техніці. Ці важливі праці про надпровідність М.Боголюбова були відзначені премією ім. Ломоносова (1957 р.). За розробку нового методу в квантовій теорії поля і статистичній фізиці, що привів, зокрема, до обґрунтування теорії надтекучості і теорії надпровідності, у 1958 р. М. М. Боголюбов удостоєний Ленінської премії.

Поряд з широкими науковими дослідженнями Микола Миколайович веде і різнобічну науково-організаційну та лекторську роботу. Починаючи з 1936 р. він очолював кафедру математичної фізики в Київському державному університеті, а з 1953 р. - кафедру теоретичної фізики у Московському державному університеті ім. Ломоносова. Кожна лекція М. М. Боголюбова була творчою, завжди мала щось нове, створене ним самим, і тому захоплювала слухачів. Пізніше (1946-1949 рр.) він був деканом механіко-математичного факультету Київського університету ім. Т.Г.Шевченка і одночасно керував деякими відділами Академії наук УРСР. З 1946 р. завідував відділом теоретичної фізики Математичного інституту ім. В.А.Стеклова АН СРСР. У 1951 р. М.Боголюбову, як визначному вченому в галузі теоретичної фізики, було доручено також керівництво лабораторією теоретичної фізики Об'єднаного інституту ядерних досліджень у м. Дубно. У цьому інституті головним чином була остаточно розв'язана і оформлена складна проблема надтекучості і надпровідності. У січні 1965 р. Миколу Миколайовича Боголюбова було обрано директором Об'єднаного інституту ядерних досліджень на сесії повноважних представників урядів дер-жав-членів цього інституту.

Микола Миколайович приділяє велику увагу і підготовці нових наукових кадрів. Він керує кількома математичними семінарами, в яких виростають нові вчені. Ним створені наукові школи теоретичної фізики в Москві і нелінійної механіки в Києві. Останнім часом Микола Миколайович зосереджує свою увагу на проблемах квантової теорії поля, атомного ядра і теорії високих енергій. Вчений обґрунтував і вивів основні рівняння кінетики для системи заряджених частинок, на основі яких нині проводяться практично всі дослідження з питань теорії плазми.

М. Боголюбов написав понад 200 наукових праць. Його не раз запрошували читати лекції за кордоном, робити доповіді на багатьох міжнародних конгресах. 13 березня 1969 р. указом Президії Верховної Ради Союзу РСР за великі заслуги в розвитку радянської науки Миколі Миколайовичу Боголюбову присвоєно звання Героя Соціалістичної Праці. Його нагороджено також сімома різними орденами.

Іван Іванович Ляшко (1922-2008).

Народився 9 березня 1922 року у с.Мацківці (нині Лубенського району Полтавської областіу сім'ї селянина. Майже вісім років, починаючи з 1940р., прослужив на Чорноморському флоті. Відразу після демобілізації у 1948р. командир зенітної установки лінкора «Севастополь» главстаршина І.Ляшко став студентом Київського учительського інституту, який закінчив усього за один рік. Працюючи вчителем у селі Ставищах Київської області, він заочно і теж достроково закінчив у 1952р. Київський педагогічний інститут. Математичні здібності і винятковa працелюбність молодого спеціаліста привернули увагу відомих вчених О.Ішлінського і Г.Положія. І.Ляшка було запрошено до аспірантури механіко-математичного факультету Київського університету. Кандидатську дисертацію він захистив у 1955р. і був призначений асистентом кафедри математичної фізики механіко-математичного факультету. Після захисту у 1963р. дисертації на звання доктора фізико-математичних наук, І.Ляшко за конкурсом у 1964 році обійняв посаду завідувача кафедри математичної фізики, а у 1965 році був обраний деканом механіко-математичного факультету. У 1969 році разом з академіком В.Глушковим він створив перший у Радянському Союзі факультет кібернетики, ставши його деканом і завідувачем кафедри обчислювальної математики. У 1969 році І.Ляшка було обрано член-кореспондентом АН України, а у 1973 році - академіком АН України.

Вірченко Ніна Опанасівна (1930)

Народилася 5 травня 1930, с. Завадівка Корсунь-Шевченківського р-ну Черкаської обл. Математик, педагог, учасниця українського руху опору.

Батько – колишній офіцер армії УНР – навчав дочку бути сміливою, в усьому бути першою. Мати – фельдшер-акушерка – знали напам´ять чи не всього «Кобзаря». Змалку Ніна виявляла здібність до математики. У січні 1937 р. сім´я з Шевченкового краю перебралася на Житомирщину, у містечко Червоне, де жила до червня 1945. Ніні щастило на талановитих, національно свідомих учителів. Під час німецької окупації вчителька починала уроки з молитви та гімну України. Уже в підліткового віці Ніна мала гасло життя «Моя любов – Україна і Математика». Придумала собі псевдонім УЖМА: Українка – Жінка – Математик – Астроном». 10-й клас закінчила 1946 р. у в Житомирській школі № 36. Склала екзамен у Московському університеті особисто академіку А. Колмогорову і була зарахована на механіко-математичний факультет. Але батько, який супроводжував доньку, по дорозі додому порадив здати копії документів також на мехмат Київського університету, куди вона й була зарахована як «золота» медалістка без екзаменів. Батьки приховали виклик до Москви: побоялися відпускати 16-річну дівчинку в далекий край, та й не мали б чим їй допомагати. Ніна жила в кімнаті гуртожитку на 19 дівчат, де «порядкували» щури та блощиці. Та на це не зважала: «Із перших студентських літ найбільше пам´ятаю: радість, невимовну, неймовірну насолоду від занять Математикою і нестерпне почуття голоду. Це був голодний в Україні 1947-й рік. На лекціях формули змішувалися перед очима зі шматочками хліба». Відвідувала гурток ракетотехніки та аеродинаміки (одна серед 29 хлопців), здійснила 10 стрибків з парашутом, розробляла власні проекти вдосконалення польотів. А тим часом вела відверті розмови з колегами на теми історії України, про боротьбу УПА за незалежність. Писала і розповсюджувала рукописні листівки. А найближча подруга Діна Решетько півтора року писала на неї доноси в НКВС. 28.06.1948 Ніна заарештована, разом з іншими студентами й викладачами звинувачена у «політичній змові, заколоті, який таємно готувався». Основою звинувачення Ніни став щоденник, який вела з 15 років. На допитах трималася гідно, нікого з друзів не обмовила. 11.12.1948 засуджена ОСО («Особым совещанием») на 10 р. ув´язнення за ст.ст. 54-1а, 54-11 КК УРСР (антирадянська агітація, організація, дослівно у вироку: «за участь в «українсько-націоналістичній банді»).

Покарання відбувала у спецтаборах «Озерлагу» (Тайшет, Східний Сибір). Її номер – Р-840. Працювала на лісоповалі, у кам´яному кар´єрі, на будівництві Братської ГЕС. Голод, холод, бруд, брутальне ставлення конвою, постійна небезпека гартували юну дівчину, яка й тут щодня питала себе: «А що ти сьогодні зробила для України?» Працюючи деякий час у хліборізці, в лабораторії лікарні, ризикуючи життям, рятувала краян від видимої смерті. Духу додавав приклад дівчат з Галичини, засуджених за участь у боротьбі ОУН за незалежність. Деякий час каралася разом з Іриною Сеник, з ігуменею Йосифою (Олена Вітер), Оксаною Мешко (1950), з математиками Уляною Кравченко і Тізуко Накаяма, японкою. Проводила усні уроки з математики для в´язенок, пишучи паличкою на піску чи на снігу. Склала 10 заповідей для української жінки-політв´язня. Хворіла на туберкульоз, у неї ослаб зір.

