

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Глухівський національний педагогічний університет
імені Олександра Довженка
кафедра фізико-математичної освіти та інформатики

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Організація дистанційного навчання учнів змістової лінії
«Тригонометричні функції»

Виконав:

Фатющенко Людмила Вікторівна
(прізвище, ім'я, по батькові)

014 Середня освіта,

Середня освіта (Математика)
(спеціальність, освітня програма)

Науковий керівник:

Канд. пед наук, ст. викладач
(науковий ступінь, учене звання, посада)

Л. Ф. Сухойваненко
(ініціали, прізвище)

Допущено до захисту

" ___ " _____ 20__ р.

Завідувач кафедри

Р.П. Кухарчук
(підпис) (ініціали, прізвище)

Дата захисту: « ___ » _____ 20__ р.

Оцінка _____

Підписи членів ЕК:

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ	8
1.1.	8
1.2. Форми роботи з учнями при дистанційному навчанні	14
1.3. Психолого-педагогічні особливості сучасних учнів профільної школи	25
1.4. Особливості використання Google-сервісів та інших систем дистанційної освіти при навчанні математики учнів профільної школи	32
РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ	38
2.1. Аналіз навчальних програм і підручників з теми	38
2.2. Інтеграція комп'ютерних технологій та дистанційного навчання у вивченні тригонометричних рівнянь і нерівностей	50
2.3. Методичні особливості використання сервісів GeoGebra I LearninApps при вивченні тригонометричних та обернених тригонометричних функцій.	60
2.4. Апробація результатів	75
ВИСНОВКИ	76
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	79
ДОДАТКИ	87

ВСТУП

Актуальність теми. На сьогоднішній день, при складних обставинах, таких як пандемія та воєнна агресія, система освіти зазнає значних викликів. Дистанційне навчання, яке використовує сучасні педагогічні технології, стало необхідністю і відповідає вимогам сучасного освітнього середовища. В нашому інформаційному суспільстві, яке зазнає впливу інформаційних технологій, які почалися з 1970-х років, тренди ХХІ століття визначають нові підходи до навчання, спілкування і професійної діяльності, базуючись на інформаційних та цифрових технологіях. Зокрема, глобальна боротьба з пандемією COVID-19 підкреслила важливість дистанційних освітніх технологій, які активно використовуються на всіх рівнях освіти, включаючи загальну середню освіту. Воно використовується для базових курсів різних навчальних предметів, додаткової освіти, таких як елективні курси та спецкурси, а також для організації позакласної роботи, включаючи мережеві олімпіади, вікторини та шкільні турніри.

Однією з головних переваг дистанційного навчання є можливість більш повно враховувати індивідуальні особливості та освітні потреби кожного учня під час організації навчального процесу. Це дозволяє підтримувати самостійну роботу учнів та створювати умови для успіху кожного учасника освітнього процесу. Дистанційне навчання відкриває можливості для індивідуалізації навчання та забезпечення максимального розвитку кожної особи в системі освіти.

Засади освітніх перетворень, які передбачені Концепцією Нової української школи, відображають основні ідеї змін у системі освіти, які закріплені в Законах України "Про освіту" і "Про повну загальну середню освіту". Ці зміни спрямовані на створення сучасного освітнього середовища, яке підтримує інноваційну діяльність та відповідає новим Державним

стандартам у всіх сферах освіти. Освітній процес вважається успішним лише в тому випадку, коли він враховує потреби сучасного суспільства і спрямований на розв'язання майбутніх викликів.

Особливості дистанційного навчання відображені в нормативно-правових актах, таких як Закон України "Про освіту", Державний стандарт базової і повної середньої освіти, навчальні програми і методичні листи Міністерства освіти і науки України.

Різні дослідження, зокрема, проведені Е.С. Полат, І.В. Роберт, А.В. Хуторським, Н.А. Варданян, С.М. Сухановою, Н.В. Шкарупою та іншими, досліджують використання дистанційних методів навчання в школі та розглядають проблеми, що виникають при впровадженні цифрових технологій у навчальний процес.

Концептуальні педагогічні положення дистанційного навчання досліджували Андрєєв О. О., Дмитренко В. П., Олійник В. В., Пасічник Ю. А., Морзе Н. В., Шуневич Б. І.; дидактичні функції спілкування у дистанційному навчанні вивчали Кухаренко В. М., Биков В. Ю.; розробка нових дидактичних принципів навчання, пов'язаних з використанням сучасних інформаційних технологій відображена в публікаціях Кухаренко В. М., Стефаненко П. В., Околелов П. О.; впровадження дистанційного навчання у вищу освіту розглядали Веренич О., Койчева Т., Муліна Н., Стефаненко П., Буркіна Н.В.; розвиток системи дистанційного навчання у зарубіжній вищій школі вивчали Олійник В.В. Шуневич Б. І.

Все вище зазначене пояснює активне впровадження дистанційної форми навчання як комплексу освітніх послуг, що надаються громадянам в країні і за кордоном за допомогою спеціалізованих інформаційно-комунікаційних технологій, незалежно від територіального розташування закладів загальної середньої освіти.

Алгебра і початки аналізу, як навчальний предмет, має значний потенціал для впровадження дистанційного навчання, оскільки використання цифрових технологій дозволяє підсилити практичний та прикладний аспекти навчання та створити можливість для індивідуального підходу на новому рівні. Це також надає додаткові можливості, такі як обчислення, графіки, візуалізація та інформаційні ресурси, для покращення процесу навчання.

Після аналізу теорії та практики дистанційного навчання школярів стає очевидним, що існують ключові питання, що потребують вирішення. Серед них важливість організації навчання з алгебри і початків аналізу, яке підвищує рівень засвоєння матеріалу та стимулює самостійну діяльність учнів; визначення вмісту матеріалу, який може бути вивчений дистанційно, та критеріїв для його вибору; методи організації самостійної роботи учнів, враховуючи їх пізнавальні потреби в умовах дистанційного навчання; вибір дистанційних технологій та інструментів, що є найбільш ефективними для навчання школярів, і методи взаємодії між педагогом і учнями. Все це підкреслює актуальність даної проблематики для подальших наукових, методичних та практичних досліджень.

Об'єкт дослідження – процес навчання алгебри та початків аналізу в профільній школі.

Предмет дослідження – методичні особливості вивчення змістової лінії «Тригонометричні функції» в умовах упровадження дистанційної форми навчання.

Мета дослідження вдосконалити методику вивчення змістової лінії «Тригонометричні функції» в умовах дистанційного навчання.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі **завдання**:

- 1) проаналізувати психолого-педагогічну та навчально-методичну літературу з теми дослідження;

- 2) проаналізувати нормативно-правове регулювання освітнього процесу в контексті дистанційного навчання.
- 3) розглянути основні форми організації діяльності учнів під час дистанційного навчання.
- 4) вивчити психолого-педагогічні особливості сучасних учнів профільної школи;
- 5) проаналізувати методичні особливості вивчення теми «Тригонометричні функції»;
- 6) розглянути специфіку використання Google-сервісів та інших інформаційних систем під час навчання алгебри і початків аналізу в профільній школі;
- 7) розробити дистанційний курс «Тригонометричні функції».

Методи дослідження. Для досягнення поставлених завдань ми використовували наступні методи:

1. Теоретичні методи, такі як аналіз, систематизація та узагальнення (опрацювання нормативних, наукових та навчально-методичних джерел).
2. Емпіричні методи, включаючи спостереження та бесіди з вчителями, які викладають у старших класах.

Апробація дослідження: 1) за матеріалами дослідження опубліковано тези на тему: «Тригонометричні функції в шкільному курсі алгебри і початків аналізу» у Всеукраїнському збірнику наукових праць студентів «Альманах QN»; 2) прийнято участь у Міжнародній науково-практичній інтернет-конференції молодих дослідників «Інновації в науці: сучасний вимір» («Історія тригонометрії») (04.05.2023 р., м. Суми).

Структура роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури, додатків, містить 29 рисунків, 6 таблиць.

Наукова новизна дослідження полягає в узагальненні й систематизації науково-методичних відомостей про особливості і методику упровадження дистанційних форм навчання математики учнів старшої школи.

РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Генезис поняття «дистанційне навчання»

Сучасні викладачі повинні володіти навичками створення освітнього середовища за допомогою інформаційних технологій, яке забезпечить ефективне навчання. Вони повинні бути здатні моделювати індивідуальні шляхи навчання та розвитку для кожного учня, а також визначати свій власний шлях професійного зростання [72].

Дистанційна освіта відкриває можливість навчання та здобуття необхідних знань, обходячи необхідність фізичної присутності у навчальному закладі. Вона використовує стандартні компоненти, такі як методичні матеріали, цілі, зміст, організаційні форми, технологічні засоби та контроль, але реалізує їх у форматі інтерактивної віддаленої взаємодії за допомогою інтернет-технологій. Сучасні технології дають можливість вивчати те, що цікавить, використовуючи найновішу інформацію та роблячи життя кращим [32].

Дистанційні освітні технології, які ґрунтуються на інформаційно-комунікаційних технологіях, широко впроваджуються в практиці багатьох освітніх закладів. Оскільки однією з їхніх ключових особливостей є незалежність від географічного розташування та відстані між викладачем та учнем, їх називають дистанційними (від англ. "distance" - відстань), тобто формою навчання на відстані [79].

У період карантинних обмежень дистанційне навчання набуває особливого значення, особливо при викладанні математики, яка потребує пояснень та наочного супроводу. Очевидно, що ключовим елементом дистанційного навчання є використання комп'ютера та Інтернету, і, отже,

вчителю неможливо обійтися без використання інформаційно-комунікаційних технологій.

У "Педагогічному енциклопедичному словнику" дистанційна освіта розглядається як система цілеспрямованого та методично організованого керівництва навчально-пізнавальною діяльністю учнів, незалежно від рівня їх освіти, які перебувають на відстані від освітнього закладу, і може бути застосована в будь-якій формі навчання [33].

Частина науковців визначають дистанційне навчання як форму освіти, коли учні фізично розташовані віддалено від навчального закладу [35]. Інші вважають його освітньою технологією, яка дає можливість будь-якій особі, незалежно від місця проживання, отримати програму будь-якого коледжу чи університету [23]. Є й ті, що розглядають його як новий спосіб отримання освіти, ґрунтуючись на принципі самостійного навчання студентів [17].

Багато вітчизняних та закордонних дослідників визнають дистанційне навчання як самостійну форму організації навчального процесу, включаючи В.Ю.Бикова, Є.Ю.Володимирську, Н.Б.Євтуха, В.О.Жулкевську, С.А.Калашнікову, М.Ю.Карпенка, С.П.Кудрявцеву, Є.С. Полат, Н.Г. Сиротенко, Є.М.Смирнову-Трибульську, П.В. Стефаненка, В.П. Тихомирова, О.В. Хміля, А.В. Хуторського, Б.І. Шуневича та інших. Їхні думки співпадають із визначеннями закордонних вчених, таких як М. Ален, Т.Андерсона, Дж. Боата, Ф. Ведемера, Д. Р. Гаррісона, Дж. Даніеля, Р. Деллінга, Д.Кігана, М. Мура, О. Петера, К. Сміта, Р. Холмберга та ін. Вони розглядають дистанційне навчання як спосіб навчання на відстані, де викладач та учні фізично знаходяться в різних місцях та використовують різноманітні засоби зв'язку, включаючи аудіо-, відео-, інтернет- та супутникові канали, для досягнення навчальних цілей [28].

Додатково, дистанційне навчання розглядається як цілеспрямований, організований у специфічній дидактичній системі процес інтерактивної взаємодії між учнями та вчителями, з використанням засобів навчання, які залишаються незмінними незалежно від їхнього розташування у просторі та часі [3]. Також його розглядають як телекомунікаційне навчання, що здійснюється переважно за допомогою технологій та ресурсів Інтернету, де віддалені суб'єкти, такі як учні, викладачі, тьютори, модератори тощо, здійснюють освітній процес і формують освітню продукцію [56].

А.А.Андрєєв пропонує визначати дистанційне навчання як "цілеспрямований процес інтерактивної взаємодії тих, хто викладає та тих, хто вчиться, між собою та із засобами навчання. Він є інваріантним (індиферентним) до розташування суб'єктів навчання у просторі та часі та реалізується у специфічній дидактичній системі" [23].

За визначенням А.В. Зубова, дистанційне навчання представляє собою нову форму організації навчального процесу, яка комбінує традиційні та нові інформаційні технології, базуючись на принципі самостійного здобуття знань. Основною ідеєю є телекомунікаційний принцип доставки основного навчального матеріалу учням, що лежить в основі інтерактивної взаємодії учнів і викладачів під час навчання та оцінки їхніх знань та навичок [20].

За визначенням Є.С. Полат, дистанційне навчання є сукупністю інформаційних технологій, які забезпечують доставку учням основного навчального матеріалу та інтерактивну взаємодію між учнями та вчителями під час навчання, дозволяючи учням самостійно працювати з вивченим навчальним матеріалом [37].

Згідно з Г.В. Можєвою, дистанційне навчання є інформаційно-освітньою системою віддаленого доступу, що ґрунтується на сучасних інформаційних технологіях [11].

За визначенням Б.Є. Стариченка дистанційне навчання є асинхронною формою вивчення навчальної дисципліни, де учні самостійно опановують спеціально організовані навчальні матеріали, а контроль та управління здійснюється віддаленим викладачем. При цьому надаються такі пояснення: асинхронна форма - навчання відбувається незалежно для кожного учня; самостійне засвоєння - зміна рівня взаємодії з іншими учасниками освітнього процесу; спеціально організовані навчальні матеріали - матеріали для різних видів навчально-пізнавальної діяльності; оперативний доступ - можливість отримання матеріалів в будь-який час та з будь-якого місця [59].

Основні підходи до визначення дистанційного навчання, які впливають із представлених визначень, можна узагальнити як:

- спосіб навчання на відстані, де фізично відокремлені викладач і учні, і використовуються аудіо, відео, інтернет та супутникові засоби зв'язку;
- цілеспрямований, організований процес інтерактивної взаємодії між учнями та вчителями, незалежно від їхнього місця перебування, що реалізується у специфічній дидактичній системі;
- навчання за допомогою телекомунікацій, де віддалені суб'єкти навчання взаємодіють, супроводжуючи процес освіти та виробництва освітньої продукції;
- використання сучасних технологій та ресурсів мережі Інтернет.

У наказі Міністерства освіти і науки України, згідно якого затверджено Положення про дистанційне навчання, наводиться наступне визначення: "дистанційне навчання – індивідуалізований процес набуття знань, умінь, навичок і способів пізнавальної діяльності людини, який відбувається, в основному, за опосередкованої взаємодії віддалених один від одного учасників навчального процесу в спеціалізованому середовищі, що функціонує на базі сучасних психолого-педагогічних та інформаційно-комунікаційних технологій" [64]. Ми будемо користуватися цим визначенням у ході нашого дослідження.

Поняття "інформаційні технології" (ІТ) має різноманітні визначення. У цьому дослідженні ми приймаємо визначення М. Жалдака, де ІТ розглядаються як "сукупність методів і технічних засобів збирання, організації, зберігання, обробки, передачі, подання інформації, які розширюють знання людей і розвивають їх можливості управління технічними і соціальними процесами" (рис. 1.1).

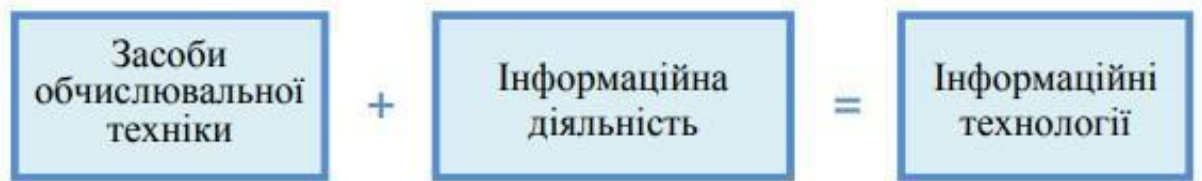


Рис. 1.1. Поняття інформаційних технологій

С. Дятлов [51] розглядає сім етапів розвитку суспільства, кожен із яких характеризується конкретним типом інформаційних технологій:

1. *Усно-мовленнева ІТ*: пов'язана з виникненням мови і мовлення як способу ефективної комунікації та організації взаємин між людьми.
2. *Писемна технологія*: характеризується періодом виникнення і становлення писемності та граматичних правил мови через технології письма для передавання або відтворення повідомлень чи знань.
3. *Друкарська (книжна) технологія*: співпадає з періодом виникнення технологій друку, коли повідомлення і знання передавалися за допомогою друкованих книг.
4. *Радіотелеграфна (електромагнітна) технологія*: характеризується появою телеграфу, телефону, радіо і телебачення, коли передача даних стала швидшою та передбачала оперування значними обсягами інформації завдяки застосуванню електромагнітних сигналів.
5. *Комп'ютерна технологія*: період, коли для передачі, обробки і відтворення даних почали використовувати електронні обчислювальні машини.
6. *Глобальна комп'ютерно-мережева технологія*: пов'язана з розвитком і поширенням телекомунікаційних і космічних мереж, включаючи

оптико-волоконні канали передавання сигналів та приймально-передавальне обладнання.

7. *Універсальна інформаційно-мережева біоквантова технологія*: характеризується масштабним використанням цифрових технологій передавання й відтворення інформації, з врахуванням розвитку квантових комп'ютерів та утворенням універсальної глобальної гуманітарно-комп'ютерної (біоквантової) мережі для збирання, оброблення, відтворення й використання світових даних у різних сферах людської діяльності.

Останній етап обумовлений появою *цифрових технологій (ЦТ)*: технологій, що базуються на дискретному представленні сигналів, включаючи електронну пошту, Інтернет, мобільні телефони, MP3-програвачі, комп'ютери, робототехніку, вимірювальні прилади, радіо- і телекомунікаційні пристрої та інші. Поняття «цифрові технології» становить складову частину поняття «інформаційні технології» (рис.1.2.).



Рис. 1.2. Співвідношення понять

За нормативними документами, організація освітнього процесу з використанням дистанційних освітніх технологій має такі характеристики:

1. *Поділ процесів викладання та навчання у часі та просторі*: це передбачає розподіл процесу навчання на різні часові та просторові відрізки, зокрема, можливість вивчення матеріалів та виконання завдань учнями в різний час і на різних територіях.

2. *Освоєння учнями освітніх програм за місцем проживання:* здійснюється в основному через самостійну роботу учнів, з можливими періодичними зустрічами групи учнів.

3. *Широке використання оглядового навчання:* реалізується через оглядові лекції, що допомагають учневі створити цілісну картину досліджуваної галузі знань та діяльності.

4. *Використання модульного принципу:* передбачає поділ навчального предмета на логічно замкнуті блоки або модулі, в межах яких проводиться вивчення нового матеріалу та контроль за його засвоєнням.

5. *Керування самостійною роботою учня:* здійснюється за допомогою навчальних планів, навчально-методичних та навчальних матеріалів та спеціальних процедур контролю.

6. *Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ):* обов'язкове використання ІКТ для передачі знань, опосередкованої, діалогової та інтерактивної взаємодії між суб'єктами навчання та вирішення адміністративних завдань.

7. *Створення інформаційно-освітнього середовища:* це включає в себе різні цифрові та електронні навчальні продукти, такі як електронні підручники, комп'ютерні навчальні програми, слайд-лекції, аудіо- та відеокурси і т. д.

Ці характеристики сприяють інтенсифікації та ефективності навчання, забезпечують індивідуалізацію та диференціацію навчального процесу, розвивають самостійність роботи учнів та культуру використання інформаційних технологій.

1.2. Форми роботи з учнями при дистанційному навчанні

Форма навчання – це зовнішнє вираження спільної діяльності учнів і вчителя, що здійснюється в певному режимі і порядку [80].

У наукових і навчально-методичних джерелах пропонуються різні класифікації форм навчання (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Класифікації форм навчання

На нашу думку, особливої уваги заслуговує тривимірна класифікація форм організації навчання, яку запропонувала І. Лов'янова, без необхідності внесення додаткових корекцій (див. рис. 1.4).