30.01.1954 була звільнена як така, що була засуджена малолітньою. Додому повернулася 6.02. Спробувала вступити до Харківського університету – завадила «анкета». Оскільки вчителів по війні не вистачало, її 1954 р. взяли викладати математику й інші предмети в СШ в с. Янушпіль, у 1955 – у семирічці в с. Улянівці Житомирського р-ну, 1957 – в Томашівці Фастівського р-ну на Київщині. 1956 р. відновилася на заочному відділі мехмату Київського університету, 1958 перевелась на III курс стаціонару. 1961 р. завдяки проф. Г. Положію, І. Ляшкові, акад. І. Швецю, які взяли здібну випускницю «на поруки», вступила в аспірантуру. 1964 захистила кандидатську дисертацію «Розв΄язання деяких змішаних крайових задач для p-аналітичних функцій». Працювала асистентом, старшим викладачем, з 1967 – доцентом кафедри математичної фізики КДУ. Її любили студенти, захоплені живим прикладом служіння науці. 1964 р. одружилася з недавно звільненим політв΄язнем Ростиславом Доценком, талановитим перекладачем. Народилися донечки Марія та Олена. Листувалася з колишніми політв΄язнями, зустрічалася з подругами часів неволі, допомагала їм. Під час чергової хвилі арештів української інтелігенції декан механіко-математичного факультету С. Завало і ректор М. Білий, на вимогу КГБ, домагалися звільнення Вірченка «за власним бажанням» як не реабілітованої націоналістки. За нею стежили, її, як і чоловіка, неодноразово викликали на «бесіди», чинили гласні і таємні обшуки, в їхньому помешканні встановляли підслушки, проти них вчиняли провокації. Мусила подати заяву на звільнення. 1974-1990 рр. працювала доцентом Київського політехнічного інституту. Докторську дисертацію на тему «Нові типи парних (потрійних) інтегральних рівнянь зі спеціальними функціями» змогла захистити лише під час «перебудови», після багаторазових успішних виступів на семінарах у Московському університеті та в інших наукових центрах. Від 1990 р. Вірченко – професор Національного технічного університету «Київський політехнічний інститут». Її зацікавлення – теорія диференціальних та інтегральних рівнянь, спеціальних функцій та інтегральних перетворень, застосування їх до задач прикладної математики й механіки. В її доробку – понад 350 наукових і науково-методичних праць. Серед них 22 книги, деякі з них виходили й іноземними мовами (англійською, японською, російською).

Ще 1965 р. Н.Вірченко натрапила в науковій літературі на ім´я видатного математика Михайла Кравчука – учителя майбутніх академіків Сергія Корольова та Архипа Люльки. З´ясувала, що М. Кравчук у 1938 р. був репресований і загинув на Колимі 1942 р.. Щорічно, починаючи з 1992 р., Ніна Опанасівна. організовує міжнародні математичні конференції пам´яті М. Кравчука, зібрала і видала його вцілілі праці, домоглася відкриття йому пам'ятника (2003) та найменування вулиці в Києві, упорядкувала та видала три його книги (2000 – 2004), разом з режисером Олександром Рябокрисом створила документальний фільм «Голгофа академіка Кравчука» (2004). Про неї ж саму О.Рябокрис 2006 р. зняв фільм «УЖМА». Виступала з науковими доповідями в багатьох країнах, є членом десятка зарубіжних математичних товариств, володаркою престижних нагород – відзнака Ярослава Мудрого (1999, 2005), медалі «Будівничий України» (2001), Андрія Первозванного (2005), знаки «Петро Могила» (2007), «Викладач-дослідник» (2008), LeadingScientistofthe World-2010 (Cambridge), медаль Святого Володимира (2010).

Написала низку нарисів про колишніх політв'язнів (про І. Сеник, О. Вітер, Б. Бійовську, О.Мешко, друга родини Ю. Литвина, легендарного письменника-дисидента Є. Концевича), українських учених М.Остроградського, Г.Вороного, М. Кравчука, А. Люльку, Є. Вікторовського та ін.). Окрему цінність становлять її праці правозахисного характеру «Про заборону української мови (XVII-XX ст.)» та «Дещо про українську математичну термінологію», книга спогадів «Зернини з доріг життя мого...».

Н.Вірченко – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри вищої математики Національного технічного університету «КПІ», академік-секретар відділення математики АН Вищої школи України, віце-президент АН ВШ (1998), член НТШ, лауреат І премії НТУУ «КПІ» (1998), заслужений викладач НТУУ «КПІ» (1999), заслужений працівник освіти України (2006), голова Науково-методичної ради Всеукраїнського товариства політв´язнів і репресованих (1995-2005). Реабілітована 1991 року.

Анатолій Володимирович Скороход (1930-2011)

Народився 10 вересня 1930 р., Нікополь, Дніпропетровська область. Народився в сім'ї вчителів. З 1935 року сім'я мешкала в м.Марганець, а 1946-го — переїхала до м.Ковель (Волинська область). У 1948р.— з золотою медаллю закінчив середню школу в Ковелі та вступив до Київського державного університету імені Т.Г.Шевченка на фізико-математичний факультет. Закінчив у 1953 році, маючи на своєму рахунку 5 наукових праць, 3 з яких були опубліковані в провідних журналах СРСР. Тоді ж вступив до аспірантури при КДУ ім. Т.Шевченка та відбув продовжувати навчання в Москву. У 1956р. у журналі «Теория вероятностей и ее применения» (Москва) опубліковано статтю Скорохода, яка давала суттєве узагальнення принципу інваріантності Донскера на значно ширший клас випадкових об'єктів. У цьому ж році отримав звання доцента. Протягом 1957-1964рр. працював у КДУ ім. Т.Шевченка. Кандидат фізико-математичних наук (1957), доктор фізико-математичних наук (1962), професор (1964). 1964-2002 — працював в Інституті математики НАН України, головний науковий співробітник (у 1964-1992 рр. — завідувач відділу теорії випадкових процесів), водночас професор Київського університету. У 1967 р. — став член-кореспондентом Академії наук УРСР. У 1968 р. — за участь у виступі групи українських інтелектуалів на захист конституційних прав громадян (підписав т. зв. «лист 137-ми») йому заборонили читати лекції студентам і керувати аспірантами.

Протягом 1969-1982 років був «невиїзним», не міг виступати на наукових конференціях за кордоном СРСР. За цей період опублікував 12 наукових книг і 12 (частково в співавторстві) науково-популярних видань.

Відсутність вченого на міжнародних наукових форумах дала підставу для чуток, начебто «Скороход» — це збірне ім'я радянських математиків, які працюють в області теорії випадкових процесів (на кшталт французької групи Бурбакі).

Після повернення можливості виїзду за кордон брав участь у Міжнародному математичному конгресі (США, 1986р.), Міжнародному колоквіумі пам'яті П.Леві (Париж, 1987р.), відвідав Університет імені П'єра і Марії Кюрі (Париж, 1983р.) та Міжнародний інститут системного аналізу при ЮНЕСКО (Відень, 1984р.).

У 1985р. — отримав звання академіка НАН України, у 1988р. — підтримав письмове звернення до міської адміністрації Києва з вимогою дозволити проведення першого екологічного мітингу в місті. У 1989р. — брав участь у висуненні перших альтернативних кандидатів у народні депутати СРСР. З 1993р. року працював на посаді професора Мічиганського університету (США).

Наукові праці пов’язані з теорією стохастичних диференціальних рівнянь, граничних теорем для випадкових процесів, розподілів у нескінченновимірних просторах, статистики випадкових процесів, марківських процесів.