загальні форми	зовнішні форми	внутрішні форми
<ul style="list-style-type: none"> індивідуальна, парна, групова, колективна, фронтальна 	<ul style="list-style-type: none"> урок, семінар, лекція, конференція, самостійна робота, екскурсія 	<ul style="list-style-type: none"> вступне заняття, урок формування практичних навичок, урок узагальнення і систематизації знань, урок контролю знань, умінь і навичок, комбінований урок

Рис. 1.4. Тривимірна класифікація форм організації навчання за І. Лов'яною

Відношення науковців, педагогів та суспільства до впровадження дистанційних технологій у навчальний процес, як продемонстрував період дистанційного навчання під час карантинних заходів у 2020–2021 роках в Україні, не є єдиним. Це розкрило відсутність загальної концепції щодо повного впровадження інформатизації та цифровізації освіти, оскільки ці прогресивні, на перший погляд, процеси ведуть до негативного ланцюга подій: комп'ютерна індивідуалізація ізоляції суб'єктів навчання → віддалення їх від навчального закладу, відокремлення від реального навчального процесу → втрата спільних досягнень у навчанні. У таких умовах прогнозувати виховний аспект навчального процесу стає складно, оскільки впливи Інтернету на виховання є важко передбачуваними.

Однією з особливостей впровадження дистанційних форм навчання є інтеграція різних моделей навчання, орієнтованих на конкретні потреби користувачів – суб'єктів навчання. Аналізуючи ресурси платформ, А. Бухачовський, С. Ковальчук та Г. Тарнавський використовують модель становлення хмарних обчислень (Cloud Computing Maturity Model - CCMM) для розрізнення двох поколінь технологій та п'яти рівнів [65]. I покоління технологій, такі як PaaS (платформа як послуга), IaaS (інфраструктура як послуга) та SaaS (програмне забезпечення як послуга), забезпечують консолідацію та автоматизацію використання ресурсів. Технології II покоління продовжують розвивати I покоління, орієнтуючись на поліпшення хмарних сервісів та поширення їх у хмарних середовищах на рівнях DaaS

(дані як послуга), WaaS (робоче місце як послуга) та AaaS (все як послуга). Ці технології спрямовані на управління екосистемою обчислень, програмних та інформаційних ресурсів. Розвиток технологій настільки стрімкий, що поява нових рівнів є звичайним явищем. Сучасні дослідники, зокрема О. Прохоров, О. Назаренко, досліджують можливості рівня EaaS (все як сервіс). У свою чергу, вчені О. Кузьмінська, Н. Морзе, О. Свириденко, О. Спірін вивчають сервісні моделі I покоління SPI Model (SaaS, PaaS, IaaS) для надання освітніх хмарних послуг, вважаючи їх ключовими [38, 58]. Загалом, технології SaaS, PaaS, IaaS, DaaS, WaaS, AaaS залишаються актуальними.

В сучасній психолого-педагогічній літературі розрізняють такі терміни, як "електронне навчання" та "мобільне навчання" як форми дистанційного навчання. Під "електронним навчанням" розуміється організація освітньої діяльності, що базується на електронних базах даних, технічних засобах та інформаційно-телекомунікаційних мережах, що забезпечують передачу навчальної інформації та її результатів по лініях зв'язку, забезпечуючи тим самим обернений зв'язок [59]. При цьому вказується, що використання таких технологій не повинно суперечити державній політиці та відповідним нормативно-правовим актам [23]. Організація електронного навчання можлива за умови створення інформаційно-освітнього середовища, де основним засобом навчання є цифрові освітні ресурси (ЦОР).

Інформаційно-освітнє середовище (ІОС) у загальноосвітніх навчальних закладах часто пов'язується із програмними комплексами, системами та тренажерами, що імітують процеси в сфері точних наук [70]. Багато наукових публікацій, присвячених організації та використанню інформаційно-освітніх середовищ, стосуються обговорення апаратного та програмного забезпечення та оціночного аналізу різних варіантів застосування нових освітніх технологій [33]. Інформаційно-освітнє середовище має включати електронні

інформаційні ресурси, електронні освітні ресурси, різні інформаційні та телекомунікаційні технології та відповідне обладнання, що забезпечують освоєння освітніх програм у повному обсязі, незалежно від місця проживання учнів.

Основними складовими інформаційного освітнього середовища загальноосвітньої установи, як правило, є:

- предметні інформаційно-освітні компоненти, які включають бібліотечні фонди, мультимедійні аудиторії з доступом до Інтернету, навчально-методичні матеріали, електронні підручники, тести, дистанційні освітні репозитарії і мультимедійні лабораторії [56];
- засоби комунікації для навчання, які включають електронне, технічне та програмне забезпечення, автоматизовані системи контролю знань тощо;
- системи управління освітнім процесом, такі як аналітико-статистичні системи обліку контингенту, навчально-методичні комплекси, індивідуальні траєкторії навчання та впровадження нових технологій, що підтримують науково-дослідницьку роботу.

Кожен з цих компонентів інформаційного освітнього середовища в установі, як правило, є мікросередовищем, де учні можуть здійснювати навчальну діяльність, розвивати свої професійні навички та формувати необхідні компетенції [64].

Під час аналізу зазначених компонентів освітнього середовища слід зосередитися на електронних освітніх ресурсах (ЕОР) як основному первинному елементі всієї структури. Два основні підходи до розуміння суті ЕОР розрізняються в залежності від того, чи розглядається електронний ресурс як будь-який матеріал, представлений в електронній формі, чи як

комплексна система, систематизований в інформаційній мережі, яку можна вивчати за допомогою комп'ютера [50].

Мобільне навчання, що виникло нещодавно відповідно до поширення мобільних пристроїв та безпроводного доступу, розглядається як варіант електронного навчання, де мобільні пристрої використовуються для задоволення освітніх потреб особистості [41]. Воно передбачає використання мобільних пристроїв як основного засобу навчання та доступу до інформаційно-освітніх ресурсів, незалежно від місця перебування суб'єктів навчання [72]. Розрізнення мобільного навчання полягає в тому, що воно використовує мобільні пристрої як основний інструмент навчання, а його впровадження регламентується концепцією BYOD (Bring Your Own Device – «принеси свій власний пристрій»), що дозволяє учням використовувати власні пристрої для навчання в освітньому процесі.

Впровадження мобільного навчання включає ряд позитивних аспектів. (рис.1.5).



Рис.1.5. Позитивні сторони використання мобільного навчання

Впровадження мобільного навчання під час уроків в профільній школі дозволяє ініціювати форми взаємодії всіх учасників навчального процесу, як колективно, так і при самотійній роботі.

Не дивлячись на популярність та модернізацію дистанційних технологій у сфері освіти та розширення їхніх можливостей, повністю дистанційні освітні курси викликають певну недовіру серед індивідуальних користувачів та освітніх установ. Тому на сучасному ринку освітніх послуг важливо використовувати змішану систему навчання, яка комбінує елементи традиційного підходу через особистий контакт вчителя та дистанційну форму самотійної роботи учнів з використанням електронної взаємодії.

Термін "дистанційне навчання" з'явився в 90-х роках ХХ століття разом із з'явою Інтернету. Важливим елементом дистанційного навчання є вибір правильного поєднання методів навчання, організації освітнього процесу та використання технологій у раціональному поєднанні форм і методів навчання.

В цьому контексті важливим є впровадження в освітній процес електронних і цифрових освітніх ресурсів. Електронні освітні ресурси включають технології надання навчальної інформації, технології доступу до електронних освітніх ресурсів та технології організації педагогічного взаємодії. Ці ресурси можуть включати підручники, посібники, мультимедійні матеріали, віртуальні лабораторні практикуми, інтерактивні тренажери, тести та інші. Основні форми дистанційного навчання включають адаптивне навчання, масові відкриті онлайн-курси, синхронне та асинхронне навчання, змішане навчання, концепцію "перевернутого класу", навчання, що самотійно спрямовується, систему управління навчальним процесом, "хмарне навчання", мобільне навчання, технологію "1:1" та гейміфікацію.

Отже, на сучасному етапі існує шість найпопулярніших форм дистанційного навчання, кожна з яких має свої особливості, педагогічні аспекти та обсяги інвестицій.

Ці форми дистанційного навчання представляють широкий спектр можливостей для оптимізації освітнього процесу та забезпечення більш ефективного навчання. Наведемо кілька ключових концепцій, які виникають з розгляду вищезазначених форм дистанційного навчання:

1. *Адаптивне навчання*: ця концепція передбачає використання будь-яких електронних ресурсів для позааудиторних занять у "віртуальних класах". Застосування індивідуально адаптованих матеріалів та завдань забезпечує оптимальний рівень складності для кожного учня.
2. *Масові відкриті онлайн-курси (МООС)*: це популярна концепція, яка передбачає доступ до відеолекцій та завдань на спеціальних платформах, таких як Coursera чи EdX. Учасники можуть вивчати матеріал у зручний для них час та отримувати сертифікати після успішного завершення курсу.
3. *Синхронне та асинхронне навчання*: учні можуть брати участь у навчальному процесі через спеціальні ресурси або працювати з проблемними питаннями та контентом самостійно.
4. *Змішане навчання*: ця концепція об'єднує інтерактивні можливості мережі з традиційним аудиторним навчанням. Це може включати внутрішньокампусні електронні ресурси та інтернет-ресурси.
5. *Концепція "перевернутого класу"*: змінює підходи до проведення аудиторних занять, де освоєння нового матеріалу відбувається вдома, а на заняттях відбувається виконання практично орієнтованих завдань.
6. *Навчання, що самостійно спрямовується*: студенти самостійно визначають цілі та обирають джерела знань, причому процес навчання важливіший за результат.
7. *Система управління навчальним процесом (Learning Management System)*: викладачі отримують можливість управляти навчальним

процесом з будь-якого електронного пристрою, розміщувати матеріали, проводити тести та обговорення в синхронному режимі.

8. *"Хмарне навчання"*: застосування інтерактивних можливостей одночасно з аудиторним навчанням через зберігання файлів в "хмарі" та одночасну редакцію декількома користувачами.
9. *Мобільне навчання*: використання мобільних пристроїв у навчальному процесі, що базується на технологіях додаткової реальності та веб-додатках.
10. *Технологія "1:1"*: кожен учень використовує персональний пристрій у процесі навчання, забезпечуючи індивідуальний підхід.
11. *Гейміфікація*: застосування ігрових форм та кейсів у навчальному процесі, де викладач є модератором ігрового процесу.

Ці концепції стають частинами сучасного освітнього ландшафту, відкриваючи нові можливості для покращення доступу до знань та розвитку учнів у цифрову епоху.

На даний момент існує шість визначних форм дистанційного навчання у світі, кожна з яких має свої особливості в педагогічному плані, враховує освітні вимоги та різниться за обсягом інвестиційних витрат (рис. 1.6).

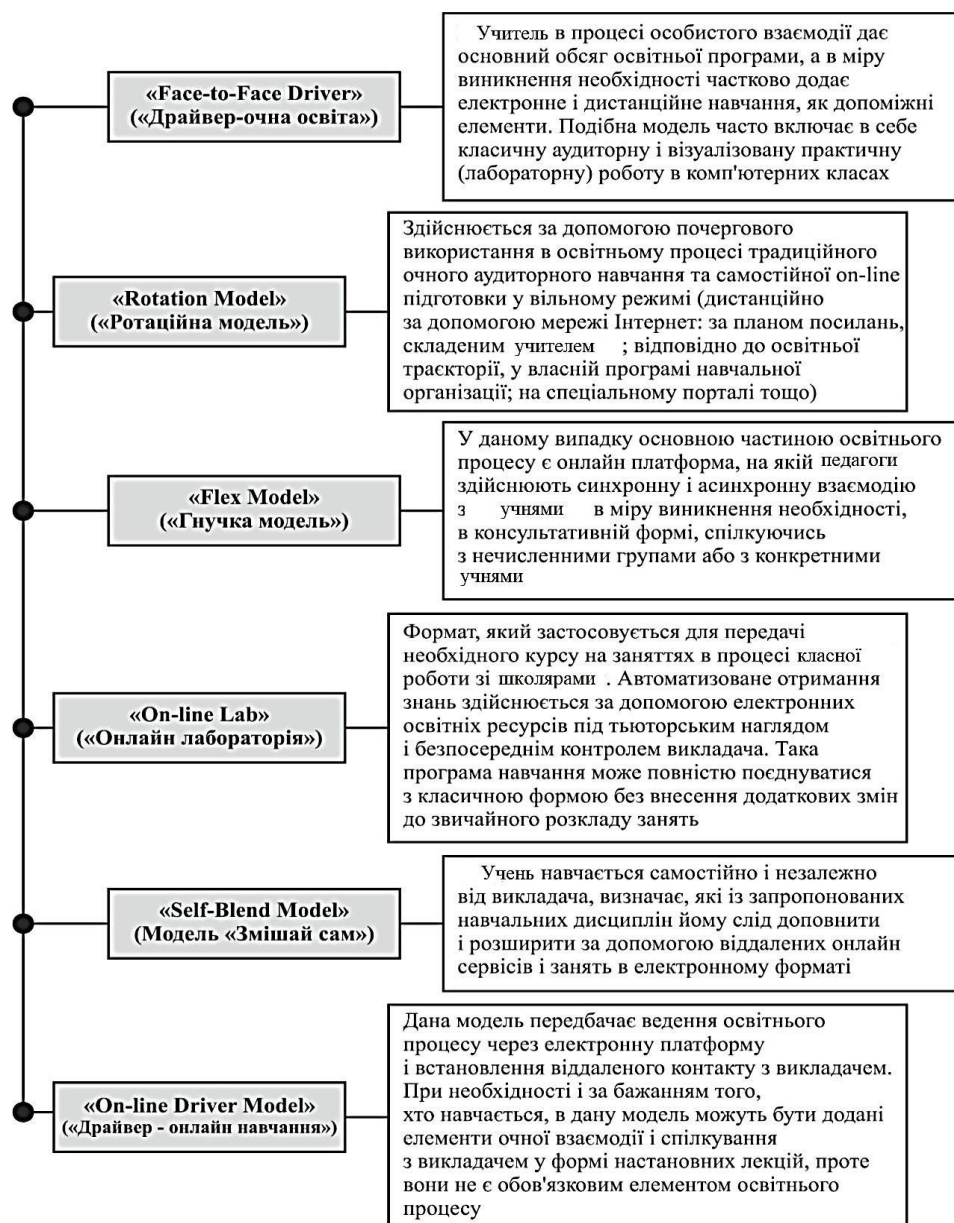


Рис. 1.6. Форми організації роботи учнів під час дистанційного навчання

Таблиця 1.1

Робота з учнями під час дистанційного навчання

Модель дистанційного навчання	Методи, форми та засоби навчання
«Rotation Model»	Форми: чати, лабораторні роботи Методи: проєктні, евристичні Засоби: ЕОР, ВОР, ІОС ЗВО, системи управління навчанням
«On-line Driver Model»	Форми: чати, семінари, проєкти, самостійна робота Методи: проєктні, евристичні, інтерактивні Засоби: ВОР, ІОС ЗВО, системи управління навчанням

<p><i>«Flex Model»</i></p>	<p><i>Форми:</i> чати, семінари, відеоконференції, вебінари <i>Методи:</i> інтерактивні, інформаційно-перцептивні <i>Засоби:</i> ВОР, ІОС ЗВО, системи управління навчанням, комунікаційні програми</p>
<p><i>«Face-to-Face Driver»</i></p>	<p><i>Форми:</i> лекції-візуалізації, відеоконференції, тренінги, майстер-класи, неформальна освіта <i>Методи:</i> впливу на особистість, комп'ютерні симуляції <i>Засоби:</i> ЕОР, ВОР, Інтернет-ресурси, засоби доповненої реальності, вербальні, ілюстративні</p>

Основним послідовним кроком для успішного впровадження форми дистанційного навчання в будь-якій освітній установі є:

- "Підготуйте" (початковий етап, який визначає розуміння, постановку цілей та мотивацію до навчання);
- "Розкажіть" (етап подання інформації, що формує цілі, завдання та ключові ідеї навчання);
- "Покажіть" (демонстраційний етап, що визначає методи, способи і концепцію отримання навичок);
- "Дозвольте" (практичний етап, що дозволяє засвоїти навички, забезпечити запам'ятовування і якісно повторити вивчений матеріал);
- "Перевірте" (оціночний етап, що дозволяє виявити отримані компетентності в умовах формального освітнього середовища);
- "Підтримайте" (етап сприяння в застосуванні отриманих навичок на практиці);
- "Інструктують" (етап взаємодії з реальним світом, що передбачає спілкування з наставниками та експертами в конкретних галузях знань у формі консультування);
- "Об'єднайте" (етап групової взаємодії, навчальної роботи в команді, комунікацій і спільного вирішення робочих завдань).

Важливо зауважити, що незважаючи на всі переваги інформаційних технологій та перспективних особливостей електронних методів навчання, вони

не можуть повністю замінити важливість учителя в освітньому процесі. Їхня основна роль полягає в створенні умов для зміни характеру взаємодій між учителем і учнями та трансформації ролей в освітньому процесі ЗЗСО. Сучасний учитель переходить від транслятора готового знання до консультанта і тьютора, створюючи індивідуальні освітні траєкторії для учнів та навчаючи їх самостійно здобувати знання. У свою чергу, учні стають активними учасниками процесу створення та накопичення нових знань і умінь.

1.3. Психолого-педагогічні особливості сучасних учнів профільної школи

Особливістю етапу цифрового розвитку суспільства є можливість отримання актуальних даних у будь-який момент при наявності доступу до Інтернету. Міа Карлсон пов'язує термін "цифрова компетентність" із мережами (network), інтернетівськими хмарами (internet competency) та мультимедіями (multy media) [68]. Європейська комісія визнала перспективність формування цифрової компетентності ще у 2006 році як ключову, оскільки це пов'язано зі здатністю упевнено, критично і творчо використовувати ІКТ для досягнення поставлених цілей [68]. Ця теза особливо актуальна після виникнення теорії поколінь. Комп'ютеризація суспільства призвела до того, що у віртуальному світі фахівець має більше можливостей для взаємодії з іншими через віртуальні комунікаційні канали, ніж у реальному спілкуванні. Часто фахівці з різних сфер розраховують на Інтернет як на засіб утримання аудиторії (блоги, Інтернет-канали, різні соціальні мережі в Інтернеті, розсилки електронною поштою).

Ці тенденції призвели до появи "мережевого покоління", введеного в науковий обіг канадським вченим Д. Тапскоттом у 1997 році ("Електронно-цифрове суспільство: Плюси і мінуси епохи мережевого інтелекту" [49]). Це

покоління, більшість представників якого використовує Інтернет з дитинства, відзначається високою активністю у віртуальному середовищі і вільністю у взаємодії в соціальних мережах.

Американський дослідник М. Пренскі в статті "Цифрові уродженці, цифрові іммігранти" [65] вводить термін "цифрова людина" - особа, яка народилася в епоху цифрової революції і взаємодіє з постійно розвиваючимися інформаційними технологіями.

Термін "цифрове суспільство" (або "цифрова людина") з'явився в США і почав використовуватися в науковому середовищі відносно недавно - з середини 1990-х років. До цього часу для опису суспільства, ґрунтованого переважно на інформаційно-комп'ютерних технологіях, були поширені терміни "інформаційне суспільство" або "постіндустріальне суспільство". Цифрове (мережеве) суспільство - це покоління людей, які соціалізувалися в умовах широкого впровадження інформаційних технологій у повсякденне життя.

Американські соціологи надають пояснення "теорії поколінь" (Н. Хоув і У. Штраусс), проаналізувавши історію США. Вони висновують, що системи цінностей у людей, які жили в різні історичні періоди, суттєво відрізняються. Це пояснюється тим, що цінності формуються під впливом соціальних, економічних, політичних і природних факторів, включаючи технологічні. Перше покоління людей, яке володіє інформаційно-цифровими технологіями з дитинства, виростає. Для них постійний доступ до Інтернету і можливість знаходитися на зв'язку за допомогою мобільних телефонів, комп'ютерів та інших технологій - це абсолютно природно.

У 2009 році канадський дослідник Д. Коупленд видав книгу "Покоління А" про нову генерацію людей, який описує сучасний стан суспільства і робить

висновок, що "наплив інформації не припиняється ні на секунду, і кожен день є щось нове. Оригінальність вже не вражає нікого".

Мережеве покоління - це перше покоління, яке "мало доступ в Інтернет або з народження або з дитинства". З розвитком технологій популярність смартфонів в США стрімко зросла.

Е. Тернер, характеризуючи мережеве покоління як те, що постійно знаходиться в мережі Інтернету, стверджує, що технології можуть допомагати уникнути емоційної і психічної боротьби, яку люди ведуть в реальному світі.

Навіть при тому, що спочатку теорія мережевого покоління була спрямована на вивчення молоді в англо-американському середовищі, вона отримала широке розповсюдження в різних країнах світу. Е. Шаміс пояснює появу історії покоління "зумерів" або "постміленіалів" "ключовими подіями та явищами у світі (поява Інтернету, поширення мобільного зв'язку), які є загальними для різних країн".

Поява нового цифрового покоління "постміленіалів", яке швидко освоює комп'ютерні програми, породило новий спосіб мислення - мережеве мислення (Е. Проніна). Цей вид мислення, який не має меж, має глобальний характер і логічно пов'язаний з концепцією мережевого покоління. Засновуючись на аналізі наукової літератури, можна ідентифікувати систему ознак мережевого мислення:

1. Система гіперпосилань, де думка може переорієнтуватися або навіть мимоволі змінюватися під впливом нових даних. Кожне гіперпосилання представляє собою додатковий рівень свободи осмислення суті повідомлення та інтерпретації даних;

2. Пріоритет візуального сприйняття, де текст спрощується до елементарного переліку фактів, думок, цитат і деталей. Деякі дослідники

стверджують, що однією з особливостей мережевого покоління є здатність швидко читати і миттєво розуміти сенс;

3. Специфічний темп-ритм і лаконізм, що виражається в тенденції переривати виклад думок, пропускаючи елементи висловлювань, які легко розуміються в даному контексті або ситуації;

4. Стиль інтерактивності та "право на авторитетне втручання в процес обговорення теми". Особа мислить, говорить і діє, нехтуючи регламентом, субординацією і пристойністю, враховуючи власні інтенції та розуміючи світ через призму особистих інтересів, відчуваючи свій прямий вплив на ситуацію. Це обумовлено бажанням особистості самовиражатися і самостверджуватися за допомогою форумів, чатів, соціальних мереж та інших засобів масової комунікації, де кожен, заходячи в Інтернет, може відкрито висловити свій суб'єктивний погляд на важливі події, що відбуваються в світі. Це представляє інший психічний стан та усвідомленість, де індивідуальна активність займає не останнє місце. Фахівець не випишує нову інформацію, а володіє нею, самостійно знаходить дані, що його цікавлять, в доступних джерелах, високо оцінює свої можливості, погляди і настоює на тому, щоб їх серйозно сприймали.

Американський психолог Ш. Постник-Гудвін [60] визначає такі ознаки покоління постміленіалів (рис.1.7).



Рис.1.7. Характеристики покоління «постміленіалів»

Представники мережевого покоління спрямовані на пізнавальну комунікацію та вміють формувати обширні спільноти та бізнес-партнерства через Інтернет, не знайомлячись особисто в реальному середовищі. Зазвичай такий взаємозв'язок спрямований на досягнення економічних та педагогічних цілей і вважається освітньою місією.

Онлайн-навчання в епоху інформаційно-цифрових технологій має розпорошений і нелінійний характер. Дж. Браун і Р. Адлер використовують термін "навчання 2.0", щоб описати новий досвід, відомий як "навчання на вимогу" [57]. Це вказує на перехід від спрямованого (лінійного) навчання до навчання, що базується на пошукових навичках суб'єкта освітнього процесу. Знання суб'єкта освітнього процесу тепер залежать від його здатності орієнтуватися в потоці інформації, у соціальних мережах і наукових спільнотах. Тому пріоритетом є думка, що "цифрова компетентність - це інтегрована здатність використовувати цифрові технології і засоби, розуміти і критично оцінювати їх різні аспекти, а також вміти їх використовувати для ефективної комунікації" [59].

Цінним є міжнародний досвід формування цифрової компетентності у суб'єктів навчання [55, 65, 66, 67]. Dig Comp 2.0 визначає основні компоненти цифрової компетентності у 5 галузях (додаток Б). Слід зауважити, що рамка Dig Comp [66] отримала схвалення в межах Програми освіти та навчання 2021 (<https://ec.europa.eu/jrc/en/digcomp/implementation>).

Відповідно до матеріалів Національної онлайн-платформи з цифрової грамотності "Дія. Цифрова Освіта" [13], володіння цифровою грамотністю передбачає використання цифрових засобів та інструментів із користю для особистої, освітньої, професійної чи повсякденної діяльності.

Тлумачення концепції "цифрова культура" виникло на початку ХХІ століття і було введено до наукового обігу Т. О'Рейлі через розвиток

технологій Web 2.0, які підкреслили цифрові технології обміну даними в мережі. Отже, з технологічного погляду, цифрову культуру слід пов'язувати з навичками використання цифрових засобів, які можна вважати системоутворюючим чинником цієї культури [12].

На державному рівні визнається актуальність розвитку цифрової культури та осмислення її ключових компонентів. Аналітична записка "Питання розвитку цифрової культури українського соціуму" відділу гуманітарної політики НІ стратегічних досліджень підтверджує, що цифрову культуру слід розглядати як основу сучасної світової культури. Тому необхідною стає "цифрова" модернізація українського суспільства, включаючи розвиток "цифрової" грамотності громадян, поширення відкритих освітніх ресурсів, "цифрові" зміни та оцифрування освітнього процесу [47].

Ураховуючи зміни в психіці молодого покоління, яке зростає в умовах постійного використання інформаційних технологій та переважно віртуального способу життя, важливо враховувати це при викладанні алгебри та початків аналізу, особливо застосовуючи дистанційні технології. Педагогічній практиці рекомендують організувати навчання покоління постміленіалів, пропонуючи такі підходи.

1. Більше часу відводити на роздуми над матеріалом після уроку, надаючи учням доступ до матеріалів уроку та можливість їх перегляду. Також важливо включати блоки вправ для розуміння тексту з тестовими завданнями та творчою роботою для вираження власної думки.

2. Структурувати методи досягнення мети, надаючи алгоритм кроків, розробляючи рекомендації щодо оптимізації роботи та доповнюючи теорію практикою.

3. Надавати учням свободу вибору дій, рекомендуючи список використаної літератури та додаткових джерел інформації, повідомляючи критерії загального оцінювання та створюючи візуальний лічильник балів.

4. Залучати учнів до довгострокових проєктів. Бізнес-журналіст О. Штурвало пропонує принципи, які підтримують правильність формулювання завдань для працівників, що можна адаптувати до освітнього процесу [29].

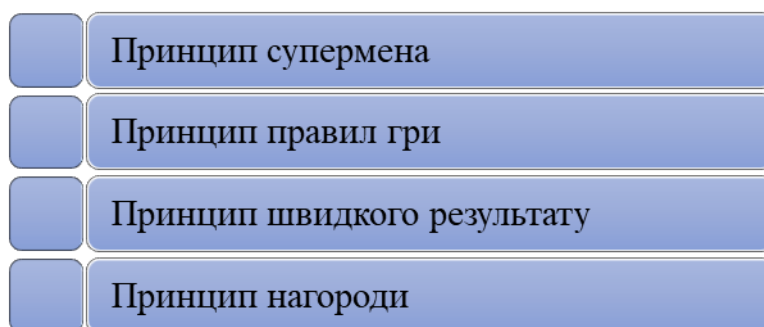


Рис.1.8. Принципи роботи з поколінням постміленіалів (за О. Штурвало)

Отже, вчителі повинні приділити увагу створенню спеціальних освітніх умов під час організації дистанційного навчання. Конкретно:

1. З використанням гаджетів з дітьми слід взаємодіяти короткими інтервалами через "твіти", а завдання надсилати на їхні мобільні пристрої. Завдання краще поділяти на невеликі частини та розписувати їх крок за кроком, не розраховуючи на велику допитливість. Використання шаблонів може розширити креативність, оскільки діти "зумери" виявляють інтерес, знаходячи недоліки у шаблонах або шукаючи нові версії.

2. Діти покоління "зумери" уникають того, що викликає негативні емоції. Однак, якщо щось їх цікавить, вони готові взаємодіяти. Уроки слід подавати цікаво, в ігровій формі та в комфортних умовах. Сучасні, стильні та модернізовані класи стимулюють школярів.

3. Учні все частіше об'єднуються у віртуальні групи, і їхнє відчуття приналежності до групи у соціальних мережах має велике значення. Тому вчителям слід виділяти час для зворотного зв'язку, обміну досвідом та роботи у невеликих групах. Також можна створити групу для класу в соціальній мережі або месенджері, якою будуть керувати самі учні.

4. Учні люблять вести блоги, які для них стають публічними щоденниками. Тому процес навчання можна організувати як публічний, наприклад, пропонуючи учням створити відео про виконання досліду. Це може бути більш захоплюючим, ніж запис результатів в зошит.

1.4. Особливості використання Google-сервісів та інших систем дистанційної освіти при навчанні математики учнів профільної школи

Для належної організації дистанційного навчання, зокрема з алгебри та початків аналізу, необхідно створити відповідне освітнє інформаційне середовище. Це можна здійснити за допомогою спеціальних сервісів та комп'ютерних ресурсів для навчання учнів. Розглянемо Google Classroom, який є безкоштовним веб-сервісом, створеним Google для закладів освіти. Цей сервіс, що легко доступний і розповсюджується вільно, спрощує створення, розповсюдження та класифікацію завдань в електронному вигляді.

Для дистанційного навчання також можна використовувати відеозустрічі. Вчителі можуть створювати відеоконференції в Hangouts Meet і запросити учнів. Через функцію "Запитання аудиторії" у Google Презентаціях учні можуть задавати питання в реальному часі. Під час вивчення тригонометричних функцій можна також використовувати прямі трансляції уроків, які потім можна опублікувати в Google Classroom для подальшого перегляду учнями.

Якщо відеозустрічі неможливі, Google Клас може бути використаний для створення завдань, спільної роботи та збереження зв'язку з учнями під час дистанційного навчання. Google Сайти можуть служити платформою для створення власних веб-сайтів, де можна публікувати інформацію про уроки, таблиці, відеозаписи та інше, що є важливим для вивчення алгебри і початків аналізу.

Для перевірки рівня знань учнів та заощадження часу на оцінювання можна створювати проміжні та підсумкові тести за допомогою служби Google Forms. Такий підхід дозволяє організувати самотестування, тестування та створення опитувальників в ефективний спосіб (рис. 1.9).



Рис. 1.9. Служба сервісу Google для організації тестування

Використання коментарів у Google Документах дозволяє швидко надавати зворотний зв'язок, поки учні зайняті виконанням завдань. Для сприяння залученню учнів та стимулювання їхнього інтересу до подальших завдань, можна дозволити їм публікувати питання та коментарі в Google Класі, створюючи можливість для обговорення [32].

Налаштування інтервалів для зустрічей у Google Календарі дозволяє учням резервувати час для особистих або групових консультацій. Також важливою та зручною є віртуальна дошка Jamboard, на якій можна писати, малювати, показувати екран, а також заохочувати учнів до співпраці за допомогою карт думок, діаграм тощо. [32]

Отже, у додатку Г детально описано ключові можливості Google Classroom (рис. 1.10).

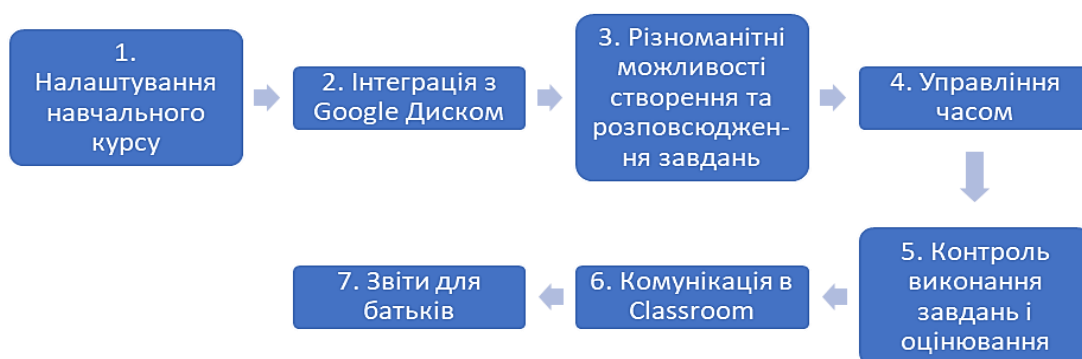


Рис.1.10. Основні можливості Google Classroom

Для організації дистанційного навчання математики в основній школі можна скористатися освітньою платформою "Глобальна інноваційна онлайн школа. Математика" (GIOS). Ця платформа є сучасним автоматизованим (інноваційним) інструментом для навчання, спілкування між учнями (включаючи 150 учнів), вчителями, репетиторами і тьюторами, діагностики навчальних досягнень учнів з різних тем та проміжків часу, а також для підготовки до різних видів оцінювання, таких як контрольні роботи та тематичне тестування. Платформа також надає можливості для самоконтролю, самокорекції та організації колективних дидактичних ігор [51].

Крім того, доступні різноманітні вебінари для вчителів на порталах "Всеосвіта", "Educational Era", "Нова українська школа" та інших. Мета цих вебінарів полягає в оновленні та удосконаленні інформаційно-комунікаційної компетентності вчителів, розширенні та актуалізації їхніх знань, умінь та навичок у використанні електронних освітніх ресурсів та в оволодінні сучасними методами інформаційного забезпечення освітнього процесу. Учасники вебінарів отримують інформацію про різновиди інноваційних електронних освітніх ресурсів та способи їхнього впровадження в освітньому процесі Нової української школи, а також можливість самостійного вибору електронних ресурсів для формування та розвитку в учнів навичок XXI століття та інтеграції інформаційно-комунікаційних технологій в освітній процес.

На рисунку 1.11 наведено онлайн-ресурси, які, на нашу думку, можуть допомогти вчителю профільної школи зробити урок інтерактивним.

Вчителі математики активно працюють над створенням власних навчальних продуктів за допомогою різних сервісів, спрямованих на організацію індивідуальної або самостійної роботи учнів на відстані. Однак виникає ряд проблем, які потребують вирішення, щоб дистанційна освіта стала популярною та поширеною в сучасному українському суспільстві. В першу чергу, необхідно вирішити проблему розвитку систем технічного та програмного забезпечення [32].

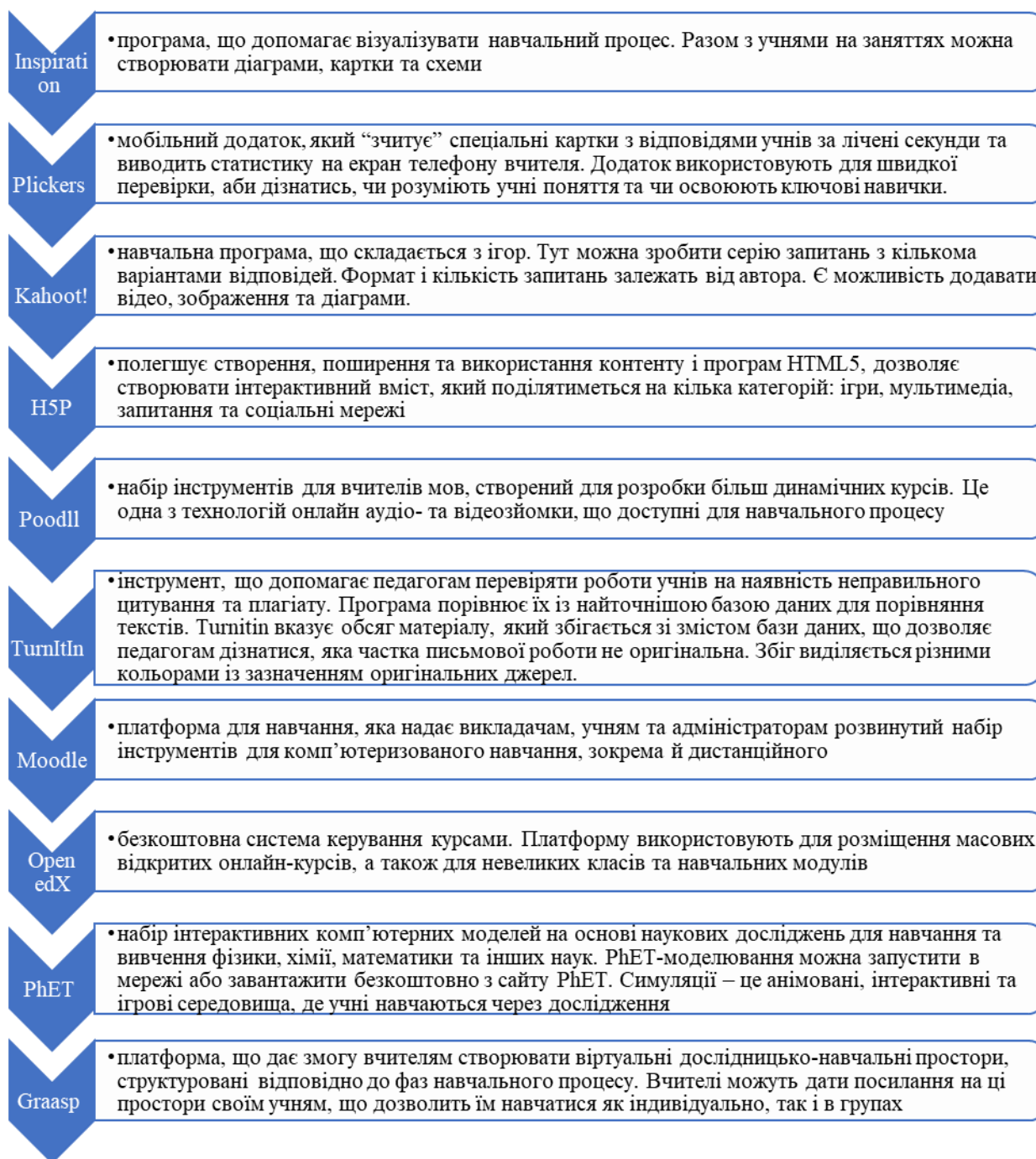


Рис. 1.11. Онлайн-ресурси для вчителів

Україна має власні сервіси для вивчення математики онлайн. Проте важливо надавати перевагу тим, які відповідають українській програмі, мають гриф МОН, забезпечують зворотний зв’язок та дають вчителю доступ до результатів виконання завдань [32]:

- платформа для дистанційних курсів Moodle;
- Інтерактивна онлайн-презентація Zeetings, яка дозволяє додавати відео з YouTube, опитування, посилання на інші ресурси тощо;

- сервіси з готовим контентом, такі як Khan Academy, EdEra, GIOS, LearningApps.

Слід відзначити, що тестові оболонки часто не дозволяють вставляти математичні формули, їх слід завантажувати у форматі малюнків. Таким чином, засобами дистанційного навчання можуть бути (рис. 1.12).

навчальні книги (навчально-методичні посібники, довідники тощо);	мережеві навчально-методичні посібники;	комп'ютерні навчальні системи;	аудіо-навчально-інформаційні матеріали;
відеонавчально-інформаційні матеріали;	лабораторні дистанційні практикуми;	тренажери з віддаленим доступом;	бази даних та знань з віддаленим доступом;
електронні бібліотеки з віддаленим доступом;	засоби навчання на основі експертних навчальних систем;	засоби навчання на основі геоінформаційних систем;	засоби навчання на основі віртуальної та доповненої реальності.

Рис. 1.12. Засоби дистанційного навчання

Розглянемо приклади засобів дистанційної освіти, які можна використовувати під час навчання змістової лінії "Тригонометричні функції":

1. Електронна пошта (e-mail):

Використання електронної пошти для обміну інформацією та завданнями.

2. Чат – листування у режимі реального часу:

Використання чатів для швидкого обговорення тем чи вирішення питань.

3. Відеоконференції:

Проведення онлайн-зустрічей для передачі звуку та зображення, сприяючи взаємодії.