А.Скороход є автором понад 450 наукових праць, серед яких 23 монографії (більшість із них перекладені та видані за кордоном), понад 300 статей у провідних наукових журналах, підручники. Був головним редактором наукового журналу «Теорія ймовірностей та математична статистика», членом редколегій низки вітчизняних і зарубіжних часописів.

Підготував 56 кандидатів і 17 докторів наук.

Віктор Михайлович Глушков (1932-1982)

Творчий зліт В. Глушкова вражає своєю нестримністю. Його життя вистачило б на кілька життів. Випереджати час Віктор

Михайлович умів уже в середній школі. Діапазон його захоплень був надзвичайно широкий: філософія, математика, фізика, література, ботаніка. Він вивчав окремі дисципліни в обсязі вузівських курсів. Заради улюбленої математики в нього вистачило сили відмовитися від улюбленої гри в шахи.

Народився В. Глушков у 1923 році у сім'ї вчителя в м. Ростов-на-Дону. Його молодість припала на роки Великої Вітчизняної війни. Разом з іншими Віктор рив окопи і зводив оборонні споруди на Сталінградському фронті. Але кожної вільної хвилини він діставав свої книжки і продовжував штурмувати науки. Під час війни юнака спіткало велике горе - від кулі фашистських окупантів загинула його мати. У повоєнні роки Віктор Глушков працював на шахті і навчався одночасно у двох вузах - Новочеркаському політехнічному інституті та Ростовському університеті на механіко-математичному факультеті. Працювати доводилося, не переводячи подиху. Якось за десять днів сесії він склав на "відмінно" двадцять п'ять вузівських екзаменів. Після закінчення навчання В. Глушков працював викладачем Уральського лісотехнічного інституту в м. Свердловську і паралельно займався дослідницькою роботою - шукав нові шляхи у розвитку техніки швидких обчислень. На той час, вже кандидат фізико-математичних наук, В.Глушков захистив дисертацію на вчений ступінь доктора математичних наук. У ній молодий вчений розв'язав одну з найскладніших алгебраїчних задач, п'яту узагальнену проблему Гільберта. Важливі результати отримав в теорії цифрових автоматів, в галузі застосувань обчислювальної техніки в керівництві виробничими процесами та економіці. Під його керівництвом були створені універсальні електронно-обчислювальні машини "Київ", "Дніпро" та інші ЕОМ. У 1956 році при Київському Інституті математики Академії наук УРСР було організовано лабораторію обчислювальної техніки із 60 науковців на чолі з В.М. Глушковим, з колективом якої Віктор Михайлович і здійснив свій кібернетичний старт. У 1957 році на базі цієї лабораторії створюється Обчислювальний центр АН УРСР, реорганізований згодом в Інститут кібернетики АН УРСР. Його керівником було призначено

В. Глушкова. Кібернетика розвивалася з вражаючою швидкістю. Київські вчені створювали все потужніші й досконаліші ЕОМ, яких вимагало виробництво. За допомогою ЕОМ "Київ" уперше в світі здійснювалось керування з Києва технологічними процесами на відстані 500 км - вибір часу "плавки" сталі на Дніпродзержинському металургійному заводі. Потім були "Днепр - 1", "Промінь", "Мир - 1", "Днепр - 2", "Киев - 67", "Мир - 2", "Киев - 70". І це ще далеко не повний перелік ЕОМ і обчислювальних систем, створених під науковим керівництвом Віктора Михайловича.

Міжнародна популярність Інституту кібернетики Української РСР була величезною. Наприклад, у 1969 році В.М. Глушков одержав понад сто запрошень, в яких йому пропонували прочитати лекції з різних питань кібернетики. В. Глушкову належить понад 400 праць, з них 10 - спеціальних монографій. Через все своє життя Віктор Михайлович проніс радість першовідкриття і виховав багато молодих учених.

Анатолій Михайлович Самойленко (1938-2020)

Народився 2 січня 1938 р., у селі Потіївка, Радомишльського району Житомирської області) – український математик. Від 1978 р. член-кореспондент, тепер академік НАН України. Академік-секретар Відділення математики НАН України та директор Інституту математики НАН України.

Академік НАН України А. Самойленко — засновник наукової школи з теорії багаточастотних коливань та теорії імпульсних систем, що визнана математичними центрами світу, один з провідних спеціалістів у галузі звичайних диференціальних рівнянь та теорії нелінійних коливань. У 1960 р. А. Самойленко з відзнакою закінчує університет і на запрошення академіка Ю. Митропольського вступає до аспірантури Інституту математики АН УРСР. Вибір теми його кандидатської дисертації «Застосування асимптотичних методів для дослідження нелінійних диференціальних рівнянь із «нерегулярною» правою частиною» був цілком закономірним, оскільки саме в той час бурхливо розвивалася, набираючи світової популярності, київська школа нелінійної механіки, заснована академіками М.Криловим і М.Боголюбовим. Закінчивши аспірантуру і успішно захистившись, А.Самойленко протягом наступних 11 років працює в Інституті математики АН УРСР. У 1967 р. він захистив докторську дисертацію на тему «Деякі питання теорії періодичних і квазіперіодичних систем», ставши наймолодшим в Україні доктором наук. У період з 1974 по 1987 рр. Анатолій Михайлович очолює кафедру інтегральних та диференціальних рівнянь Київського державного університету ім. Т.Г. Шевченка. З його приходом на кафедрі істотно активізується науково-дослідна робота, підготовка кандидатів і докторів наук, а організований ним семінар з диференціальних рівнянь стає відомим не лише в Україні, а й далеко за її межами. У 1978 р. Анатолія Михайловича обирають членом-кореспондентом АН УРСР. Невдовзі після повернення в 1987 р. до Інституту математики АН УРСР А. Самойленко стає його директором і ось уже впродовж 30 років очолює цей відомий математичний центр. За цей час Анатолій Михайлович зарекомендував себе не тільки як видатний учений, а й як умілий організатор науки. За його ініціативи та за безпосередньої участі як голови оргкомітету було проведено велику кількість авторитетних міжнародних конференцій, у тому числі два Українських математичних конгреси (2001, 2009), у кожному з яких узяли участь понад півтисячі українських і закордонних математиків. А.Самойленко є головним редактором журналів «Український математичний журнал» (англомовний переклад у видавництві Springer — «Ukrainian Mathematical Journal»), «Нелінійні коливання», «Український математичний вісник», «Математичний вісник Наукового товариства імені Шевченка», «Збірник праць Інституту математики НАН України», членом редколегії журналів «Доповіді НАН України», «Вісник НАН України», «У світі математики», «Memoirson Differential Equationsand Mathematical Physics», «Miskolc Mathematical Notes», «International Journal of Dynamical Systemsand

Differential Equations», «Applied and Computational Mathematics». Математичний талант і неабиякі організаторські здібності Анатолія Михайловича здобули йому заслужений авторитет і повагу наукової спільноти. Його обрано академіком НАН України (1995), дійсним членом Європейської академії наук (2002), членом-кореспондентом Accademia Peloritanadei Pericolanti (Мессіна, Сицилія, 2006), іноземним членом АН Республіки Таджикистан (2011). З 2006 р. і до сьогодні Анатолій Михайлович обіймає відповідальну посаду академіка-секретаря Відділення математики НАН України.