4. Навігація через Інтернет:

Використання інтернет-ресурсів для додаткового вивчення теми.

5. Активні канали для передплати веб-сайтів:

Підписка на активні канали для отримання оновлень відповідних веб-ресурсів.

6. Веб-сервіс, веб-конференції, дошки оголошень, реєстраційні форми, тести, лічильники та інші.

Використання різноманітних веб-сервісів, конференцій, дошок оголошень, реєстраційних форм та тестів для надання різнопланового матеріалу.

7. FTP-сервери та файлові архіви та інші:

Використання FTP-серверів та файлових архівів для обміну додатковими матеріалами.

Отже, впровадження технологій дистанційного навчання в ЗЗСО за допомогою платформи управління навчальним контентом Google Classroom та інших сервісів Веб 2.0 вимагає врахування особливостей їх застосування в системі середньої освіти. Також важливо створювати сучасний контент, який буде використовуватися в навчанні алгебри і початків аналізу учнями 10-11 класів ЗЗСО.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ

2.1. Аналіз навчальних програм і підручників з теми

Процес навчання математики у профільній школі ЗЗСО регламентовано Листом МОН України № 1/13749-23 від 12.09.2023 року: «Про інструктивно-методичні рекомендації щодо викладання навчальних предметів /інтегрованих курсів у закладах загальної середньої освіти у 2023/2024 навчальному році» [68]. За рівнем стандарту на вивчення алгебри і початків аналізу відводиться по 54 години на рік в 10-му і 11-му класах, а на геометрію по 51 годині на рік. На профільному рівні в 10-му класі учні мають 6 годин на тиждень з алгебри та початків аналізу і 3 години на тиждень геометрії. Використання двох програм стає можливим як для учнів, які вивчають математику на профільному рівні з 10-го класу, так і для тих, які отримали поглиблені знання з математики з 8-го класу. Навчальна програма представлена у вигляді таблиці з двома колонками: перша містить очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів, а друга – зміст навчального матеріалу.

Мета навчання на рівні стандарту полягає в забезпеченні оволодіння математичними знаннями, вміннями та навичками, необхідними для повсякденного життя, розв'язання практичних і прикладних завдань, які ставлять перед учнями сучасне виробництво, ринок праці та суспільне життя. Мета навчання за профільним рівнем – забезпечити "свідоме і міцне оволодіння системою математичних знань, навичок і умінь, які потрібні у повсякденному житті і майбутній трудовій діяльності, достатні для вивчення інших шкільних дисциплін та продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями із значною математичною складовою". Деталізовані тактичні освітні завдання та критерії сформованості компетентностей визначені в навчальній програмі цих рівнів.

Навчання алгебри і початків аналізу у профільній школі спрямоване на засвоєння математичних та предметних компетентностей, а також формування ключових компетентностей. Це реалізується через креативне навчальне середовище, конкретний зміст на рівнях навчання, а також спецкурси, факультативи та позакласну роботу.

Основною змістовою лінією курсу "Алгебра і початки аналізу" є функціональна лінія. Разом з нею розвиваються інші змістові лінії, такі як обчислення, вирази і перетворення, рівняння та нерівності, елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики. Процес вивчення тригонометрії поділяється на два етапи: початкове ознайомлення з тригонометричними функціями гострого кута у курсі геометрії (8-9 клас), а потім систематизація та поглиблення знань про тригонометричні функції у курсі алгебри та початків аналізу (10-11 клас).

На початковому етапі, починаючи з 8-го класу, у рамках курсу геометрії вивчаються основні концепції тригонометрії, хоча сам термін "тригонометричні функції" не використовується. З огляду на абстрактність тригонометричних понять, учням буває складно їх сприймати. Восьмикласники ознайомлюються з визначенням синуса, косинуса, тангенса і котангенса кута як відношення сторін прямокутного трикутника та використовують ці визначення для розв'язування задач, пов'язаних із прямокутними трикутниками. Також на цьому етапі вони зустрічають основні тригонометричні тотожності та формули для кутів виду $(90^\circ - \alpha)$.

У 9 класі, у межах курсу геометрії, учні розширюють свої знання про синус, косинус, тангенс і котангенс на будь-які кути від 0° до 180° , використовуючи координати на півколі одиничного радіуса. Це слугує підготовчим етапом до введення тригонометричних функцій числового аргументу через одиничне коло у 10-му класі. Учні, переконавшись, що

відношення між тригонометричними функціями того самого кута, вивчені у 8 класі, залишаються справедливими для кутів від 0° до 180° , навчаються трансформувати тригонометричні вирази. До формул зведення для кутів $(90^\circ - \alpha)$ додаються нові формули для кутів $(180^\circ - \alpha)$. Також на цьому етапі учні знайомляться з радіанною системою вимірювання кутів та дуг.

У 10 класі, в межах курсу алгебри і початків аналізу, проводиться завершальний етап вивчення теми "Тригонометричні функції" на основі здобутих знань у попередніх класах щодо функцій взагалі та зокрема синуса, косинуса, тангенса та котангенса.

Для ефективної підготовки учнів до вивчення тригонометричних функцій та їх властивостей рекомендується повторити, систематизувати та розширити матеріал щодо функцій, який вивчено в базовій школі, через вивчення степеневих функцій.

Лінія тотожних перетворень також активно розвивається у зв'язку з вивченням тригонометричних функцій. Тригонометричні функції пов'язані між собою численними співвідношеннями, які можна умовно поділити на три групи: 1) основні співвідношення; 2) формули зведення; 3) формули додавання. Формули тригонометрії застосовуються для спрощення виразів, доведення тотожностей, розв'язування рівнянь та їх систем, нерівностей.

Лінія вивчення рівнянь і нерівностей не лише розглядається у контексті вивчення властивостей функцій, вказаних у програмі, але також стає самостійною темою (тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи). Особливий акцент робиться на методах розв'язування рівнянь та їх практичних застосуваннях.

Перед глибшим вивченням тригонометричних функцій числового аргументу у 9 класі, важливо розглянути концепцію "радіанної міри кутів". Після цього розглядається поняття тригонометричних функцій числового

аргументу, розширюючи вже вивчені тригонометричні функції кута на будь-яку градусну міру та введення кута повороту.

Доведення періодичності тригонометричних функцій та використання означень синуса, косинуса, тангенса та котангенса ведуть до побудови графіків цих функцій та виконання певних перетворень над ними. Графіки служать інструментом для виявлення та обґрунтування властивостей тригонометричних функцій. При вивченні обернених тригонометричних функцій застосовують їх для розв'язування тригонометричних рівнянь. Навіть на поглибленому рівні вивчається лише базове ознайомлення учнів з простішими тригонометричними нерівностями у рамках програми курсу алгебри і початків аналізу.

Висновок здійснюється на основі вивченого матеріалу, підкреслюючи послідовний та логічний підхід до організації навчання тригонометричних функцій на різних етапах. Наголошується на важливості цих принципів для глибокого розуміння та стабільних знань учнів, а також для успішного використання цих знань у практиці.

Зазначені лінії вивчення, такі як функціональна лінія, лінія тотожних перетворень, а також лінія рівнянь і нерівностей, сприяють розвитку математичних навичок учнів і готують їх до подальшого вивчення алгебри і початків аналізу на більш високому рівні. Тримання зазначених принципів допомагає створити систематичну та послідовну освітню програму, що забезпечує учням глибоке розуміння математичних концепцій та їх ефективне використання. Такий підхід до вивчення тригонометричних функцій сприяє створенню міцного фундаменту для подальшого розвитку математичних здібностей та критичного мислення учнів.

Неперервність навчання реалізується в навчальній програмі, зокрема через принцип систематичності та послідовності навчання, з урахуванням вікових особливостей учнів.

За результатами аналізу навчальних програм з математики в базовій школі (8-9 клас) рівня стандарту [41] та поглибленого рівня вивчення

математики [37], складено таблицю 2.1., в якій порівнюються теми та кількість годин, які відводяться на вивчення тригонометричних функцій у кожному з класів.

Таблиця 2.1.

Аналіз програм з геометрії для 8-9 класу

Рівень стандарту	Поглиблений рівень вивчення математики
8 клас (Геометрія)	
2 год на тиждень (14 годин)	3 год на тиждень (21 година)
<p>Тема 3. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ</p> <p>Синус, косинус, тангенс гострого кута прямокутного трикутника. Теорема Піфагора. Перпендикуляр і похила, їх властивості. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Значення синуса, косинуса, тангенса деяких кутів. Розв'язування прямокутних трикутників</p>	<p>Тема 5. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ</p> <p>Пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора. Теорема, обернена до теореми Піфагора. Перпендикуляр і похила, їх властивості. Синус, косинус, тангенс і котангенс гострого кута прямокутного трикутника. Тотожності:</p> $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha,$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$ $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha,$ $\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha,$ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$ <p>Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Значення синуса, косинуса, тангенса і котангенса деяких кутів. Розв'язування прямокутних трикутників.</p>
9 клас (Геометрія)	
2 год на тиждень (3 + 10 годин)	3 год на тиждень (20 годин)

<p>Тема 1. КООРДИНАТИ НА ПЛОЩИНІ</p> <p>Синус, косинус, тангенс кутів від 0° до 180°.</p> <p>Тотожності:</p> $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha; \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha.$	<p>Тема 2. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИКУТНИКІВ</p> <p>Синус, косинус, тангенс і котангенс як функції кута від 0° до 180°. Тотожності:</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha},$ $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha,$
<p>Тема 3. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИКУТНИКІВ</p> <p>Теореми косинусів і синусів. Формули для знаходження площі трикутника</p>	$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha,$ $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$ <p>Теореми косинусів і синусів. Властивість сторін і діагоналей паралелограма. Формула для знаходження довжини медіани через сторони трикутника. Застосування формули $a = 2R \sin \alpha$. Розв'язування трикутників. <i>[Тригонометрична форма теореми Чеви. Формула Ейлера для знаходження відстані між центрами вписаного і описаного кіл трикутника]</i>. Формули для знаходження площі трикутника. Формула для знаходження площі чотирикутника через його діагоналі та кут між ними</p>

Однією з основних задач вивчення курсу геометрії є розв'язування трикутників. У 8 класі учні вчаться розв'язувати прямокутні трикутники, для цього вводиться означення синуса, косинуса, тангенса і когангенса, як відношення сторін прямокутного трикутника. Тема розв'язування трикутників продовжується у 9 класі, учні вчаться розв'язувати косокутні трикутники. Реалізація цього завдання відбувається за рахунок введення формул для знаходження синуса і косинуса тупого кута та доведення теореми синусів і теореми косинусів.

Проаналізувавши навчальні програми з математики, можна зробити висновок, що на поглибленому рівні вивчення математики кількість годин на тиждень не значно збільшена, а тема розкривається значно ширше за рахунок цікавих тем. Таких як: теорема Чеви, коло Ейлера, теорема Менелая.

За результатами аналізу навчальних програм із математики в профільній школі (10 клас) рівня стандарту [13], поглибленого рівня вивчення алгебри і початків аналізу (початок вивчення з 10 класу) [21] та поглибленого рівня вивчення (початок вивчення на з 8 класу) [14] складено таблицю 2.2, у якій порівнюються теми та кількість годин, які відводяться на вивчення тригонометричних функцій у кожному з класів.

Таблиця 2.2.

Аналіз програм з алгебри та початків аналізу для 10 го класу

Рівень стандарту	Профільний рівень вивчення математики	Профільний рівень вивчення математики (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу)
10 клас (Алгебра і початки аналізу)		
<i>1,5 години на тиждень (18 годин)</i>	<i>6 годин на тиждень (34 + 32 = 66 годин)</i>	<i>6 годин на тиждень (42 + 42 = 84 годин)</i>
Тема 2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ Синус, косинус, тангенс, кута. Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Формули	Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення	Тема 2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ Радіанне вимірювання кутів. Синус, косинус, тангенс, котангенс кута. Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення

<p>додавання для тригонометричних функцій та наслідки з них.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння.</p>	<p>добутку тригонометричних функцій у суму, формули пониження степеня, формули потрійного аргументу, формули половинного аргументу.</p> <p>Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу.</p> <p>Тема 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння. Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь. Тригонометричні нерівності.</p> <p>Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами. Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції.</p>	<p>добутку тригонометричних функцій у суму, формули пониження степеня, формули потрійного аргументу, формули половинного аргументу.</p> <p>Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу.</p> <p>Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ</p> <p>Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.</p> <p>Найпростіші тригонометричні рівняння.</p> <p>Тригонометричні нерівності. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами.</p> <p>Рівняння і нерівності, які містять обернені тригонометричні функції.</p> <p>Побудова графічних образів.</p>
---	--	--

Проаналізувавши програми на різних рівнях вивчення алгебри і початків аналізу, ми бачимо значну різницю у кількості годин на вивчення тригонометричних елементів. На рівні вивчення стандарту – це всього 18 годин, на профільному рівні – 66 годин, початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу – 84 години.

Це зумовлено тим, що програми вивчення математики на різних рівнях (рівень стандарту та профільний рівень) ставлять перед собою різні цілі та завдання.

Головним завданням вивчення математики на рівні стандарту є забезпечення умов для досягнення кожним учнем практичної компетентності. Запровадження компетентнісного підходу в освітній процес закладу загальної середньої освіти передбачає формування в учнів умінь застосовувати набуті знання в реальних життєвих ситуаціях та під час розв'язування практичних завдань [13, 1].

Метою вивчення математики на профільному рівні є забезпечення свідомого і міцного оволодіння системою математичних знань, навичок і умінь, які потрібні у повсякденному житті і у майбутній професійній діяльності [14, 1].

Основним джерелом знань, крім знань вчителя, для учнів є підручник. Дослідивши підручники, за якими навчаються діти, можна краще зрозуміти методику вивчення тригонометрії в шкільному курсі математики. Крім того, зміст підручників повинен відповідати чинній програмі з математики.

Проаналізуємо підручники з геометрії для 8-го, 9-го та 10-х класів:

Істер О.С. Геометрія: підруч. для 8 класу закл. заг. сер. освіти. Київ: Генеза, 2021. 240 с. [22].

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: підручник для 8 кл. закл. заг. сер. освіти. Х.: Гімназія, 2021. 208 с. [36].

Єршова А.П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В. Геометрія: підруч. для 8 кл. закл. загал. Серед. Освіти. Харків: Ранок, 2021р.[16].

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: підручник для 8 кл. закл. заг. сер. освіти з поглибленим вивченням. Х.: Гімназія, 2021. 223 с. (поглиблений рівень)[34].

Істер О.С. Геометрія: підруч. для 9 класу загальноосвіт. навч. закл.. Київ: Генеза, 2017. 240 с. [23].

Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Геометрія: підручник для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: УОВЦ «Оріон», 2017. 223 с.[8].

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: підручник для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х.: Гімназія, 2017. 240 с. [37].

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х.: Гімназія, 2017. 304 с. (поглиблений рівень) [34].

Істер О.С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу: (профіль. Рівень): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. Освіти. Київ: Генеза, 2018р. 448с. [21].

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Математика: підруч. для 10 класу. Х.: Гімназія, 2018р. 400 с. (рівень стандарту) [32].

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Д.А. Номіровський, Якір М.С., Алгебра і початки аналізу: початок вивч. на поглибл. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018р. 512 с. (профільний рівень) [33].

Під час проведення аналізу підручників ми звернули увагу на такі особливості: назви розділів та параграфів, що стосуються досліджуваної теми; виділення математичних об'єктів; наявність прикладів та їх відповідність завданням для розв'язування; наявність питань після параграфа; розподіл завдань за рівнями складності; наявність завдань для підготовки до контрольної або самостійної роботи в кінці вивченої теми; нестандартні задачі в параграфі або пункті.

Результати аналізу підручників для 8 класу висвітлені в додатку А. Підручники з геометрії для 8 класу створено відповідно до Державного стандарту загальної середньої освіти і нової програми з математики (від 07.06.2017 № 804). У всіх розглянутих підручниках вводиться означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса та основні співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Автори всіх підручників в останньому параграфі вивченої теми пропонують учням чотири види задач на розв'язування прямокутних трикутників та дають зразки запису їх розв'язування у загальному вигляді.

У підручнику Істера О.С. Геометрія для 8 класу [22] вивчення 3 розділу «Розв'язування прямокутних трикутників» розпочинається з вивчення теореми Піфагора, яка доводиться за теоремою про середні пропорційні відрізки. Потім вивчаються перпендикуляр і похила та їх властивості. Вивчається означення синуса, косинуса і тангенса (означення котангенса автор не дає), як відношення сторін прямокутного трикутника. Твердження, що синус, косинус та тангенс

гострого кута прямокутного трикутника залежить лише від градусної міри кута доводиться за другою ознакою подібності трикутників. Автор не знайомить учнів з основними тригонометричними тотожностями та формулами зведення для кутів виду $(90^\circ - \alpha)$.

Єршова А.П. у підручнику з геометрії [16], вивчення IV розділу “Тригонометричні функції гострого кута. Обчислення прямокутного трикутника” розпочинає з встановлення відповідностей між відношеннями сторін та мірою гострих кутів у прямокутному трикутнику. На прикладі чверті одиничного кола доводить твердження, що при зростанні кута від 0° до 90° синус цього кута зростає від 0 до 1 , а косинус спадає від 1 до 0 . Тригонометричні функції доповняльних кутів вивчає в окремому параграфі. Співвідношення між тригонометричними функціями одного і того самого кута доводить за допомогою теореми Піфагора.

У підручнику Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія, підручник для 8 класу 2021 р. [36] третій параграф “Розв’язування прямокутних трикутників” розпочинається з вивчення метричних співвідношень у прямокутному трикутнику. Потім автори доводять теорему Піфагора за теоремою 15.1. [36, 113]. У пункті 18 «Тригонометричні функції гострого кута прямокутного трикутника» автори дають означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса прямокутного трикутника, доводять, що синус, косинус, тангенс і котангенс гострого кута залежить тільки від величини цього кута. На відміну від інших авторів вводиться означення *тригонометричної функції*. В цьому ж пункті за теоремою Піфагора доводять основні тригонометричні тотожності. Вивчають формули зведення для кутів виду $(90^\circ - \alpha)$.

У підручнику Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Геометрія для 8 класу 2019р. (поглиблений рівень) теоретичний матеріал поданий аналогічно до підручника цих же авторів рівня стандарту. Єдина відмінність, що в кожному пункті додано для прикладу одна задача з розв’язанням та коментарями. Але

значно збільшено кількість задач та вправ для розв'язування. Ключові задачі виділені спеціальними позначками.

Результати аналізу підручників для 9 класу висвітлені в додатку Б. Підручники створено відповідно до Державного стандарту загальної середньої освіти і нової програми з математики. Автори всіх розглянутих підручників розширюють поняття синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів від 0° до 180° на прикладі півкола одиничного радіуса за допомогою координат. Усі автори підручників в останньому параграфі вивченої теми пропонують учням чотири види задач на розв'язування косокутних трикутників та дають зразки запису їх розв'язування в загальному вигляді.

У підручнику Істер О.С. Геометрія для 9 класу [23] синус, косинус, тангенс, тригонометричні тотожності та формули зведення для кутів 0° до 180° вивчаються у 1 розділі «Метод координат на площині». У 3 розділі «Розв'язування трикутників» доводиться теорема косинусів для трьох різних випадків ($\angle C$ – гострий, прямий, тупий). У цьому параграфі автор дає для прикладу 6 різних типів задач із розв'язуванням та коментарями. Перш ніж довести теорему синусів, автор доводить лему, що хорда кола дорівнює добутку діаметра та синуса будь-якого вписаного кута, який спирається на цю хорду [23, 21], далі пропонує учням 3 задачі з розв'язанням та коментарями до їх розв'язування. У §13 «Розв'язування трикутників» вдало підібрані задачі прикладного змісту.

У підручнику Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Геометрія підручник для 9 класу (рівень стандарту) [17] у §1 «Розв'язування трикутників» дається означення синуса, косинуса і тангенса кутів від 0° до 180° , вводяться формули зведення для кутів виду $(180^\circ - \alpha)$ та повторюються основні тригонометричні тотожності. Потім доводиться теорема косинусів, розглядають 3 випадки ($\angle A$ – гострий, прямий, тупий), автори пропонують чотири види задач із розв'язанням та коментарями. Теорема синусів доводиться на основі

леми, що хорда кола дорівнює добутку діаметра та синуса будь-якого вписаного кута, який спирається на цю хорду [17, с. 21], також для прикладу наводять 4 види задач. Вдало підібрані задачі прикладного змісту.

У підручнику Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Геометрія, підручник для 9 класу (поглиблений рівень) [34] теоретичний матеріал поданий майже такий самий, як і в підручнику цих же авторів рівня стандарту. Відмінність у тому, що автори у першому пункті до означень синуса, косинуса, тангенса додають означення котангенса. У кожному пункті додані для прикладу задачі з розв'язанням та коментарями. Порівняно з підручником рівня стандарт значно збільшено кількість задач та вправ для розв'язування. Ключові задачі виділені спеціальними позначеннями.

Результати аналізу підручників для 10 класу висвітлені в додаток В. Проаналізувавши підручники на предмет вивчення тригонометричних функцій числового аргументу, можна зробити висновок, що теоретичний матеріал відповідає чинним навчальним програмам із математики.

Всі проаналізовані підручники повністю охоплюють теоретичний матеріал.

2.2. Інтеграція комп'ютерних технологій та дистанційного навчання у вивченні тригонометричних функцій

Останнім часом система української освіти набуває швидких змін. Дистанційне навчання, постійні стреси та зміни в психології учнів вимагають змін у навчанні учнів. Також, зростаюча роль технологій у навчальному процесі стала невід'ємною складовою сучасної освіти. Використання сучасних технологій у вивченні математики, зокрема тригонометрії, може допомогти учням краще зрозуміти складні концепції, візуалізувати математичні процеси та покращити загальний рівень математичної грамотності.

Нашою метою є вивчення різноманітних ресурсів або програм, які дозволяють спростити нам процес обчислення та побудови для тригонометричних рівнянь та нерівностей. Одним з таких ресурсів є додаток DESMOS, який розміщується на сайті www.desmos.com

Сайт даного ресурсу цілком і повністю англійською, але їхній графічний калькулятор перекладено, що, безсумнівно, спрощує його використання. Також для зручності у ресурсу є мобільний додаток для смартфонів.

Інтерфейс калькулятора досить простий та зручний у використанні. Є вікно для написання формул, також є клавіатура, яка дозволяє набирати функцію, а серцем є поле для графіка (рис. 2.1).

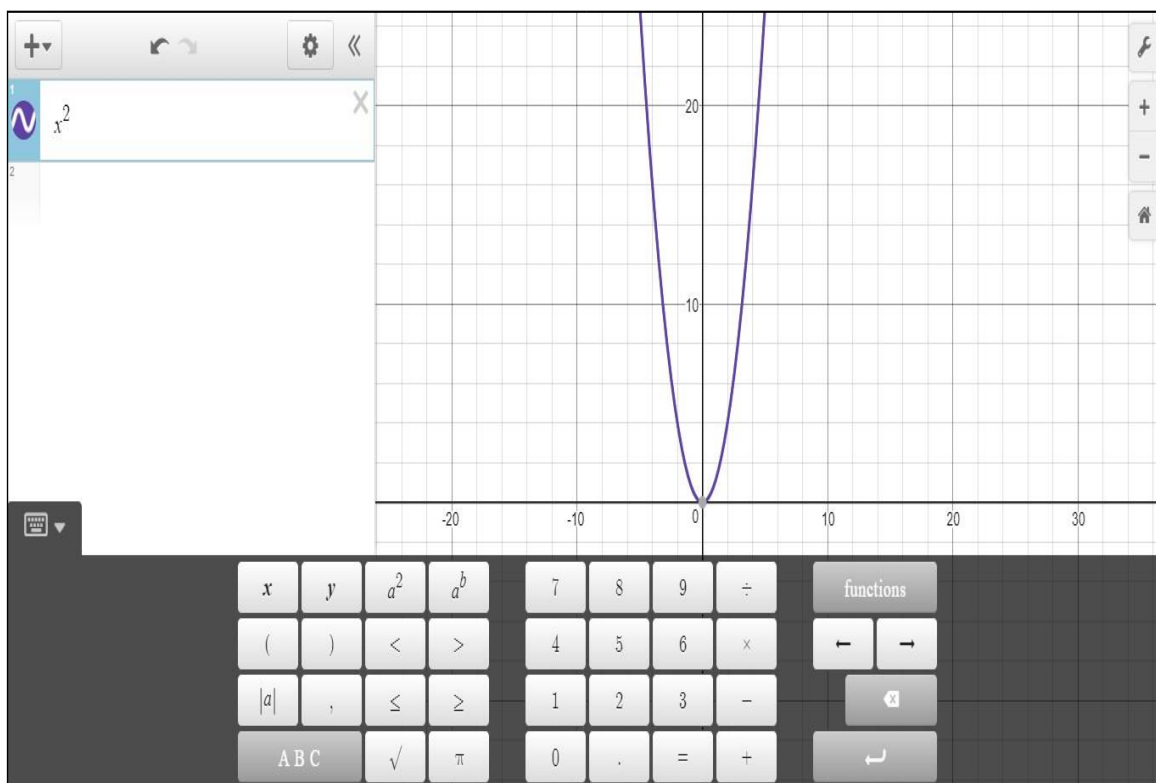


Рис. 2.1. Вид програми DESMOS

Слід зазначити, що функцій може бути кілька. Таблиця зліва дозволяє додати додаткові функції. Щоб подивитись координати будь-якої точки до тисячних, потрібно лише натиснути на лінію графіка, і калькулятор у круглих дужках покаже потрібне значення.

Представлений вище ресурс допомагає розв'язувати рівняння і нерівності, оскільки, щоб побудувати графік, потрібно задати функцію.

Можливості цього ресурсу досить великі. Вони не обмежуються простими лінійними функціями. Програмний ресурс дозволяє записувати складні системи з рівнянь та нерівностей, тригонометричні та логарифмічні функції. Його використовують також до створення зображень з функцій. На головній сторінці сайту люди демонструють свої малюнки з графіків, редактор формул дозволяє завантажувати таблиці та зображення та робити нотатки та корективи.

Калькулятор має свої приклади красивих графіків і рівнянь до них. Наприклад, шаблон графіка Polar: Rose нагадує собою квітку. Для побудови графіка використовується тригонометрична нерівність, цей графік залежить від двох змінних і, які так само є в вікні редактора формул. Для зручності зміна значень цих змінних відбувається за допомогою повзунка, який можна пересувати, при них змінні набувають цілих чисел (рис. 2.2).

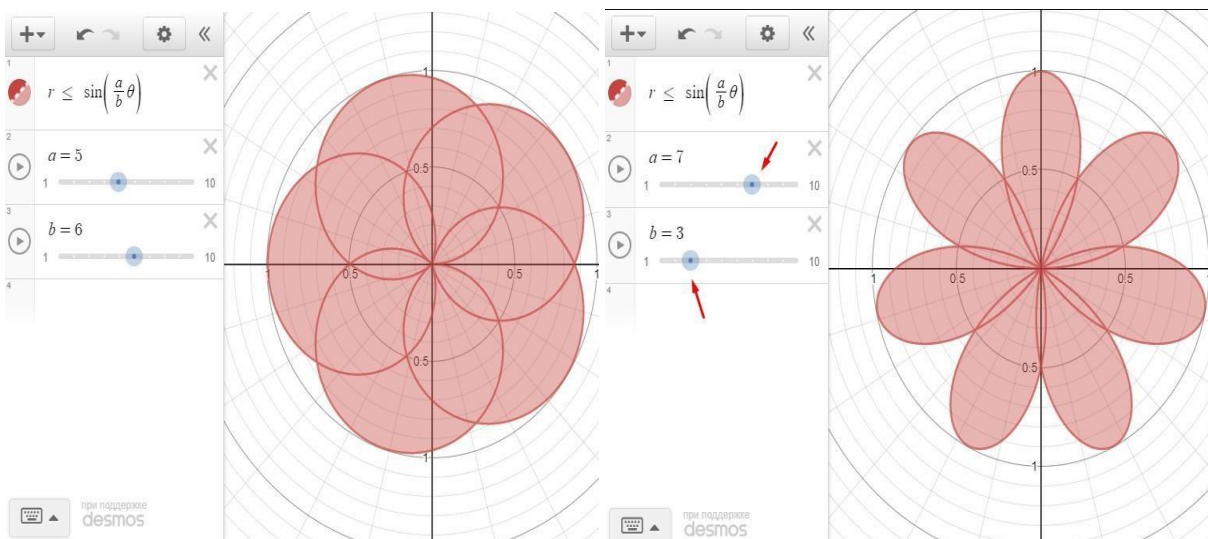


Рис. 2.2 Квітка графіка Polar: Rose

Програма дозволяє моделювати різні графіки функцій за заданими рівняннями, причому можна проводити зміни під час вивчення графіка або зміни значень змінних у ньому. Представлений додаток DESMOS формує

графічну культуру учнів та дає можливість оперувати даними та графіками у графічній діяльності.

В даний час інформаційні технології проникають у всі сфери людського життя та сучасного суспільства: у сферу послуг, у процеси освіти та управління, у промислове виробництво, і навіть у такі галузі, як соціальні та гуманітарні [21]. При цьому їх впровадження породжує потребу зміни технології навчання безлічі дисциплін. І на сьогоднішній день, мова йде про абсолютно новітню концепцію викладання з власною своєрідною теоретико-методичною базою – комп'ютерною дидактикою. Поняття «комп'ютерна дидактика» вже починає зустрічатися в сучасних педагогічних науках. Під комп'ютерною дидактикою розуміємо область сучасної дидактики, яка досліджує закони, закономірності, принципи та засоби електронного навчання, які застосовуються з метою дистанційного набуття компетенцій [22]. У такій дидактиці педагог починає бути спеціалістом та аналітиком інформаційних ресурсів, розробником і конструктором напрямків, модулів, частин уроків із застосуванням інтерактивних мультимедійних інструментів. Тому повинен бути інформаційний ресурс, або інформаційна основа інноваційної комп'ютерної дидактики (ІКД), що містить як нові дидактичні технології, так і програмний інструментарій. Однією з таких інформаційних баз є інноваційний сайт «Сила знань» [24], що складається з багатьох галузей, що містять у собі тренувальні напрями згідно з різними науковими дисциплінами, а крім того, як традиційні тести, так і новітні навчальні технології.

Великий внесок у науку щодо розробки інноваційних дидактичних засобів зробили такі вчені як А.І. Архипова, С.П. Грушевський та інші. Авторами книги [6] було обґрунтовано можливість використовувати вказану технологію і для математики.

Технологія «Тест знань». Тут представлено традиційний тест, який складається з 10 питань, у кожному з яких по 4 варіанти відповіді. Деякі

завдання тесту направлені на підготовку до ЗНО з математики, наприклад:

Яке рівняння має розв'язання $x = \operatorname{arctg} 7 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

– $\operatorname{ctg}(x) = 7$

– $\operatorname{tg}(x) = 7$

– $\operatorname{ctg}(x) = 14$

– $\operatorname{ctg}(x) = -7$

2. Який окремий випадок рівняння $\cos(x) = a$ має розв'язання $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

– $\cos(x) = 1$

– $\cos(x) = 0$

– $\cos(x) = 2$

– $\cos(x) = -1$

Технологія «Формула знань». Технологія націлена на освоєння понять, означень, правил, які бувають надто великими. Суть технології в тому, щоб непросту словесну конструкцію (наприклад, означення) поділити на окремі нескладні речення, позначити їх символами, а далі з підтримкою «формули» сформулювати їх вихідне означення. Технологія є величезним скупченням елементів, у тому числі з допомогою різних комбінацій проектується тестові завдання. У технології «Формула знань» з елементів будуються висловлювання за готовими логічними формулами, в яких застосовуються всі логічні операції: кон'юнкція, диз'юнкція, імплікація, еквівалентність, заперечення. Далі, побудувавши складне висловлювання, оцінюється його істинність. У нас 14 простих висловлювань, з яких складаються складні висловлювання за готовими логічними формулами: $a \rightarrow n, a \vee d \vee e \vee f \rightarrow c, g \leftrightarrow h, i \leftrightarrow k, i \rightarrow \neg c, g \rightarrow c, a \rightarrow b, e \rightarrow n, p \leftrightarrow q, g \leftrightarrow q \wedge c$.

У цій технології застосовувалися завдання на знання означень та вміння розв'язувати тригонометричні рівняння та нерівності. Таким чином, за допомогою логічних операцій та зв'язку елементарні висловлювання збираються у цілісні правила та означення. Необхідно виділити, що

технологія «Формула знань» добре підготує до ЗНО тому що безпосередньо потрібні гарні знання логіки алгебри.

Технологія «Словник знань». За допомогою даної технології учень отримує можливість проконтролювати свої теоретичні знання з теми. Словник складається з 10 основних понять тригонометрії, означення та трактування яких необхідно знати учням, які тестуються, для того щоб пройти даний тест успішно: функція, графік функції, парна функція, непарна функція, синус, косинус, найменший додатний період.

Технологія «Кросворд знань». Ця технологія є традиційною забавою, яка полягає в розгадуванні слів згідно з означеннями. До кожного слова, а їх у даній технології 13, надається текстове поняття в описовій формі, що показує якесь слово, яке буде відповідати. Якщо ця відповідь є правильною, то вона автоматично вставляється в сітку кросворду і завдяки перетинам з іншими словами спрощує виявлення відповідей на інші означення. Подібна технологія не тільки спонукає інтерес учнів і дає можливість проконтролювати конкретні знання з теми, а й виконує функції, що розвивають, і підвищує читацьку та інформаційну компетентності учнів.

Технологія «Матриця знань». Дана технологія є матрицею 4*8. Необхідно вгорі прочитати комірку і встановити до якого рядка належить ця комірка, а також прочитати в комірці приклад і встановити стовпчик, до якого відноситься приклад. За правильних відповідей на полі виникає малюнок або портрет.

Технологія «Прогалини у знаннях». У цій технології записані номери відповідей завдань. У перевірочному аркуші необхідно натиснути на комірку з номером завдання та літерою відповіді.

Таким чином, описавши конструювання комплексу технологій інноваційної комп'ютерної дидактики на прикладі теми «Тригонометричні рівняння та нерівності», що складається з: «Формули знань», «Тест знань», «Кросворд знань», «Словник знань», «Матриця знань», «Прогалини у знаннях» буде доповнено комплекс ще такими технологіями як «У пошуках

знань» та «Інтелектуальна лабільність», а також підключати школярів до роботи на сайті. Дуже важливо показати актуальність цієї теми для школярів.

У ході роботи можна побачити, що за допомогою даної технології учень отримує можливість освоїти поняття, означення, правила, які бувають дуже громіздкими та складно сконструйованими, а також перевірити свої теоретичні знання з представленої теми.

Комплекс технологій інноваційної комп'ютерної дидактики на тему «Тригонометричні рівняння та нерівності» може бути спрямований на підготовку до ЗНО з математики на профільному рівні і може допомогти розв'язувати завдання швидко та ефективно. Технології надають шанс поглянути на завдання з математики з іншого боку, щоб розв'язувати завдання та готуватися до здачі ЗНО можна з цікавістю та захопленням.

З основних розділів математики, що вивчаються в школі, як показує досвід, найбільш поверхово і багато в чому формально проводиться вивчення про кругові функції, які традиційно називають тригонометрією, а особливо це стосується теми «Тригонометричні нерівності». У зв'язку з цим у роботі розглянуто методику навчання розв'язання тригонометричних нерівностей, якій передувала робота з вивчення великої кількості завдань.

Знайомство школярів із тригонометричними нерівностями відбувається у десятому класі. Важливість цієї теми полягає в наступному: при її вивченні активізуються знання, отримані раніше; з даним видом завдань учні зіштовхнуться на ЗНО; вміння працювати з тригонометричними нерівностями може бути використане при розв'язанні складніших видів завдань. Через невелику кількість годин, відведених на вивчення цієї теми, передбачається проведення низки факультативних занять. Тому пропонується таке тематичне планування:

Таблиця 2.3

Тематичне планування

Вид заняття	Тема	Години
-------------	------	--------

Урок	Розв'язання найпростіших тригонометричних нерівностей	3
Факультатив	Розв'язання систем та сукупностей тригонометричних нерівностей і нерівностей, що зводяться до них	1
Факультатив	Розв'язання тригонометричних нерівностей методом інтервалів	1

Тригонометричні нерівності сильно домінують над функціональним компонентом. Можна сміливо сказати, що це тема є синтезом знань, отриманих щодо тригонометричних рівнянь, тотожних перетворень і функцій. Тому важливим етапом навчання розв'язання тригонометричних нерівностей є організація цільового повторення перед вивченням теми, що може бути проведено у вигляді ігрових моментів (наприклад, конкурсів): означення тригонометричних та зворотних тригонометричних функцій, властивості тригонометричних функцій, тригонометричні тотожності, методи розв'язування рівнянь.

Безпосереднє пояснення способів розв'язання тригонометричних нерівностей проводиться на конкретних прикладах. При цьому необхідно використовувати проблемний виклад матеріалу, частково-пошуковий, пояснювально-ілюстративний, програмовані методи навчання. Також дуже важливе місце приділяється наочності, де містяться графіки тригонометричних функцій, зображення одиничного кола, інформація, пов'язана з властивостями функцій, формули. Після закінчення пояснення кожного способу розв'язання нерівностей необхідно робити узагальнення, прагнути до алгоритму, використання методу аналогій.

Контроль за знаннями учнів рекомендується проводити, застосовуючи різноманітні тести чи таблиці, що дозволить з'ясувати, чи можуть здійснювати учні розумові операції, тобто порівнювати і узагальнювати конкретні факти, робити загальні висновки.

Велике значення приділяється розробці уроків і факультативних занять, причому уроки розробляються для класів з поглибленим вивченням математики.

В даний час настав такий період розвитку шкільної математики, коли реально та доцільно активне використання обчислювальної техніки на уроках алгебри і початків аналізу у старших класах. Для практичного впровадження комп'ютерів у навчальний процес потрібно розробити такі комп'ютерні програмні комплекси, застосування яких дало б відчутні переваги в порівнянні з традиційними методами навчання.

Перед вивченням будь-якої теми шкільного курсу математики необхідно ознайомитися з тематичним плануванням навчального матеріалу. Вивчивши авторську програму [20], дійшли висновку, що автор має на увазі 3 години на тиждень вивчення курсу алгебри та початків аналізу у 10 класі. За плануванням навчального матеріалу на тему «Розв'язання тригонометричних рівнянь і нерівностей» відводиться 11 годин дистанційного навчання.

Модель освітнього курсу, що містить знання з дисципліни математики, будується на основі програми з математики.

Орієнтовна програма середньої (повної) загальної освіти з математики профільний рівень складена на основі компонента державного стандарту середньої (повної) загальної освіти на профільному рівні. Програма конкретизує зміст предметних тем освітнього стандарту та дає зразковий розподіл навчального годинника за розділами курсу [24].

Програма дистанційного навчання виконує дві основні функції:

Інформаційно-методична функція дозволяє всім учасникам освітнього процесу отримати уявлення про цілі, зміст, загальні стратегії навчання, виховання та розвитку, учнів засобами даного навчального предмета.

1. Організаційно-плануюча функція передбачає виділення етапів навчання, структурування навчального матеріалу, визначення його

кількісних та якісних характеристик на кожному з етапів, у тому числі для змістовного наповнення проміжної атестації учнів.

Тема «Розв'язання тригонометричних рівнянь і нерівностей» входить у величезний спектр тем шкільного курсу математики, які у такій змістовно-методичній лінії, як лінія рівнянь і нерівностей.

Дана лінія розглядає питання формування понять рівняння та нерівності, загальних та спеціальних методів їх розв'язання, взаємозв'язку вивчення рівнянь та нерівностей з числовою, функціональною та іншими лініями шкільної математики.

Існує три основні напрямки розгортання лінії рівнянь та нерівностей у шкільному курсі [26]:

1. Прикладна спрямованість лінії рівнянь і нерівностей розкривається головним чином щодо алгебраїчного методу розв'язання текстових завдань. Цей метод широко застосовується у шкільній математиці, оскільки він пов'язаний із навчанням прийомам, що використовуються у додатках математики.