Наукові досягнення Анатолія Михайловича широко відомі спеціалістам у галузі диференціальних рівнянь, математичної фізики, теорії нелінійних коливань. Він по праву вважається основоположником цілого ряду важливих напрямів досліджень у цих галузях. Так, у 1965 р. він запропонував і обґрунтував новий ефективний метод відшукання періодичних розв’язків суттєво нелінійних диференціальних рівнянь, який і досі відомий як «чисельно-аналітичний метод Самойленка». Надалі цей метод одержав всесвітній розвиток і застосування при розв’язанні нелінійних крайових задач у багатьох роботах як самого автора, так і його учнів, а відповідні результати були втілені в численних монографіях. У середині 1960-х років А.Самойленко під впливом робіт А.Колмогорова, В. Арнольда, М.Боголюбова, Ю. Мозера проводить інтенсивні дослідження актуальних задач теорії багаточастотних нелінійних коливань, що пов’язані з відомою проблемою малих знаменників. За допомогою методу послідовних замін змінних, що характеризується прискореною збіжністю, і техніки згладжування йому вдалося одержати ряд важливих результатів, що стосуються скінченно-гладких неконсервативних систем нелінійної механіки, і, зокрема, довести теореми про випрямлення майже паралельного векторного поля на торі довільної розмірності, про існування лінеаризуючого дифеоморфізму в околі тороїдального многовиду, що замітається квазіперіодичною траєкторією, про звідність лінійних квазіперіодичних систем із майже постійними коефіцієнтами, а також про міру звідних систем цього класу. Важливе місце в наукових пошуках А.Самойленка посідають питання теорії інваріантних тороїдальних многовидів нелінійних динамічних систем. Йому належить розроблення ефективного методу дослідження задачі про збереження інваріантних торів при збуреннях. В основу свого підходу Анатолій Михайлович поклав введене ним же поняття функції Гріна лінійного розширення динамічної системи на торі (у сучасній математичній літературі це поняття відоме як функція Гріна—Самойленка). За допомогою апарату функцій Гріна йому вдалося не лише довести теореми існування стійких і гіперболічних інваріантних торів у рамках теорії збурень, а й одержати оптимальні результати про ступінь їх гладкості. Крім цього, не обмежуючись теоремами існування, одержаними за допомогою апарату функцій Гріна, А.Самойленко розвинув і обґрунтував наближений проективно-ітеративний метод відшукання інваріантних торів у вигляді збіжної послідовності тригонометричних поліномів. Підсумком циклу робіт, який увібрав у себе вищезгадані результати, стала монографія А.Самойленка «Элементы математической теории многочастотных колебаний» (М.: Наука, 1987), перевидана англійською під назвою «Elements of the mathematical theory of multi-frequency oscillations» (Dordrechtetc.: Kluwer Acad. Publ., 1991). Ще один загальновизнаний цикл робіт Анатолія Михайловича пов’язаний з теорією систем з імпульсною дією. Особливо активне формування зазначеної теорії за участю А.М. Самойленка та його учнів відбулося в 1970–1980 рр. Монографія «Диференціальні рівняння з імпульсною дією» — перша у світовій літературі книга, в якій було викладено широкий спектр результатів, покладених в основу теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією. Пізніше, в 1995 р., цю монографію було доповнено новими результатами та перекладено англійською у видавництві World Scientific. Талант і досвід Анатолія Михайловича як ученого й організатора науки, лідера київської математичної школи яскраво проявляється у його вмінні керувати дослідницькою роботою відразу в кількох напрямах. Так, разом з учнями було розроблено теорію знакозмінних функцій Ляпунова для вивчення дихотомії, глобально обмежених розв’язків та інваріантних многовидів лінійних розширень динамічних систем на торі, розвинуто теорію нетерових крайових задач для систем із запізненням, рівнянь з імпульсною дією, сингулярно збурених систем. Пізніше автори цієї теорії знайшли її ефективне застосування до досліджень задач про обмежені на всій осі розв’язки неавтономних систем, що мають властивість експоненціальної дихотомії на півосях.

Ще один напрям досліджень А.Самойленка стосується вивчення резонансних явищ у багаточастотних системах, включаючи системи з повільно змінними параметрами. Виведені ним витончені оцінки осцилюючих інтегралів, які виникають при вивченні процесу проходження траєкторією резонансних підмножин фазового простору, стали основою для одержання нових глибоких результатів з обґрунтування методу усереднення в коливних системах із числом частот більшим від двох. Не може не викликати захоплення той факт, що загальна кількість наукових публікацій ювіляра становить понад 600, у тому числі три десятки монографій, понад два десятки підручників і навчальних посібників. Його учні захистили 35 докторських та 87 кандидатських дисертацій. На особливу увагу заслуговує педагогічна діяльність професора А.Самойленка в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, Національному технічному університеті України «КПІ імені Ігоря Сікорського» та інших вищих навчальних закладах. Яскравий лекторський талант Анатолія Михайловича, його вміння чітко, ясно та емоційно викладати матеріал на основі розроблених ним оригінальних лекційних курсів завжди справляв незабутнє враження на слухачів.

ДОДАТОК Б

Диференціальне та інтегральне числення (Ньютон та Лейбніц)

У XVII в . перед природознавством виникла нова проблема знайти закони руху. Для цього апарат математики постійних величин був недостатнім. Роботи Кавальєрі, Декарта, Валліса, Гюйгенса, Паскаля і ін. підготували все для побудови диференціального й інтегрального числення. Вони дійсно з'явилися в роботах Ньютона і Лейбніца і стали могутнім засобом вирішення нових завдань. Про те, що вони спиралися на праці попередніх поколінь математиків, Ньютон сказав: «Я зробив так багато тому, що стояв на плечах гігантів». Дуже багато написано з питання про пріоритет цього відкриття. Встановлено, що обидва вони відкрили свої методи незалежно один від одного. Ньютон першим відкрив свої методи аналізу (1665-1666), а Лейбніц пізніше (1673-1676), але Лейбніц першим виступив у пресі (Лейбніц в 1684-1686 рр., Ньютон в 1704-1736 рр.).

Геніальний англійський учений, основоположник сучасної механіки, творець математики неперервних процесів Ісаак Ньютон (1643-1727) в 1665-1666 рр. відкрив свій загальний метод аналізу, який назвав «теорією флюксій». Перший систематичний виклад цієї теорії дано в рукописи «Наступні пропозиції достатні, щоб вирішувати завдання за допомогою руху» (1666). В його наступній праці «Аналіз за допомогою рівнянь з нескінченним числом членів» (1669) містяться фундаментальні відкриття в області нескінченних рядів. Зокрема, він узагальнив загальне розкладання ступеня бінома на випадок будь-якого дійсного показника. Даний Ньютоном метод вивчення функцій за допомогою рядів мав згодом величезне значення для всього аналізу. Виклад аналізу Ньютона має механічну основу. Поточні змінні величини змінюються в залежності від часу, вони називаються «Флюентами », позначаються v , x , y z . Швидкості, з якими кожна флюента змінюється при русі, називаються « флюксіями». Нескінченно малі зміни флюент, названі «моментами флюксій», позначаються vo, xo, yo, zo , де o - «нескінченно мала кількість». Неважко бачити, що флюксія Ньютона - це похідна. Однак його спосіб не був цілком визначеним. Нескінченна мала кількість була визначена нестрого: в одних випадках їм нехтували, відкидали, в інших випадках на нього ділили, тобто вважали ненульовим. Ньютоном були поставлені в термінах методу флюксій дві головні проблеми аналізу. Перша: по даному співвідношенню між флюентами визначити співвідношення між флюксіями. Це завдання диференціювання функцій, що залежать від «часу». Друга: по даному рівнянню, що містить флюксії, знайти співвідношення між флюентами. Це завдання інтегрування диференціального рівняння першого порядку. З ім'ям Ньютона пов'язано вирішення багатьох взаємопов'язаних завдань математики і фізики. Він розглядав математику тільки як спосіб для фізичних досліджень. Його основна праця "Математичні початки натуральної філософії» (1687) наскрізь пройнятий духом нових обчислень, він показує всемогутність цих обчислень у вивченні законів природи. В цій роботі він звів всі відомі до нього і всі знайдені їм самим відомості про рух і силу в одну дедуктивну систему земної і небесної механіки. В цій ж праці Ньютон вперше розробив загальну теорію граничних переходів під назвою «методу перших і останніх відношень». Тут вводиться і сам термін «границя» (limes). Поняттю границя визначення не дається, метод границь викладається в 12 лемах. Внесок Ньютона в математику не вичерпується створенням аналізу. Його «Універсальна арифметика» стає одним з перших підручників Нового часу з арифметики, алгебри і застосування алгебри до геометричних завдань. В алгебрі йому належать метод чисельного рішення алгебраїчних рівнянь (метод Ньютона), важливі теореми про симетричні функції коренів алгебраїчних рівнянь (формули Ньютона), про добування коренів. У творі «Загальна арифметика» (1707) він розвинув вчення про число, дав визначення числа: «Під числом: ми розуміємо не тільки безліч одиниць, скільки абстрактне відношення якої-небудь величини до іншої величини того ж роду, прийнятої за одиницю. Число буває трьох видів: ціле, дробове і ірраціональне. Ціле число є те, що вимірюється одиницею; дробове - кратне частці одиниці; ірраціональне число незрівнянно з одиницею».