Прикладне значення рівнянь, нерівностей та систем орієнтується у тому, що є основною частиною математичних засобів у математичному моделюванні;

2. Теоретична та математична спрямованість лінії рівнянь та нерівностей розкривається у двох аспектах: перше, у вивченні найбільш важливих класів рівнянь, нерівностей та їх систем та, друге, у вивченні узагальнених понять та методів, що належать до цієї лінії в цілому. Класи рівнянь і нерівностей пов'язані з найпростішими і одночасно найбільш важливими комп'ютерними моделями. Використання узагальнених понять і методів дозволяє логічно впорядкувати вивчення лінії загалом, оскільки вони описують те загальне, що у процесах і прийомах розв'язання, які стосуються окремих класів рівнянь, нерівностей, систем. У свою чергу, ці

загальні поняття та методи спираються на основні логічні поняття: невідоме, рівність, рівносильність, логічне слідування, які також мають бути розкриті у лінії рівнянь та нерівностей;

3. Для лінії рівнянь і нерівностей характерна спрямованість встановлення зв'язків з іншим змістом курсу математики. Ця лінія тісно пов'язана з числовою лінією. Основна ідея, реалізована у процесі встановлення взаємозв'язку цих ліній, – ця ідея послідовного розширення числової системи.

Лінія рівнянь та нерівностей тісно пов'язана також із функціональною лінією. Один із найважливіших таких зв'язків – додаток методів, розроблених у лінії рівнянь і нерівностей, до вивчення функції. З іншого боку, функціональна лінія істотно впливає як утримання лінії рівнянь і нерівностей, і стиль її вивчення. Зокрема, функціональні уявлення є основою залучення графічної наочності до розв'язання та дослідження рівнянь, нерівностей та їх систем.

Особливо слід зазначити зв'язок лінії з теорією тотожних перетворень. Остання набуває нового змісту і сенсу при вивченні рівносильних перетворень рівнянь і нерівностей. У свою чергу, володіння змістом лінії рівнянь та нерівностей дозволяє розширити список здійснених перетворень.

Тема «Розв'язання тригонометричних рівнянь і нерівностей» є об'єктивно важкою для сприйняття та осмислення учнями 10 класів. Тому дуже важливо послідовно, від простого до складного, формувати розуміння алгоритму та виробляти стійку навичку розв'язання тригонометричних нерівностей.

На основі розмов з вчителями, аналізу методичної літератури [34] були виявлені такі причини труднощів учнів:

- велика кількість формул, які необхідно знати та пам'ятати;
- відсутність стандартних прийомів тотожних перетворень

тригонометричних виразів;

- формування навичок тотожних перетворень тригонометричних виразів потребує спеціальної підготовки, що здійснюється у процесі розв'язання досить великої кількості завдань.

Отже, проблема засвоєння учнів тригонометричних рівнянь і нерівностей полягає не в запам'ятовуванні різноманітних формул, а організації вчителем плану, яким необхідно рухатися до їх розв'язання.

2.3 Методичні особливості використання сервісів GeoGebra і LearninApps при вивченні тригонометричних та обернених тригонометричних функцій.

Однією з програм, яку можна використовувати під час вивчення тригонометричних функцій є «Geogebra». Основна ідея використання GeoGebra у повсякденному викладанні та навчанні полягає в тому, щоб надати учням різні математичні навички і заохочувати їх займатися математикою.

Основними особливостями Geogebra є [4]:

- безкоштовний для некомерційного використання;
- мультиплатформенність;
- чіткий і зрозумілий графічний користувач інтерфейс;
- велика база готових прикладів;
- технічна документація багатьма мовами;
- маркування об'єктів слідує математичному синтаксису;
- можливість збереження проекту в декількох форматах;
- працює з LaTeX;
- усі об'єкти в GeoGebra є динамічними;
- можливість опублікувати роботу на сайті через javascript;
- програма перекладена на багато іноземних мов.

Усе це робить GeoGebra чудовим інструментом для викладання та вивчення математики. Оскільки всі об'єкти в GeoGebra є динамічними, учні можуть бачити як графік функції змінюється, при зміні параметрів. У геометричних побудовах такі об'єкти, як точки, перерізи, кола тощо можна пересувати як завгодно. Крім того, всі побудови можна виконувати за допомогою техніки «вказівка і клацання» або вводити їх через командний рядок.

GeoGebra має чіткий та інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, розділений на частини, що відповідають алгебрі та геометрії (рис. 2.4).

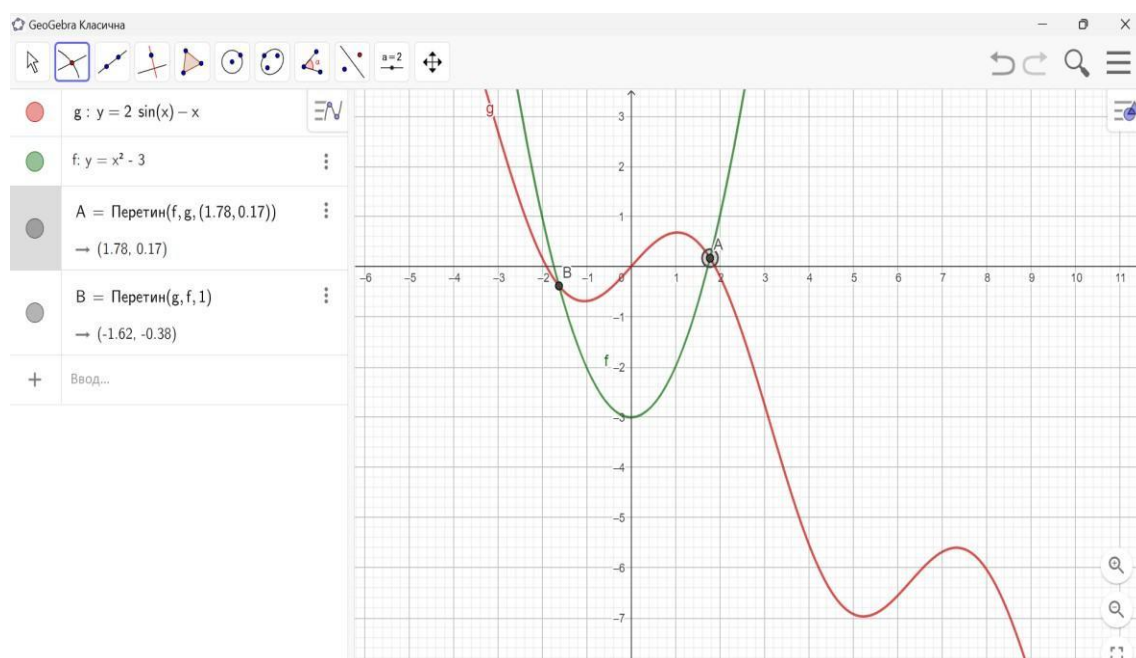


Рис. 2.4. Графік функції $y = 2\sin x - x$ та $y = x^2 - 3$ у «Geogebra»

Залежно від потреби його можна вільно змінювати. Програмне забезпечення має кілька виглядів [4]:

- алгебраїчний;
- геометричний;
- електронної таблиці;
- CAS (система комп'ютерної алгебри);
- перегляд протоколу;
- командний рядок.

Всі ці вигляди пов'язані між собою, тобто це, якщо ми вводимо об'єкт в один з перелічених вище виглядів, воно з'явиться в інших у відповідному вигляді. Наприклад, якщо ми помістимо функцію $y = \sin x$, її графік з'явиться в геометричному вигляді. Всі зміни параметрів функції відразу ж відображаються на графіку.

Крім основних можливостей GeoGebra як зображення фігур, графіків функцій також можна обчислювати або вимірювати кути, знаходити точки перетину графіків функцій, шукати довжини, максимум і мінімум функції, похідні та інтеграли.

Очевидно, GeoGebra можна використовувати як розширений калькулятор. Він може працювати на векторах, матрицях і навіть розв'язати систему лінійних рівнянь.

При вивченні такого розділу алгебри, як тригонометрія, потрібно не тільки вивчити формули, а також навчитися працювати з тотожностями.

Навчитися працювати зі вже знайомими формулами, які не завжди можна побачити без певних алгебраїчних перетворень. Для цього доцільно використовувати інтерактивні вправи при дистанційному навчанні.

Для закріплення пройденого матеріалу, ми пропонуємо застосовувати такий сервіс, як LearningApps. Він дозволяє створювати вправи самостійно, що дає можливість редагувати вправи до кожного класу індивідуально відповідно до рівня знань учнів, що навчаються в цих класах. Звісно, створити вправу буде недостатньо для такої великої теми, тому ми підемо далі і створимо свого роду «тренажер» для кращого опанування теми. Тренажер створювався після аналізу ряду джерел [16, 17, 18, 24, 47, 49] з методики викладання тригонометрії та з роботи з LearningApps.

Ці вправи будуть орієнтовані саме на запам'ятовування тригонометричних формул.

Вправа №1. Основні тригонометричні тотожності.

Основні тригонометричні тотожності

$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$
$\operatorname{tga} = \frac{\sin a}{\cos a}$
$\operatorname{ctga} = \frac{\cos a}{\sin a}$
$\operatorname{tga} * \operatorname{ctga} = 1$
$\frac{1}{\cos^2 a} = \operatorname{tg}^2 a + 1$
$\frac{1}{\sin^2 a} = \operatorname{ctg}^2 a + 1$

Рис. 2.5. Основні тригонометричні тотожності

Перейдемо до реалізації цієї вправи у LearningApps.

Тригонометрична відповідність



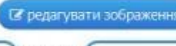
Опис завдання


Напишіть опис завдання цієї вправи, який показуватиметься при її запуску. Можна залишити поле порожнім.


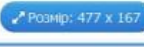
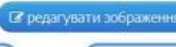
Встанови відповідність між функціями та їх графіками


Пари


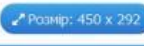
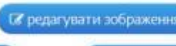
Вкажіть два об'єкти, які відповідають одне одному - це може бути поєднання текстів, зображень, аудіо- та відео-роликів.


Пара 1:  Пошук зображення   Підказка:



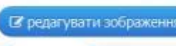
Пара 1:  Підказка:


Пара 2:  Пошук зображення   Підказка:




Пара 2:  Підказка:

Пара 3:  Пошук зображення   Підказка:

Пара 3:  Підказка:

Пара 4:  Пошук зображення   Підказка:

Пара 4:  Підказка:

Пара 5:  Пошук зображення   Підказка:


Пара 5:  Підказка:

Рис. 2.6. Рисунок розробка вправи №1

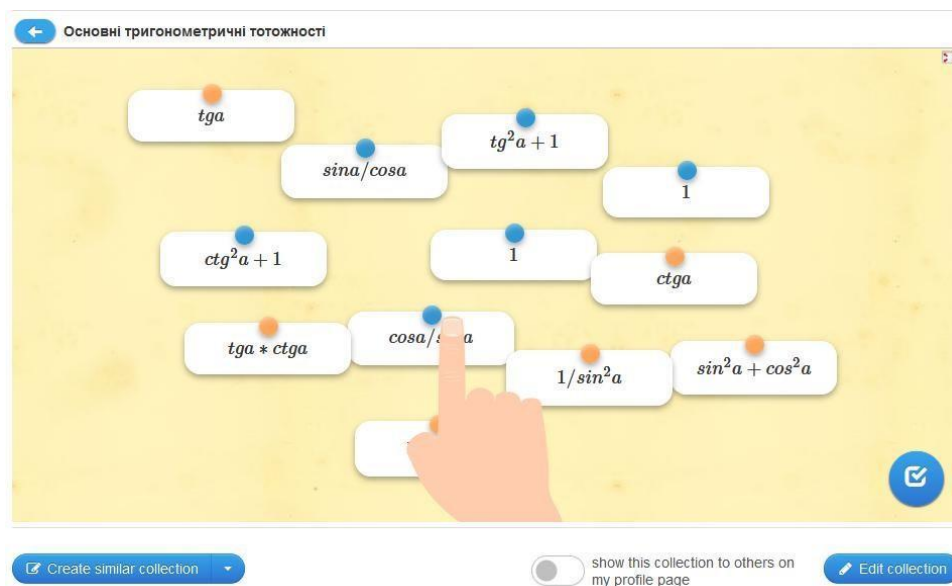


Рис. 2.7. Процес проходження вправи №1

Вправа №2. Парність та непарність.

Таблиця 2.4

Парність та непарність тригонометричних функцій

$\sin(-a) = -\sin a$
$\cos(-a) = \cos a$
$\operatorname{tg}(-a) = -\operatorname{tg} a$
$\operatorname{ctg}(-a) = -\operatorname{ctg} a$

Перейдемо до реалізації цієї вправи у LearningApps.

Парність, непарність

Опис завдання

Напишіть опис завдання цієї вправи, який показуватиметься при її запуску. Можна залишити поле порожнім.

Пари

Вкажіть два об'єкти, які відповідають одне одному - це може бути поєднання текстів, зображень, аудіо- та відео-роликів.

Пара 1: Підказка:

Пара 1: Підказка:

Пара 2: Підказка:

Пара 2: Підказка:

Пара 3: Підказка:

Пара 3: Підказка:

Пара 4: Підказка:

Пара 4: Підказка:

Рис. 2.7. Рисунок розробка вправи №2

Парність, непарність

Create similar collection show this collection to others on my profile page Edit collection

Рис. 2.8. Процес проходження вправи №2


Вправа №3. Формули подвійного кута.

Таблиця 2.5.

Формули подвійного кута

$\sin 2a = 2 \sin a * \cos a$
$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$
$\cos 2a = 2 \sin^2 a - 1$
$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$
$\operatorname{ctg} 2a = \frac{\operatorname{ctg}^2 a - 1}{2 \operatorname{ctg} a}$

Перейдемо до реалізації цієї вправи у LearningApps.

Назва вправи Мова показу 

Формули подвійного кута

Опис завдання

Напишіть опис завдання цієї вправи, який показуватиметься при її запуску. Можна залишити поле порожнім.

Пари

Вкажіть два об'єкти, які відповідають одне одному - це може бути поєднання текстів, зображень, аудіо- та відео-роликів.

Пара 1: Підказка

Пара 1: Підказка

Пара 2: Підказка

Пара 2: Підказка

Пара 3: Підказка

Пара 3: Підказка

Пара 4: Підказка

Пара 4: Підказка

Пара 5: Підказка

Рис. 2.9. Рисунок розробка вправи №3

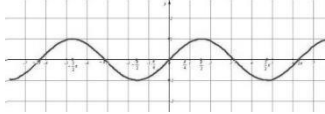
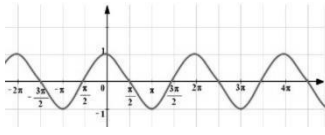
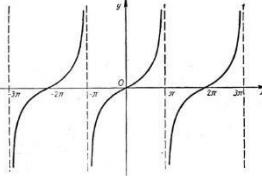
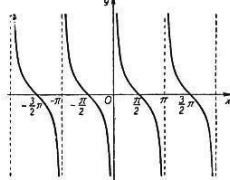
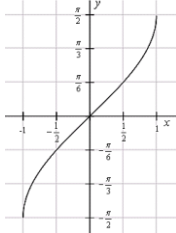


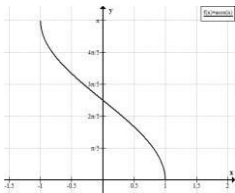
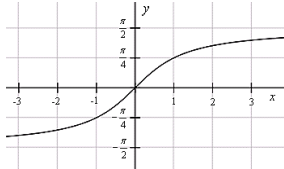
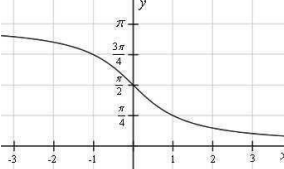
Рис. 2.10. Процес проходження вправи №3

Вправа №4. Тригонометрична відповідність.

Таблиця 2.6.

Тригонометричні функції та їх графіки

Функція	Графік
$y = \sin x$	
$y = \cos x$	
$y = \operatorname{tg} x$	
$y = \operatorname{ctg} x$	
$y = \arcsin x$	

$y = \arccos x$	
$y = \arctg x$	
$y = \text{arctg} x$	

Перейдемо до реалізації цієї вправи у LearningApps.

Тригонометрична відповідність





Опис завдання



Напишіть опис завдання цієї вправи, який показуватиметься при її запуску. Можна залишити поле порожнім.





Встанови відповідність між функціями та їх графіками



Пари





Вкажіть два об'єкти, які відповідають одне одному - це може бути поєднання текстів, зображень, аудіо- та відео-роликів.



Пара 1:   Пошук зображення  Розмір: 575 x 243  редагувати зображення Підказка:





Пара 1:   $y = \cos x$ Підказка:



Пара 2:   Пошук зображення  Розмір: 477 x 167  редагувати зображення Підказка:





Пара 2:   $y = \sin x$ Підказка:

Пара 3:   Пошук зображення  Розмір: 450 x 292  редагувати зображення Підказка:

Пара 3:   $y = \text{tg} x$ Підказка:

Пара 4:   Пошук зображення  Розмір: 262 x 209  редагувати зображення Підказка:

Пара 4:   $y = \text{ctg} x$ Підказка:

Пара 5:   Пошук зображення  Розмір: 250 x 350  редагувати зображення Підказка:



Пара 5:   $y = \arcsin x$ Підказка:

Рис. 2.11. Рисунок розробка вправи №4

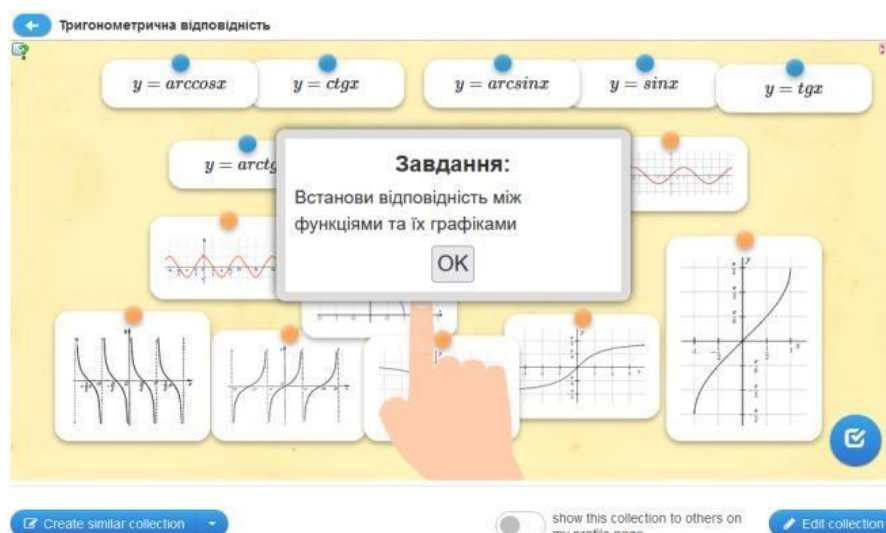


Рис. 2.12. Процес проходження вправи №4

Тепер доцільно створити колекцію вправ, яка і буде виступати «Тригонометричним тренажером» [55].

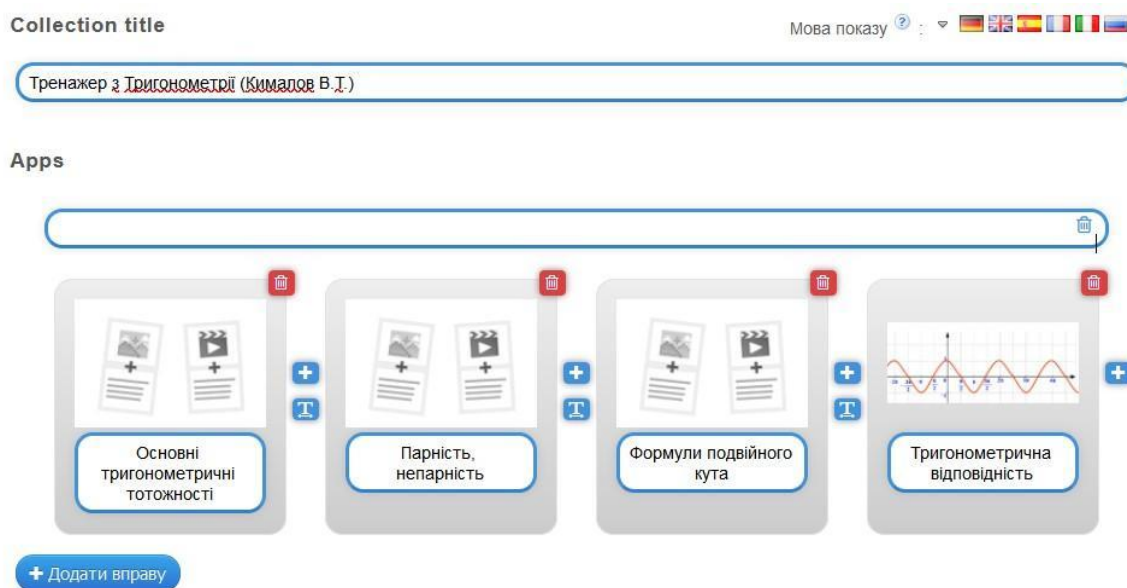


Рис. 2.13. Створення колекції вправ

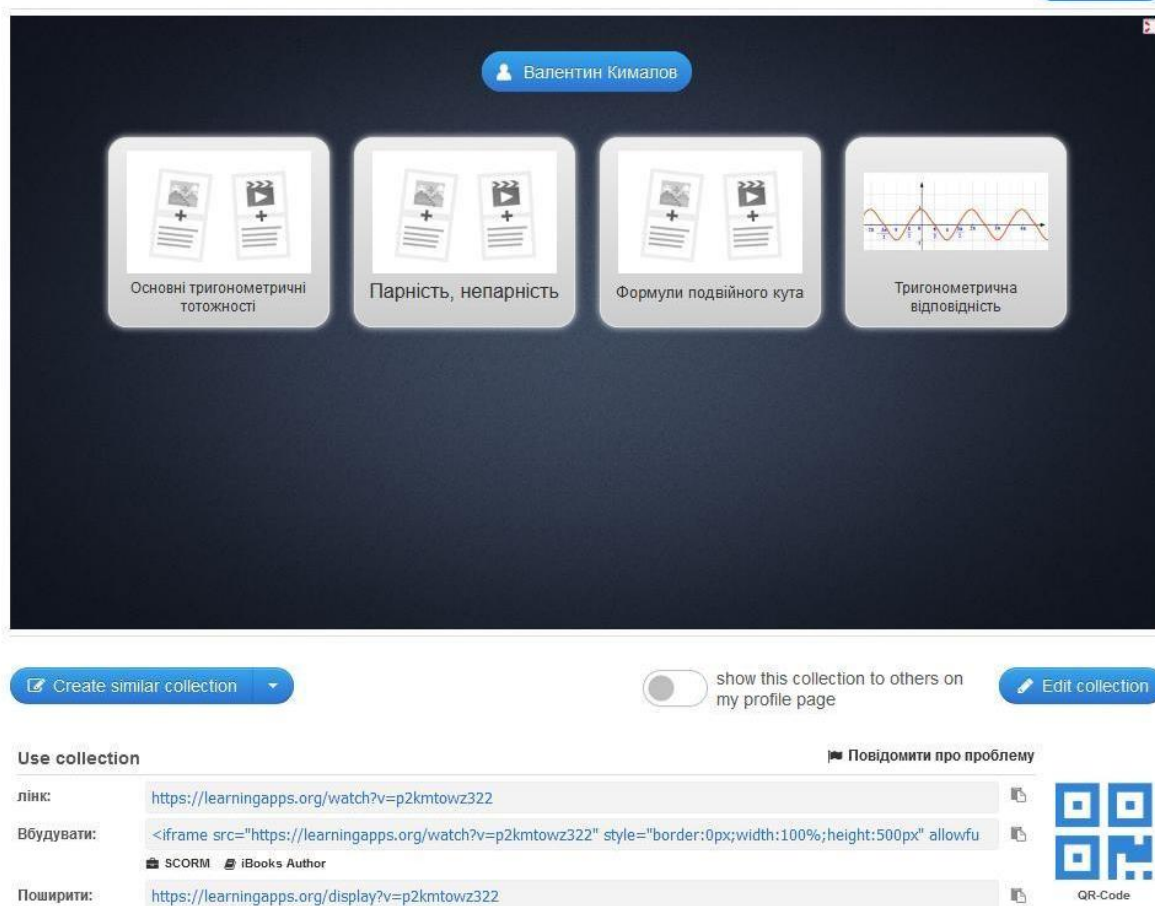


Рис. 2.14. Перегляд колекції вправ

У процесі формування умінь і навичок учнів розв'язувати тригонометричні рівняння та нерівності рекомендується виділити такі етапи: I) підготовчий; II) формування умінь розв'язувати найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності; III) введення тригонометричних рівнянь та нерівностей інших видів та встановлення прийомів їх розв'язання.

Існує велика кількість програмних засобів, які можуть бути використані при вивченні теми «Тригонометричні функції». Одним з завдань вчителя полягає в тому, щоб розробити ефективну та доцільну методику їх використання у навчальному процесі.

Останнім часом дистанційне навчання набуло дуже широкого використання, і його важливість стала надзвичайно актуальною, особливо в умовах воєнного стану. У цих умовах використання технічних засобів навчання

стає не тільки важливою, але і нерідко єдиною можливістю надати доступ до освіти.

Велике значення при цьому набуває використання технологічних засобів при вивченні математики загалом та при вивченні функціональної лінії зокрема. Стрімкий розвиток програмного забезпечення для шкіл збільшує можливості як для учнів, так і для вчителів, навіть у воєнний час.

Важливе значення має використання програмних засобів при вивченні функціональної лінії старшої школи. Матеріал є складним, але завдяки впровадженню сервісів, можливо легко та наочно демонструвати учням основні особливості функцій, що вивчаються в старшій школі, зменшуючи витрати часу. У такий спосіб уроки математики стають не лише корисними, але і цікавими. Ці програмні засоби сприяють розвитку просторової уяви та логічного мислення, а вчителю допомагають ефективно підготувати та провести уроки.

Таким чином, використання програмних сервісів у процесі дистанційного навчання математики стає особливо важливим і допомагає підвищити якість та ефективність освіти, надаючи доступ до знань навіть в умовах воєнного стану.

2.3. Розробка електронного навчального курсу «Тригонометричні функції»

Нами був створений Classroom «Тригонометричні функції» (код курсу 2гуа45q) (рис. 2.15.).

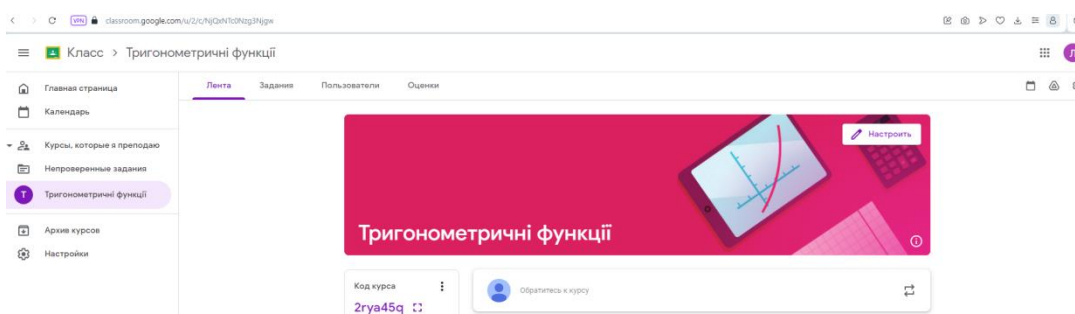


Рис.2.15. Фрагмент зображення Classroom з кодом курсу

Метою курсу є вивчення, узагальнення та систематизація теоретичного та практичного змісту шкільного курсу геометрії з теми «Тригонометричні функції».

Гугл клас містить: приклади конспектів уроків; тести; лінки на діючі шкільні підручники, проходження тестування на Всеосвіті; зразок навчального проєкту на тему «Тригонометрія в навколишньому світі і житті людини»; приклади завдань ЗНО з математики на знання елементів тригонометрії (рис. 2.16)

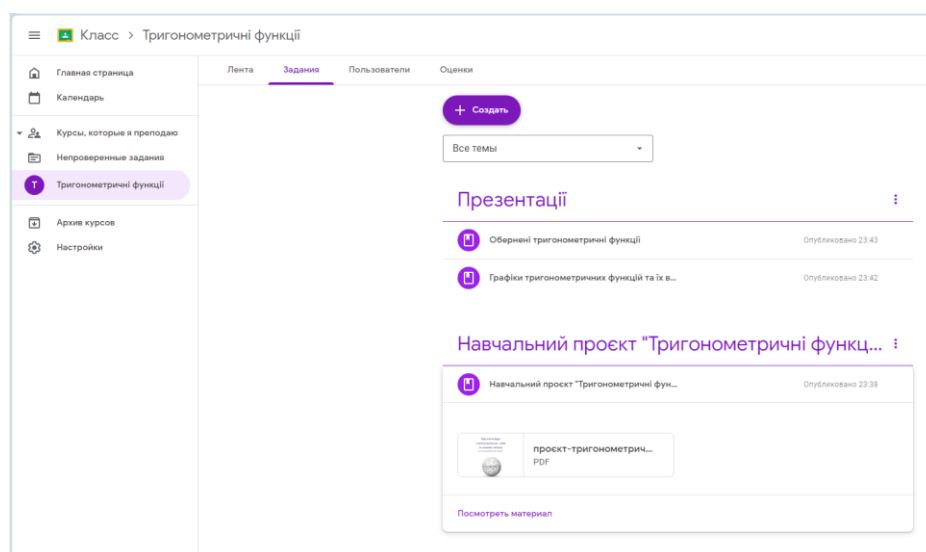


Рис. 2.16. Скрін Classroom з теми «Презентації» та «Навчальний проєкт»

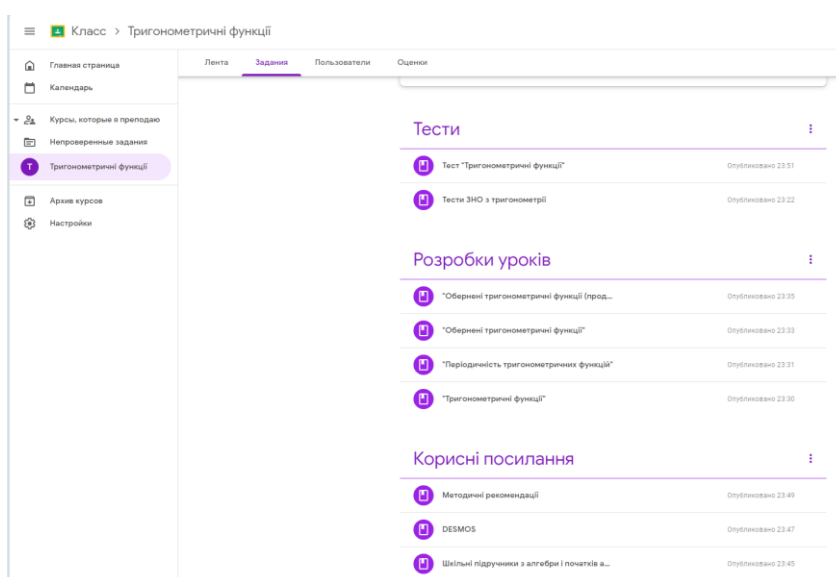


Рис. 2.17. Скрін Classroom з теми «Тести», «Розробка уроків» та «Корисні посилання»

Перевірка різних груп формул тригонометрії через наявні сервіси, наприклад LearningApps, що детально описувалося в попередньому параграфі.

Окремої уваги заслуговує проєктна діяльність. Учні були ознайомлені з розробкою проєкту викладача вищої категорії, викладача методиста Гриневич Т. О. на тему «Тригонометрія в навколишньому світі і житті людини», повна розробка якого подана в гугл класі (матеріал взято з інтернету). Запропонований проєкт підготовлений за планом:

1. Історія виникнення тригонометрії.
2. Вимірювання кутів.
3. Гармонічні коливання.
4. Тригонометричні функції в професії електромонтер-зв'язківець.
5. Гармоніки в природі.
6. Тригонометричні функції на службі людини.
7. Гармонія в побуті.
8. Тригонометричні функції числового аргументу.

Детально ознайомившись із запропонованою розробкою учням було запропоновано долучитися до роботи над проєктом з теми «Періодичні процеси у мистецтві».

Тема «Презентації» містить презентації на тему «Графіки тригонометричних функцій» та презентацію до уроку на тему «Обернені тригонометричні функції». На сьогоднішній день презентації є невід'ємною складовою сучасного уроку. Тому кожна з поданих презентацій використовували по кілька разів – під час вивчення нового матеріалу, на уроках узагальнення та систематизації та при підготовці до контрольної роботи.

Тема тести містить тестові завдання, взяті із завдань ЗНО з математики різних років та містить лінки для проходження тестування на доступних платформах, зокрема Всеосвіта, LearningApps.

Тестові завдання, на нашу думку, доцільно пропонувати проходити після закріплення матеріалу з кожної теми з метою перевірки знань в класі та

виявлення окремих питань, які залишилися недостатньо засвоєними більшою кількістю учнів класу.

Тема розробки уроків містить приклади конспектів уроків з теми «Тригонометричні функції», «Періодичність тригонометричних функцій», «Обернені тригонометричні функції».

У корисних посиланнях розміщені лінки на діючі шкільні підручники, Desmos, Методичні рекомендації МОН щодо організації навчання в 2023/2024 навчальному році.

2.4. Апробація результатів

1) Основні положення і результати дослідження доповідались та обговорювались на Всеукраїнській студентській науково-практичній інтернет-конференції «Студентський науковий вимір проблем природничо-математичної освіти в контексті інтеграції України до єдиного європейського і світового освітнього простору» (18 – 19 травня 2023 року, м. Глухів). За результатами опубліковано тези на тему «Тригонометричні функції в шкільному курсі алгебри і початків аналізу».

2) прийнято участь у міжнародній науко-практичній інтернет-конференції молодих дослідників «Інновації в науці: сучасний вимір», подано тему «Історія тригонометрії» (м. Суми, 04 травня 2023 р.)

Результати дослідження можуть бути використані під час навчання учнів розділу «Тригонометрія» в курсі алгебри і початків аналізу в 10-му класах ЗЗСО, зокрема у дистанційному форматі, та підготовки до НМТ (блоку Математика).

ВИСНОВКИ

Однією з найважливіших складових змісту шкільної математичної освіти є тригонометричний матеріал. Він в свою чергу забезпечує прикладну спрямованість навчання математики, розвиток практичних навичок і вмінь, науковий світогляд учнів.

Відповідно до мети та поставлених завдань у ході дослідження отримано такі **результати**: з'ясовано місце теми «Тригонометричні функції» у навчальній програмі з алгебри і початків аналізу для 10-го класу рівня стандарт, профільного рівня та профільного рівня з поглибленим вивченням з 8 класу, в діючих шкільних підручниках з алгебри і початків аналізу, завданнях ЗНО з математики та НМТ; створено Google Classroom із теми та наповнено його навчальною літературою, контрольними заходами (тестами); описано методику використання платформ для вивчення алгебри і початків аналізу в 10-му класі.

За результатами магістерського дослідження зроблено **висновки**:

1. Тригонометрія – це розділ математики, що вивчає тригонометричні функції та їх застосування. Тригонометричні функції застосовуються: при вивченні геометрії, комплексних чисел, при розв'язуванні рівнянь, при вивченні коливальних процесів, при вивченні функцій загального вигляду. На вивчення тригонометричних функцій у 10 класі з навчальною програмою рівня стандарту відводиться 18 годин, за програмою профільного рівня – 34 години, за програмою профільного рівня з поглибленим вивченням математики з 8 класу - 42 години. Пропедевтика вивчення тригонометричних функцій здійснювалася в 8-9 класах базової школи під час розв'язування прямокутних трикутників, вивчення та застосування теореми синусів та косинусів тощо.

2. За нормативними документами, організація освітнього процесу з використанням дистанційних освітніх технологій має такі характеристики: поділ процесів викладання та навчання у часі та просторі, освоєння учнями освітніх програм за місцем проживання, використання модульного принципу, керування самостійною роботою учня, використання інформаційно-комунікаційних технологій, створення інформаційно-освітнього середовища. Ці

характеристики сприяють інтенсифікації та ефективності навчання, забезпечують індивідуалізацію та диференціацію навчального процесу, розвивають самостійність роботи учнів та культуру використання інформаційних технологій.

3. У наукових і навчально-методичних джерелах пропонуються різні класифікації форм навчання, зокрема за дидактичною метою, за контингентом учасників, за тривалістю навчального заняття, за часом проведення, за місцем проживання. Особливої уваги заслуговує тривимірна класифікація форм організації навчання, згідно якої виокремлюються загальні форми, зовнішні форми, внутрішні форми. На сучасному етапі виокремлюють шість найпопулярніших форм дистанційного навчання, кожна з яких має свої особливості та педагогічні аспекти, зокрема адаптивне навчання, масові відкриті онлайн-курси, синхронне та асинхронне навчання, змішане навчання, концепцію "перевернутого класу", навчання, що самостійно спрямовується, систему управління навчальним процесом, "хмарне навчання", мобільне навчання, технологію "1:1" та гейміфікацію.

4. Особливістю етапу цифрового розвитку суспільства є можливість отримання актуальних даних у будь-який момент при наявності доступу до Інтернету. Ці тенденції призвели до появи "мережевого покоління", більшість представників якого використовує Інтернет з дитинства, відзначається високою активністю у віртуальному середовищі і вільністю у взаємодії в соціальних мережах. Педагоги-практики рекомендують організовувати навчання покоління постміленіалів, пропонуючи такі підходи: 1) включати блоки вправ для розуміння тексту з тестовими завданнями та творчою роботою для вираження власної думки; 2) структурувати методи досягнення мети, надаючи алгоритм кроків, розробляючи рекомендації щодо оптимізації роботи та доповнюючи теорію практикою; 3) надавати учням свободу вибору дій, рекомендуючи список використаної літератури та додаткових джерел інформації; 4) залучати учнів до довгострокових проєктів.

5. Тема «Тригонометричні функції» є невід'ємною складовою функціональної лінії в 10 класі в курсі алгебри і початків аналізу. Пропедевтика вивчення матеріалу відбувається ще у 8-му та 9-му класі під час вивчення співвідношень у прямокутному трикутнику, вивчення теореми синусів і теореми косинусів. Матеріал про тригонометричні функції знаходить своє подальше застосування під час вивчення тригонометричних рівнянь і нерівностей. Для успішного засвоєння теми потрібно здійснювати систематичне повторення вже вивченого матеріалу та робити акцент на його подальше застосування під час розв'язування тригонометричних рівнянь, нерівностей та їх систем.

6. Останнім часом дистанційне навчання набуло дуже широкого використання, і його важливість стала надзвичайно актуальною, особливо в умовах воєнного стану. Технічні засоби навчання допомагають зробити освітній процес більш персоналізованим, допомагають відстежувати прогрес учнів, визначати ті моменти, які потребують додаткової уваги, здійснювати ефективну рефлексію (GeoGebra, LearningApps, Desmos)- для визначення рівня сприйняття учнями тригонометричних функцій, чого вони навчилися та які труднощі виникали, які враження та думки виникали під час вивчення теми).

7. Розроблений нами Google клас містить конспекти уроків, розроблений навчальний проєкт, тестові завдання, зокрема із завдань ЗНО з математики, презентації, лінки на діючі шкільні підручники, на Desmos, завдання на LearningApps, які можна використовувати під час навчання учнів 10-го класу з теми «Тригонометричні функції» та у процесі підготовки до ЗНО.