Недоліки аналітичних методів Ньютона викликали нападки на теорію флюксій. Ці непорозуміння були усунені лише після чіткого встановлення сучасного поняття границі.

Великий німецький учений Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646-1716) – один з основоположників математичного аналізу. Народився в Лейпцигу. Закінчив юридичний факультет Лейпцігського університету. Знаходився на юридичній і дипломатичній службі та виїжджав до Парижу. Творча математична діяльність почалася там, де він познайомився з Гюйгенсом і під його керівництвом вивчав роботи Галілея, Декарта, Ферма, Паскаля і самого Гюйгенса. У 1700 р організував Академію наук в Берліні і став її першим президентом. Сприяв відкриттю академій наук у Відні і Петербурзі. Зустрічався з Петром I, працював над проектом організації освіти в Росії. Лейбніц знайшов своє нове літочислення в 1673-1676 рр. під впливом Гюйгенса, в ході вивчення робіт Декарта і Паскаля. Він знав, що Ньютон володів подібним методом. Але підхід Ньютона був механічним, а підхід Лейбніца - геометричним. При цьому він виходив не з квадратури кривих, як Ньютон, а з проблеми дотичних. Розглядав «характеристичний трикутник» (dx , dy , dz), який вже зустрічався у Паскаля. Колишні частинні і розрізнені прийоми Лейбніц звів у єдину систему взаємопов'язаних понять аналізу, що дозволило проводити дії з нескінченно малими за певним алгоритмом. Вперше аналіз в формі Лейбніца викладено їм у друку в 1684 р. в статті «Новий метод для максимумів і мінімумів, а також для дотичних, для якого не є перешкодою дробові і ірраціональні кількості, і особливий вид обчислення для цього». В цій статті вперше вводилися наші символи dx, dy, правила диференціювання добутку і частки. Роз'яснення аналізу Лейбніца страждали тієї ж невизначеністю, що і у Ньютона. Іноді dx, dy були скінченними величинами, іноді менше будь-якої певної кількості і все-таки не нулі. У 1686 р вийшла наступна стаття «Про приховану геометрію ...» з правилами інтегрального числення. У ній містився символ $\int$, який Лейбніц називав «сумою» (термін «інтеграл» пізніше ввів Я. Бернуллі). Лейбніц був одним з найбільш плідних винахідників сучасних математичних символів. Мало хто з математиків так добре розуміли єдність форми і змісту символіки. Назва «диференціальне та інтегральне числення» належить Лейбніцу. Він же ввів терміни: «функція», «змінна величина», «координати», «абсциса», «ордината», «диференціал», «алгоритм». Завдяки його впливу стали користуватися знаками рівності «=» і множення «•», логічною символікою.

Математичні роботи Лейбніца не обмежуються областю аналізу. Вчений займався пошуком загального методу для оволодіння науками. Він шукав «Спільну мову», в якому всі помилки думки виявилися б як помилки обчислень. Це привело його до символічної логіки. Таким чином, Лейбніц вважається одним з основоположників математичної логіки. Лейбніца можна вважати ідейним натхненником сучасної машинної математики. Він одним з перших сконструював лічильну машину, яка виконувала не тільки додавання і віднімання, але й множення, ділення, піднесення до степеня і добування квадратного і кубічного коренів. Понад 40 років Лейбніц присвятив удосконаленню свого винаходу. Винайшов він і перший інтегруючий механізм. Лейбніц ввів поняття визначника і висунув деякі ідеї, що стосуються теорії визначників, які далі розвивали Вандермонда, Коші, Гаусс і остаточно розробив К. Якобі. Вплив робіт Лейбніца на сучасників виявився величезним. Він створив власну математичну школу, в яку входили брати Бернуллі, Лопиталь, Ейлер і ін.

Роботи Л. Ейлера

Головним підсумком розвитку математики XVII століття є створення апарату математики змінних величин: поняття функції як аналітичного вираження і головного засобу, дослідження функцій - алгоритмів обчислення нескінченно малих, розвинених до диференціального і інтегрального числення. Створено нові розділи математики: аналітична геометрія, теорія ймовірностей, проективна геометрія. Поставлені і вирішені ряд важливих завдань теорії чисел. Розвинені чисельні методи. Сформульована основна теорема алгебри.

Геніальний математик, механік, фізик, астроном Леонард Ейлер (1707-1783) вийшов з Базеля. Його батько, пастор, був учнем Я. Бернуллі. Леонард навчався у батька і І. Бернуллі. Закінчив Базельський університет. Був запрошений для роботи в нещодавно організовану Петербурзьку Академію наук і довгий час працював в ній (1727-1741, 1766-1783), був прикрасою і славою Академії більше 50 років. У 1741-1766 рр. працював в Берліні, але не порвав зв'язку з Петербургом. Він продовжував допомагати в підготовці російських математиків. Його статті на латинській мові з'являлися без перерви в друкованому органі Академії («Коментарі Петербурзької Академії наук») починаючи з 2-го тому за 1727 р. до самої смерті і ще 43 роки по тому. Росія стала його другою батьківщиною. Похований в Санкт-Петербурзі. Йому належать помітні результати у всіх областях математики і її додатків, що існували в його час. Він заклав основи багатьох математичних дисциплін. Серед всіх вчених Ейлер виділявся фантастичною продуктивністю і неймовірною інтуїцією. У 1735 р. він осліп на одне око, в 1766 р. майже повністю втратив зір, але ніщо не могло послабити його працездатність. Сліпий Ейлер, користуючись феноменальною пам'яттю, продовжував диктувати свої відкриття. Написав 886 робіт. 550 його книг і статей опубліковані за життя, інші протягом 47 років після смерті. В 1909-1975 рр. в Швейцарії видавалося повне зібрання творів Ейлера, що складається з 72 томів. Численні відкриття Ейлера з математичного аналізу, зроблені їм за 30 років і надруковані в різних академічних виданнях, були об'єднані в одному творі - двотомному «Запровадження в аналіз нескінченних» (1748). Воно було присвячено властивостям раціональних і трансцендентних функцій, дослідження кривих і поверхонь. У цій праці міститься виклад нинішньої тригонометрії з її визначеннями і позначеннями і теорії рядів. Вперше вводиться поняття функції комплексної змінної. Наводиться відома формула Ейлера, що пов'язує показникові і тригонометричні функції, розклад в степеневий ряд функцій *cosx, sinx,*e^x. Вперше вводяться кути Ейлера, які відіграють в математиці і механіці важливу роль. Потім вийшов трактат в 4-х томах. Перший том, «Диференціальне числення» (1755), був виданий в Берліні, інші три томи «Інтегрального числення» (1768-1770) – в Петербурзі. В останньому томі розглядалося варіаційне числення, створене Ейлером і Лагранжем. Всі ці книги служили основними посібниками для математиків. Вони вигідно відрізнялися від «Начал» Евкліда і від «Принципів» Ньютона. Звівши струнку побудову математичного аналізу від самого фундаменту, Ейлер не прибрав ті ліси і сходи, по яких він сам дерся до своїх відкриттів. Багато красивих здогадок і початкові ідеї доказів збережені в тексті, незважаючи на те, що містяться в них помилки, - в повчання всім спадкоємцям ейлерової думки. «Вивчення робіт Ейлера залишається найкращою школою в різних областях математики, і ніщо інше не може це замінити», - сказав великий німецький математик Гаусс. Ейлер присвятив ряд робіт алгебрі і теорії чисел. Робота «Елементи алгебри "(1768) вийшла російською, німецькою та французькою мовами. Вчений поклав початок аналітичного методу в теорії чисел. Всього теорії чисел присвячені понад 140 його робіт: відомі функція Ейлера, закон квадратичної взаємності Ейлера і ін. Досліджуючи прості числа, Ейлер запропонував ряд формул, при підстановці в які великої кількості перших цілих чисел виходять прості. Ейлер довів також, що будь-який многочлен з цілими коефіцієнтами при підстановці чисел 0, 1, 2, ... рано чи пізно дасть складене число. Ейлер був одним із творців сучасної диференціальної геометрії. Йому ж належить доказ топологічної теореми про співвідношення між числом вершин, граней і ребер багатогранника: V + F = E + 2. В алгебраїчній топології важливу роль відіграють ейлерова характеристика та ейлерів клас. Майже у всіх областях математики і її додатків зустрічається ім'я Ейлера: теореми, тотожності, постійні, кути, функції, інтеграли, формули, рівняння, підстановки. Велика частина робіт

Ейлера присвячена питанням застосування математики у фізиці, механіці, астрономії. Вчений зробив величезний вплив на розвиток математичної освіти в Росії. Ейлер вважається основоположником не тільки Петербурзької математичної школи, але також першої в Росії методико-математичної школи. Перші підручники математики, видані російською мовою, були написані Ейлером. Перші російські академіки з математики були учнями Ейлера (С.К. Котельников, С. Я. Румовскій , Н.І. Фусс , М.Є. Головін). Математична школа Ейлера під його керівництвом провела величезну просвітницьку роботу, створила чудову для свого часу навчальну літературу. Вплив Ейлера на весь подальший розвиток математики безперечний, «Читайте Ейлера, це наш спільний учитель», - скачав великий французький математик Лаплас.

Ж.Л.Лагранж

Удосконаленням обчислення нескінченно малих займався Жозеф Луї Лагранж (1736-1813), французький математик і механік. Він намагався обґрунтувати строго теорію границь, виключити недоліки аналізу Ньютона, Лейбніца і Даламбера. Але його алгебраїчний метод обґрунтувань аналізу виявився незадовільним.

Роботи Лагранжа і Ейлера лягли в основу нового розділу математичного аналізу - варіаційного числення. Причому Ейлер часто визнавав переваги методів Лагранжа над своїми. В період роботи в Берліні Лагранж отримав важливі результати в диофантовому аналізі, теорії алгебраїчних рівнянь, варіаційному численні. У книзі «Про рішення чисельних рівнянь» (1767) дав методи відділення дійсних коренів алгебраїчного рівняння і їх наближеного обчислення. Знайшов метод виключення змінних із системи рівнянь за допомогою результанта. В «Роздумах про алгебраїчні розв'язування рівнянь» (1770) досліджував проблему про можливість вирішення рівнянь вище четвертого степеня. Вони вплинули надалі на Галуа і Абеля, які вирішили ці проблеми. У Парижі Лагранж видав свої курси математичного аналізу в двох частинах: «Теорія аналітичних функцій» (1797) і «Лекції по обчисленню функцій» (1801-1806). Дав формулу залишкового члена ряду Тейлора, формулу кінцевих збільшень і інтерполяційну формулу. Ввів потрійні інтеграли. Розробив метод варіації довільних сталих. Використовував функції комплексної змінної для вирішення завдань гідродинаміки. У 1788 р. опублікував «Аналітичну механіку», в якій створив класичну механіку у вигляді вчення про загальні диференціальні рівняння руху матеріальних систем. Таким чином, він замінив геометричний підхід Ньютона до механіки аналітичним підходом.

П. С. Лаплас

П'єр Симон Лаплас (1749-1827), французький математик, фізик і астроном, останній провідний математик XVIII століття. Йому належать фундаментальні роботи з математики, експериментальної і математичної фізики, небесної механіці. Основна математична робота Лапласа - «Аналітична теорія ймовірностей» (1812). Вона включає все те, що складає сучасний курс теорії ймовірностей. До кінця VIII століття деякі провідні математики висловлювалися, що область математичних досліджень виснажена, що все вже відкрито і викладено.

Комплексні числа

Потрібна була не одна сотня років для того, щоб математики змогли осмислити поняття ірраціонального числа і виробити спосіб запису такого числа і наближеного значення його у вигляді нескінченного десяткового дробу. Як видно, поняття числа минуло довгий шлях розвитку: спочатку цілі числа, потім дробові, раціональні (додатні і від'ємні) і, нарешті, дійсні. (Будь-яке число, яке можна виразити у вигляді скінченного або нескінченного десяткового дробу, являє собою елемент множини дійсних чисел). Але на цьому розвиток не завершився. У зв'язку з рішенням рівнянь математики зустрілися з числом, яке виражалося $\sqrt{-1}$. Воно отримало назву уявної одиниці. Довгий час уявні числа не визнавали за числа. Після того як норвезький математик Гаспар Вессель (1745-1818) знайшов можливість уявити недійсне число геометрично, то так звані «уявні числа» отримали своє місце в множині комплексних чисел. Однак і раніше інтерпретація цих чисел була у Даламбера і Ейлера, які ставили у відповідність комплексним числах точки площини і деякі функції комплексної змінної тлумачили геометрично. Позначення комплексного числа $a+bi$ – належить Кардано. Ейлер став записувати це число у вигляді $a + bi$, де i^2=-1.За рекомендацією ірландського математика Вільяма Роуена Гамільтона (1805-1865) комплексні числа стали висловлювати парою дійсних чисел у вигляді (a, b). Однак і на цьому розвиток поняття числа не завершилося. В даний час учень з самого початку вивчення комплексних чисел дізнається, що їх можна представити у вигляді векторів або точок на площині. Однак до цієї ідеї, якою б простою вона нам ні здавалася, вчені дійшли лише в XIX ст.

Алгебра

Алгебра виникла в зв'язку з рішенням різноманітних задач за допомогою рівнянь. Зазвичай в задачах потрібно знайти одну або кілька невідомих, знаючи при цьому результати деяких дій, що виконуються над шуканими і даними величинами. Такі завдання зводяться до вирішення одного або системи кількох рівнянь, до знаходження шуканих за допомогою алгебраїчних дій над даними величинами. В алгебрі вивчаються загальні властивості дій над величинами. Деякі алгебраїчні прийоми рішення лінійних і квадратних рівнянь були відомі ще 4000 років тому в Стародавньому Вавилоні. Це було обумовлено потребою вирішувати практичні завдання, пов'язані з знаходженням площ земельних ділянок і з земляними роботами військового характеру. Чимало властивостей, правил дій над величинами, алгебраїчних прийомів знали вчені Стародавньої Греції. Однак вони висловлювали їх в геометричній формі. Наприклад, Евклід (бл . 300 м до н.е.) займався питаннями перетворення одних фігур в інші, їм рівновеликі. В «Началах» вирішується завдання про побудову квадрата, рівновеликого будь-якому даному многокутнику. При цьому Евклід оперує самими площами, а не числами, які виражають ці площі. Те, що ми отримуємо за допомогою алгебри, Евклід отримував геометричним шляхом. Добування квадратного кореня з числа означало для Евкліда побудову сторони квадрата, площа якого дорівнює площі даного багатокутника. Сліди геометричної алгебри ми зустрічаємо і зараз в термінах «квадрат» числа, «куб» числа. Процес звільнення алгебри від геометричної форми і створення буквеної символіки почався в Древній Греції, в працях Діофанта (III в . до н. е.), і продовжився в Індії і в середні століття в арабських країнах і в Європі. Однак, тільки після того, як Вієт (1540-1603) ввів буквені позначення не тільки для невідомих, але і для позначення відомих величин і коефіцієнтів, після появи праць Декарта (1596-1650), Ньютона (1643-1727) та інших вчених цей тривалий історичний процес був в основному завершений. Саме завдяки введенню буквених коефіцієнтів стало можливим дослідження алгебраїчних рівнянь в загальному вигляді та застосування загальних формул. Завдання, сформульовані в загальному вигляді, без конкретних числових даних, зустрічаються вже в давнину і в середні віки. Наприклад, в астрономічному трактаті «Аріабхаттіам» індійського вченого Аріабхатти (народ. в 476 р.) є наступна задача: «Дві особи мають рівні майна, причому кожне складається з відомого числа речей однаковою цінності і відомого числа монет. Однак як число речей, так і сума грошей у них різні. Яка вартість речі?». У «Арифметиці» Діофанта немає систематичного викладу алгебри, але міститься систематизований ряд завдань, супроводжуваних поясненнями, що вирішуються за допомогою складання рівнянь різних степенів. При складанні рівнянь Діофант для спрощення рішення вміло вибирає невідомі.

Розглянемо як приклад одну з цих задач: «Знайти два числа, знаючи, що сума їх дорівнює 20, а добуток - 96».

Діофант міркує таким чином: з умови задачі випливає, що шукані числа не рівні, так як якщо б вони були рівні, то їх добуток дорівнював б не 96, а 100. Таким чином, одне з них буде більше половини їх суми, тобто $10+x$, інше ж менше, тобто $10-x$. Різниця між ними $2x$. Звідси рівняння,

$(10+x)(10-x)=96$ або $100-x^2=96$, $x=2$. Одне з шуканих чисел дорівнює 12, інше 8. Рішення $x=-2$ для Діофанта не існує, так як грецька математика знала лише додатні числа.

Завдання на квадратні рівняння зустрічаються вже в згаданому вище астрономічному трактаті «Аріабхаттіам», складеному в 499 р. індійським математиком і астрономом Аріабхаттой (I в.). Інший індійський учений Брахмагупта (VII ст.) виклав загальне правило рішення квадратних рівнянь, зведених до єдиної канонічної форми: $ax^2+bx=c$, $a>0$. У цьому рівнянні коефіцієнти, крім a, можуть бути і від'ємними. Правило Брахмагупти по суті збігається з нашим.

У Стародавній Індії були поширені публічні змагання у вирішенні складних алгебраїчних задач, сформульованих часто у віршованій формі. На початку IX століття видатний математик східного середньовіччя Мухаммед ібн-Муса ал-Хорезмі, який народився в другій половині VIII в . і помер між 830 і 840 рр , написав підручник, який став родоначальником європейських підручників алгебри і дав цій науці не тільки назву, а й абсолютно новий характер.

Евклід питання алгебри вирішує геометрично. Діофант, якого називають «батьком грецької алгебри», штучними прийомами знаходить числа, що задовольняють заданим умовам, що виражається рівняннями. Ал-Хорезми же пише в передмові до своєї книги « Кітаб ал-джабр ва-л - мукабала»(«Книга протиставлення і відновлення»), що він «склав цей невеликий твір з найбільш легкого і корисного в науці числення і притому такого, що потрібно постійно людям в справах про спадкування, спадкового мита, при розділах майна, в судових процесах, в торгівлі і у всіх їх ділових взаєминах, випадках вимірювання земель, проведення каналів, в геометричних обчисленнях і інших предметах різного роду і сорту ... ».

«Алгебра» Хорезми, що збереглася до нашого часу в арабському рукописі, переведена на різні мови. В теоретичній частині твору викладені правила алгебраїчних перетворень, дана класифікація рівнянь 2-го степеня і наводяться правила їх вирішення, доведені геометричним способом. Друга частина містить додатки алгебраїчних методів до вирішення завдань практики. Хорезми розглядає шість видів лінійних і квадратних рівнянь, формулює правила їх вирішення (виражені в словесній формі); правила супроводжуються численними прикладами. Така класифікація пояснюється тим, що Хорезми, як і інші вчені його часу, вимагав, щоб всі члени рівняння були додатніми. Для приведення до одного з цих видів Хорезми вводить дві дії: ал-джабр(тобто доповнення) іал-мукабала (тобто протиставлення). Перше полягає в перенесенні від'ємного члена з однієї частини рівняння в іншу, друге - в приведенні подібних членів. Від терміну «ал-джабр», з яким європейські математики познайомилися з латинським перекладом східних алгебраїчних творів, виникло сучасне слово «алгебра». Велика частина книги відведена вирішенню практичних завдань, чого абсолютно уникали грецькі математики.

Найбільший математик середньовіччя Абу Райхан Беруни (973 - 1048) в творі «Книга навчання початкам науки про зірки», один з розділів присвятив розгляду понять алгебри. Беруни дає визначення невідомої і її степенів, формулює правило знаків, роз'яснює алгебраїчні операції, в тому числі дії «ал-джабр» (тобто перенесення від'ємного члена рівняння в протилежну частину для отримання в обох частинах додатніх членів), і « ал-мукабала» (тобто приведення подібних членів рівняння), наводить традиційну класифікацію квадратних рівнянь, вперше введену Хорезми. Тут же пояснюється так зване «правило двох помилкових положень», або «правило двох помилок», що широко застосовувалося в середньовічній математиці для вирішення завдань на лінійні рівняння: якщо потрібно вирішити рівняння, $ax+b=c$ надаємо невідомій x довільне значення («помилкові положення») x_1 *і* x_2. Тоді, підставляючи, отримуємо $ax_1+b=c+d_1$, $ax_2+b=c+d_2$, де d_1 *і* d_2 – перша і друга помилки; звідси $\frac{x_1-x}{x_{2-x}} = \frac{d_1}{d_2}$ і $\frac{x_1d_2-x_2d_1}{d_2-d_1} =$ $= x$. Таким чином знаходиться істинне значення невідомої.

В Європі формули вирішення квадратних рівнянь за зразком ал - Хорезми були вперше викладені в «Книзі абака», написаної 1202 р. італійським математиком Леонардо Фібоначчі (бл . 1170 - бл . 1250). Це об'ємна праця, в якій відображено вплив математики як країн ісламу, так і Стародавньої Греції, відрізняється і повнотою, і ясністю викладу. Автор розробив самостійно деякі нові алгебраїчні приклади розв'язання задач і перший в Європі підійшов до введення від'ємних чисел. Його книга сприяла поширенню алгебраїчних знань не тільки в Італії, але і в Німеччині, Франції та інших країнах Європи. Багато задач з «Книги абака» переходили майже в усі європейські підручники XVI-XVII ст. і частково XVIII ст.

Загальне правило розв'язання квадратних рівнянь, приведених до єдиного канонічного виду, при всіляких комбінаціях знаків коефіцієнтів, було сформульовано в Європі лише в 1544 р М.Штіфелем (1496-1567). Висновок формули вирішення квадратного рівняння в загальному вигляді є у Вієта, проте Вієт визнавав тільки додатні корені. Італійські математики Тарталья, Кардано, Бомбеллі серед перших в XVI ст. враховують, крім додатніх, і відємні корені. Лише в XVII ст. завдяки працям Жирара, Декарта, Ньютона та інших вчених спосіб вирішення квадратних рівнянь приймає сучасний вигляд.

Про походження термінів і позначень. До множення рівних співмножників призводить вирішення багатьох завдань. Поняття степеня з натуральним показником виникло вже в Стародавній Греції, але сучасні позначення (типу a^5) в XVII в. ввів Декарт. Дробові показники степеня і найбільш прості правила дій над степенями з дробовим показниками зустрічаються в XIV в. у французького математика Н. Орема (1323-1382). Починаючи з XIII ст. італійські та інші європейські математики позначали корінь латинським словом Radix (корінь) або скорочено R. У XV ст. Н. Шюке писав $R^2 12$ замість $\sqrt{12}$. Лише в 1637 р. Рене Декарт з'єднав знак кореня з горизонтальною лінією, застосувавши у своїй «Геометрії» сучасний знак кореня. Цей знак увійшов у загальний вжиток лише на початку XVIII ст.

Потреба в складних розрахунках в XVI столітті швидко росла, і значна частина труднощів була пов'язана з множенням і діленням багатозначних чисел, а також отриманням коренів. В кінці століття декільком математикам, майже одночасно, прийшла в голову ідея: замінити трудомістке множення на просте додавання, зіставивши з допомогою спеціальних таблиць геометричну і арифметичну прогресії, при цьому геометрична буде вихідної. Тоді і розподіл автоматично замінюється на незмірно більш просте і надійне віднімання, а добування кореня ступеня n зводиться до поділу логарифма підкореневого виразу на n. Першим цю ідею опублікував у своїй книзі «Arithmetica integra» Міхаель Штіфель, який, втім, не доклав серйозних зусиль для реалізації своєї ідеї. У 1614 році шотландський математик-аматор Джон Непер (1550-1617) опублікував на латинській мові твір під назвою «Опис дивовижної таблиці логарифмів». У ньому був короткий опис логарифмів і їх властивостей, а також 8-значні таблиці логарифмів синусів, косинусів і тангенсів, з кроком 1'. Термін логарифм, запропонований Непером, утвердився в науці. На жаль, всі значення таблиці Непера містили обчислювальну помилку після шостого знака. Однак це не завадило новій методиці обчислень отримати найширшу популярність, і складанням логарифмічних таблиць зайнялися багато європейських математиків, включаючи Кеплера. Вже через 5 років, у 1619 р. лондонський вчитель математики Джон Спайделл перевидав таблиці Непера, перетворені так, що вони фактично стали таблицями натуральних логарифмів. Термін «натуральний логарифм» запропонував італійський математик П'єтро Менголі в середині XVI століття. У 1620-і роки Едмунд Уінгейт і Вільям Отред винайшли першу логарифмічну лінійку, до появи кишенькових калькуляторів - незамінний інструмент інженера. Близьке до сучасного розуміння логарифмування - як операції, оберненої до піднесення до степеня - вперше з'явилося у Валліса і Йоганна Бернуллі, а остаточно було узаконено Ейлером в XVIII столітті. У книзі «Введення в аналіз нескінченних » (1748) Ейлер дав сучасні визначення як показової, так і логарифмічної функції, зробив розклад їх у степеневі ряди, особливо відзначив роль натурального логарифма. Ейлеру належить і заслуга поширення логарифмічної функції на комплексну область.

Функція

Починаючи з XVII ст. одним з найважливіших понять є поняття функції. Воно зіграло і понині грає велику роль в пізнанні реального світу. Ідея функціональної залежності перегукується з давнини, вона міститься вже в перших математично виражених співвідношеннях між величинами, в перших правилах дій над числами, в перших формулах для знаходження площі і об'єму тих чи інших фігур. Прикладами табличного завдання функції можуть служити астрономічні таблиці вавилонян, стародавніх греків та індійців, а прикладами словесного завдання функції - теорема про сталість відношення площ кола і квадрата до його діаметру або античні визначення конічних перерізів, причому самі ці криві виступали в якості геометричних образів відповідної залежності. Шлях до появи поняття функції заклали в XVII столітті французькі вчені Франсуа Вієт і Рене Декарт; вони розробили єдину буквену математичну символіку, яка незабаром отримала загальне визнання. Введено було єдине позначення: невідомих - останніми буквами латинського алфавіту: x , y, z , ... відомих - початковими буквами того ж алфавіту: a, b, c і т.д.

У своїй "Геометрії" в 1637 році Декарт дає поняття функції, як зміну ординати точки залежно від зміни її абсциси; він систематично розглядав лише ті криві, які можна точно представити за допомогою рівнянь, притому переважно алгебраїчних. Поступово поняття функції стало ототожнюватися, таким чином, з поняттям аналітичного виразу - формули. У 1671 році Ньютон під функцією став розуміти змінну величину, яка змінюється з плином часу. У «Геометрії» Декарта, в роботах Ферма, Ньютона і Лейбніца, поняття функції носило по суті інтуїтивний характер і було пов'язане або з геометричними, або з механічними уявленнями: ординати точок кривих - функція від абсцис (x); шлях і швидкість - функція від часу (t) і т.п. У XVIII столітті з'являється новий погляд на функцію як на формулу, що пов'язує одну змінну з іншою. Це так звана аналітична точка зору на поняття функції.

Остаточне формулювання визначення функції з аналітичної точки зору зробив в 1748 році учень Бернуллі Ейлер (у «Запровадження в аналіз нескінченного»): «Функція змінної кількості є аналітичний вираз, складений якимось чином з цієї кількості і чисел або постійних кількостей».

У 1837 році німецький математик П.Л. Діріхле так сформулював загальне визначення поняття функції: «y є функція змінної x (на відрізку $a \le x \le b$) , якщо кожному значенню x на цьому відрізку відповідає абсолютно певне значення y, причому байдуже яким чином встановлена ця відповідність - аналітичною формулою, графіком, таблицею або навіть просто словами».

У другій половині XIX століття після створення теорії множин в поняття функції, крім ідеї відповідності була включена і ідея множин. Таким чином, в повному своєму обсязі загальне визначення поняття функції формулюється так: якщо кожному елементу x множини A поставлений у відповідність певний елемент y з множини B, то кажуть, що на множині A задана функція) $y = f(x)$, або що множину A відображено на множину B. У першому випадку елементи x множини A називають значеннями аргументу, а елементи У – значеннями функції; у другому випадку x - прообрази, y - образи.

Подальший розвиток математичної науки в XIX столітті грунтувалося на загальному визначенні функції Діріхле, яке стало класичним.