СПИСОК ВИКОРИСАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Апостолова Г.В. Геометрія: 9: дворівн.підруч. для загальноосвіт. навч. закл. К.: Генеза, 2009. 304 с.
2. Апостолова Г.В. Геометрія 8 клас, дворівневий підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. К.: Генеза, 2008. 278с.
3. Асмолов А. Г., Семенов А. Л., Уваров А. Ю. Українська школа та нові інформаційні технології: погляд у наступне десятиліття. Київ : НексПрінт, 2010. 95 с.
4. Бабанський Ю. К. Педагогіка. 2-ге вид. Київ : Просвітництво, 2018. 479 с.
5. Боброва І. І. Методика використання електронних навчально-методичних комплексів як спосіб початку дистанційного навчання. Інформатика та освіта. 2019. № 2. С. 15–17.
6. Бондар А. А. Застосування інтерактивного середовища GeoGebra при вирішенні геометричних завдань на побудову. Навчання в сучасній школі: збірник методичних розробок з природничих, математичних і технологічних дисциплін. Київ : Київський державний педагогічний університет, 2019. С. 11–18.
7. Бормотова А. Г., Мамалига Р. Ф. З досвіду проектування уроку математики з використанням моделі «перевернутий клас». *Актуальні питання викладання математики, інформатики та інформаційних технологій: міжвузівська збірка наукових праць*. Київ : Київський державний педагогічний університет, 2018. С. 188–195.
8. Бурда М. І.,Тарасенкова Н. А. Геометрія: підручник для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: УОВЦ «Оріон», 2017. 223 с.[7].
9. Виготський Л. С. Психологія. Київ : ЕКСМО-Прес, 2020. 1008 с.
10. Вікіпедія. Одиничне коло [Електронний ресурс] Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B5_%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%BE

11. Волчаста М. М. Наступність у вивченні геометричного матеріалу в початковій та основній школі: автореф. дис на здобуття ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики»/ Марія Миколаївна
12. Волчаста. Київ, 2003. 20 с. [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/123456789/6003/1/Vo>
13. Галіцина І. М., Половнікова Н. Л. Мобільне навчання як нова технологія в освіті. *Освітні технології та суспільство*. 2011. № 1. С. 241–252.
14. Дацук В. В., Ковшова Ю. М. Контроль засвоєння знань учнями під час навчання математики із застосуванням Google-класу та електронного освітнього ресурсу Matific. *Молодь XXI століття: освіта, наука, інновації: матеріали VII Всеукраїнської студентської науково-практичної конференції з міжнародною участю (м. Дніпро, 19-21 грудня 2018 р.)*. Дніпро: НДПУ, 2018. С. 191–192.
15. Довідник з елементарної математики, механіки та фізики / Ред. С.Г. Максимова, 1996, 192 с.
16. Єршова А.П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В. Геометрія: підруч. для 8 кл. закл. загал. Серед. Освіти. Харків: Ранок, 2021р.
17. Житарюк І. В. Методичні особливості викладання теми "тригонометричні функції" у старшій школі / І. В. Житарюк // *Наука і освіта*. 2014. № 1. С. 127-131. [Електронний ресурс] Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/NiO_2014_1_29.
18. Сканаві М. І. Збірник завдань з математики для вступників до вузів: навчальний посібник. Київ : Вища школа, 2012.
19. Значення тригонометричних функцій для деяких значень аргументу. [Електронний ресурс] Режим доступу: https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fmib/7mihalevich_elementarna_matematika_algebra_ch2/8.htm
20. Ізотова А. С. Проблема розвитку просторового мислення учнів 5-6 класів. Актуальні проблеми математичної освіти у школі та вузі. Київ : Національний педагогічний університет, 2015. С. 91–93.

21. Істер О.С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу : (профіль. рівень) : підруч. для 10го кл. закл. заг. серед. Освіти. Київ: Генеза, 2018. 448 с.
22. Істер О.С. Геометрія: підруч. Для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: Генеза, 2021. 216с.
23. Істер О.С. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: Генеза, 2017. 240с.
24. Істер О.С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. Освіти. Київ: Генеза, 2018. 384с. : іл..
25. Кара-Сал Н. М. Використання властивостей функцій під час вирішення математичних завдань. Навчально-методичний посібник з практикуму вирішення математичних завдань. Київ: ТДІПК та ПКК Уряду України, 2017.
26. Каспарінський П. О. Організація використання аудіовізуальних записів синхронних занять у процесі дистанційного навчання. *XXI Всеукраїнська наукова конференція «Науковий сервіс у мережі Інтернет»*. URL: <https://keldysh.ua/abrau/2019/proc.pdf>
27. Коробова Т. М., Овчарова Л. А. Застосування Web 2.0 технологій під час уроків математики для формування основних математичних компетенцій за умов ДООС. *Школа як платформа для успішної соціалізації учнів лише на рівні професійної освіти* : матеріали IV регіональної науково-практичної (очнозаочної) конференції. Одеса: Одеський державний технічний університет, 2017. С. 333–337.
28. Лапчик М. П. Інформатика та технологія: компоненти педагогічної освіти. *Інформатика та освіта*. 2012. № 1. С. 3–6.
29. Лернер І. Я. Дидактичні засади методів навчання. Дніпро : Педагогіка, 2011. 186 с.
30. Ліпатнікова І. Г. Зміст математичної освіти в контексті реалізації концепції математичної освіти державного стандарту загальної освіти.

Актуальні питання викладання математики, інформатики та інформаційних технологій. 2015. № 1. С. 5–13.

31. Лист МОН України № 1/13749-23 від 12.09.2023 року: «Про інструктивно- методичні рекомендації щодо викладання навчальних предметів /інтегрованих курсів у закладах загальної середньої освіти у 2023/2024 навчальному році». Електронний ресурс: https://osvita.ua/legislation/Ser_osv/65024/

32. Мерзляк А. Г. Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням алгебри : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів Харків : Гімназія, 2016. 384 с.

33. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу: початок вивчення на поглиб. Рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2018. 512 с.

34. Мерзляк А.Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Гімназія, 2017. 304 с.

35. Мерзляк А.Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів з поглибл. вивч. Математики. Х.: Гімназія, 2016. – 224 с. : іл.

36. Мерзляк А.Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х.: Гімназія, 2016. 208с.

37. Мерзляк А.Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х.: Гімназія, 2017. 240 с.

38. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018 256 с.: іл.

39. Мітіна А. С. Проблема формування обчислювальної культури учнів за допомогою організації усної роботи на уроках математики у 5 класах. *Актуальні питання математичної освіти: стан, проблеми та перспективи*

розвитку. Суми : Сумський державний педагогічний університет, 2019. С. 82–87.

40. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8–9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9klas/matematika-algebra-geometriya.pdf>

41. Навчальна програма з математики (АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ ТА ГЕОМЕТРІЯ) для учнів 10 – 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalniprogrami-dlya-10-11-klasiv>

42. Навчальна програма з математики для учнів 10 – 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів Профільний рівень. [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

43. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalniprogrami-dlya-10-11-klasiv>

44. Навчальна програма з математики (5 – 9 клас) для загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту). [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalniprogrami-5-9-klas>

45. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. Рівень. Х.: Гімназія, 2010. 416с.: іл.

46. Новіков М. Ю. Навчання інформатиці у школі з урахуванням мобільних технологій : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.04. Запоріжжя, 2019. 24 с.

47. Новіков М. Ю. Навчання інформатиці у школі на основі мобільних технологій : дис. канд. пед. наук : 13.00.04. Запоріжжя, 2019. 166 с.
48. Означення синуса, косинуса, тангенса та котангенса [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://geom9klas.blogspot.com/2015/01/blog-post_31.html
49. Означення формул зведення [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://infopedia.su/9x52df.html>
50. Офіційний веб – сайт Міністерства освіти і науки України. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua>
51. Петрова В. І. Використання сервісу Google Диска у створенні методичних матеріалів під час роботи з обдарованими дітьми з математики. *Вчитель створює націю*. Збірник матеріалів IV міжнародної науковопрактичної конференції. Харків : Харків. державний педагогічний університет, 2019. С. 400–403.
52. Підкасистий П. І. Самостійна пізнавальна діяльність школярів у навчанні. Вінниця : Педагогіка, 2010. 240 с.
53. Позднякова Н. В., Колесникова О. І. Дидактичний потенціал мобільних технологій у навчанні школярів математики на щаблі основної загальної освіти. *Психолого-педагогічний журнал ГАУДЕАМУС*. 2019. № 3(41). С. 19–26.
54. Пруднікова Т. А., Поакалова Т. А. Зарубіжний досвід застосування інформаційно-комунікаційних технологій для підвищення навчальної мотивації. *Сучасна зарубіжна психологія*. 2019. № 2. С. 67–82.
55. Роганова І. І. Використання мобільних додатків на уроках алгебри у 8 класі. *Міжнародний журнал гуманітарних та природничих наук*. 2018. № 11-1. С. 103–106.
56. Семенова І. М., Слепухін А. В. Визначення та дидактична конструкція методики використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі. *Педагогічна освіта в Україні*. 2012. № 2. С. 184–189.

57. Семенова І. М., Слепухін А. В. Класифікація та проектування методів навчання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій. *Освіта та наука*. 2013. № 5(104). С. 95–113.

58. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. К.: Зодіак – ЕКО, 2000. 512с.

59. Старіченко Б. Є. Педагогічний підхід до оцінки результативності використання ІКТ у вирішенні освітніх завдань. *Педагогічна освіта в Україні*. 2018. № 8. С. 153–162.

60. Старіченко Б. Є. Професійний стандарт та ІКТ-компетенції педагога. *Педагогічна освіта в Україні*. 2015. № 7. С. 6-15.

61. Старостіна А. Є., Винокурова С. З. Формування математичних понять у шкільному курсі математики (на прикладі вивчення теми «Квадратні рівняння»). *Навчання та виховання: методика та практика 2016/2017 навчального року*. Київ : Товариство з обмеженою відповідальністю «Центр розвитку наукового співробітництва», 2017. С. 99–103.

62. Стратегія розвитку інформаційного суспільства в Україні, схвалена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 15 травня 2013 р. № 386-р. URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/246420577>

63. Тализіна Н. Ф. Управління процесом засвоєння знань. Миколаїв, 2014. 234 с.

64. Теорія та методика навчання математики: загальна методика: навч. посібник / за ред. Є. А. Суховієнко, З. П. Самігулліна, С. А. Севостьянова, Є. М. Ерентраут. Тернопіль : Вид-во «Освіта», 2010. 65 с.

65. Терешковець Н. В. Використання можливостей месенджерів у досягненні нової якості освіти. *Методист*. 2018. № 10. С. 28–31.

66. Тригонометрична функція. [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://formula.co.ua/uk/content/trigonometric-functions.html>

67. Уварова Л.М. Реалізація принципу неперервності навчання на прикладі вивчення елементів тригонометрії. *Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців*. Суми: Вид-во

фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2020. Випуск 14. Том 1. 88 с.

68. Уварова Л.М. Реалізація принципу неперервності навчання на прикладі вивчення елементів тригонометрії. *Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2020. Форум молодих дослідників»*: матеріали I Всеукраїнської науково-методичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу - ІТМ*плюс-2020. Форум молодих дослідників» (Суми, 2020 рік), упорядн. Чашечникова О.С.

69. Фабрикантова Є. В., Полянська Є. Є. Сучасні інформаційні технології освіти: навчальний посібник для студентів педагогічних вузів. Одеса : Вид-во ОДПУ, 2017. 84 с.

70. Чиріна О. В. Особливості розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів. *Науково-методичний журнал «Концепт»*. 2015. Т. 10. С. 66–70.

ДОДАТКИ

Додаток А

Таблиця 2.2.3. Аналіз підручників щодо вивчення елементів тригонометрії у 8 класі

8 клас				
Автори, назва	Істер О.С, Геометрія підручник для 8 класу 2016р. (рівень стандарту)	Єршова А.П.. Геометрія підручник для 8 класу 2008р.	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Геометрія підручник для 8 класу 2016р. (рівень стандарту)	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Геометрія підручник для 8 класу 2016р. (поглиблений рівень)
Назви розділів та параграфів, що відносяться до даної теми	Розділ 3. «Розв’язування прямокутних трикутників»: § 18. Теорема Піфагора. § 19. Перпендикуляр і похила, їх властивості. § 20. Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного	IV розділ “Тригонометричні функції гострого кута. Обчислення прямокутного трикутника”: § 26. Відповідність між відношеннями сторін і мірою гострих кутів у прямокутному трикутнику. § 27.(додатковий) Побудова кута за його тригонометричними функціями. Зміна значень тригонометричних функцій на інтервалі (0;90) §28.Тригонометричні функції	§ 3. “Розв’язування прямокутних трикутників”: 15. Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику; 16.Теорема Піфагора 17.Тригонометричні функції гострого кута прямокутного трикутника 18.Розв’язування прямокутних трикутників	§5. “Розв’язування прямокутних трикутників”: 22. Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику; 23. Теорема Піфагора 24. Тригонометричні функції гострого кута прямокутного трикутника 25. Розв’язування прямокутних трикутників

	трикутника. §. 21. Розв'язування	доповняльних кутів §29.Співвідношення між		
	прямокутних трикутників.	тригонометричними функціями одного і того самого кута §30.Значення тригонометричних функцій деяких кутів §31.Розв'язування прямокутних трикутників §32.(додатковий) Практичні задачі із застосуванням тригонометрії		
Виділення математичних об'єктів	Теореми, означення, властивості, аксіоми позначені спеціальним знаком, надруковані жирним шрифтом та надруковані на кольоровому фоні.	Основний теоретичний матеріал позначено вертикальною кольоровою рискою, за нею, ніби замітки на полях, розміщено головну опорну інформацію.	Означення, теореми, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом, формули виділені синьою рамкою	Означення, теореми, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом, формули виділені синьою рамкою

Наявність прикладів, та їх відповідність завданням для розв'язування	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.	Приклади з поясненнями є, але не в усіх параграфах. Ті, що є відповідають завданням для розв'язування	У підручнику недостатня кількість прикладів з детальними поясненнями. Ті, що є, відповідають завданням для розв'язування	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування
Наявність питань після параграфа для повторення	+	-	+	+
Розподіл завдань за рівнями складності	Завдання розподілено за 4 рівнями складності: 1. Початковий рівень 2. Достатній рівень; 3. Середній рівень; 4. Високий рівень	Завдання поділено на чотири рівні: 2. Найпростіші 3. Дещо складніші 4. Завдання, які вимагають більш глибоких міркувань 5. Найскладніші	Завдання в кожному пункті розподілено за 4 рівнями складності: 2. Початковий та середній рівень навчальних досягнень 3. Достатній рівень навчальних досягнень 4. Високий рівень навчальних досягнень завдання підвищеної складності	Завдання в кожному пункті розподілено за 4 рівнями: 2. Початковий та середній рівень навчальних досягнень 3. Достатній рівень навчальних досягнень 4. Високий рівень навчальних досягнень завдання підвищеної складності
Наявність прикладу контрольної або самостійної роботи з теми	+	+	+	+

Нестандартні задачі в параграфі	Виділені окремою рубрикою «Цікаві задачі для учнів неледачих».	Виділені окремою рубрикою «Для допитливих»	Виділені окремою рубрикою «Спостерігайте, рисуйте, конструйте, фантазуйте»	Відсутні
---------------------------------	--	--	--	----------

Додаток Б

Продовження таблиці 2.2.3. Аналіз підручників щодо вивчення елементів тригонометрії в 9 класі

9 клас				
Автори, назви	Істер О.С. Геометрія; підручник для 9 класу, 2017р. (рівень стандарту)	Апостолова Г.В. Геометрія, дворівневий підручник для 9 класу, 2009р.	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б. Якір М.С., Геометрія, підручник для 9 класу (рівень стандарту)	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б. Якір М.С., Геометрія, підручник для 9 класу (поглиблений рівень)
Назви розділів та параграфів, що відносяться до даної теми	Розділ 1. Метод координат на площині §2. Синус, косинус, тангенс кутів від 0° до 180° . Тригонометричні тотожності Розділ 3. Розв'язування трикутників § 11. Теорема косинусів § 12. Теорема синусів § 13. Розв'язування трикутників. Прикладні задачі § 14. Формули для знаходження площі трикутника	Розділ І. Координатна площина. Тригонометричні функції кутів від 0° до 180° . Розв'язування трикутників: § 4. Тригонометричні функції кутів від 0° до 180° §5. Теорема синусів §6. Теорема косинусів §7. Розв'язування трикутників §8. Площа трикутника і чотирикутника §9. (додатковий) Метод площ у теоремах і задачах §10.(додатковий) Метод координат як засіб розв'язування геометричних задач	§1. Розв'язування трикутників 1. Синус, косинус і тангенс кута від 0° до 180° 2. Теорема косинусів 3. Теорема синусів 4. Розв'язування трикутників 5. Формули для знаходження площі трикутника	§2. Розв'язування трикутників 2. Синус, косинус, тангенс і котангенс кута від 0° до 180° 3. Теорема косинусів 4. Теорема синусів 5. Розв'язування трикутників 6. Формули для знаходження площі трикутника

Виділення математичних об'єктів	Теорема, означення, властивості, аксіоми позначені спеціальним знаком, надруковані жирним шрифтом та надруковані на кольоровому фоні.	Означення, теорема, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом. Основний теоретичний матеріал позначено вертикальною кольоровою рисою, за нею ніби замітки на полях, розміщено головну	Означення, теорема, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом, формули виділені синьою рамкою	Означення, теорема, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом, формули виділені синьою рамкою
		опорну інформацію.		
Наявність прикладів, та їх відповідність завданням для розв'язування	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.	Приклади з поясненнями є, але не в усіх параграфах. Ті, що є, відповідають завданням для розв'язування.	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.
Наявність питань після параграфа для повторення	+	-	+	+
Розподіл завдань за рівнями складності	Завдання розподілено за 4 рівнями складності: 1. Початковий рівень; 2. Достатній рівень; 3. Середній рівень; 4. Високий рівень	Завдання поділено на чотири рівні: 1. найпростіші; 2. дещо складніші; 3. завдання, які вимагають більш глибоких міркувань; 4. найскладніші	Завдання в кожному пункті розподілено за 4 рівнями складності: 1. Початковий та середній рівень навчальних досягнень; 2. Достатній рівень навчальних досягнень; 3. Високий рівень навчальних досягнень; 4. Завдання підвищеної	Завдання в кожному пункті розподілено за 4 рівнями складності: 1. Початковий та середній рівень навчальних досягнень; 2. достатній рівень навчальних досягнень; 3. високий рівень навчальних досягнень; 4. завдання підвищеної

			складності	складності
Наявність контрольної або самостійної роботи з теми	+	+	+	-
Нестандартні задачі в параграфі	Виділені окремою рубрикою «Цікаві задачі для учнів неледачих».	Виділені окремою рубрикою «Для допитливих»	Виділені окремою рубрикою «Спостерігайте, рисуйте, конструйте, фантазуйте»	Відсутні

Додаток В

Продовження таблиці 2.2.3. Аналіз підручників щодо вивчення елементів тригонометрії у 10 класі

10 клас				
Автори, назви	Істер О.С. Математика, підручник для 10 класу, 2018 р. (рівень стандарту)	Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу, підручник для 10 класу, 2010 р. (академічний рівень)	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Математика, підручник для 10 класу (рівень стандарту)	Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Д.А. Номіровський, Якір М.С., Алгебра і початки аналізу, підручник для 10 класу, 2018р.(профільний рівень)
Назви розділів та параграфів, що відносяться до даної теми	Розділ 2. Тригонометричні функції §7. Синус, косинус, тангенс і котангенс кута §8. Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу. §9.Властивості тригонометричних функцій §10.Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу §11.Формули зведення §12.Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. §13.Тригонометричні	Розділ3.Тригонометричні функції §16.Радіанна міра кутів §17.тригонометричні функції кута і числового аргументу §18.Властивості тригонометричних функцій §19.Графіки функцій синуса, косинуса, тангенса і котангенса та їх властивості. §20.Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу §21.Формули додавання та їх наслідки §22.Додаткові формули тригонометрії Розділ4.Тригонометричні	§2. Тригонометричні функції 8. Радіанна міра кутів 9.Тригонометричні функції числового аргументу 10.Знаки значень тригонометричних функцій. Парність і непарність тригонометричних функцій 11. Властивості та графіки тригонометричних функцій 12.Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу 13.Формули додавання 14.Формули зведення	§3.Тригонометричні функції 10.Радіанна міра кута 11.Тригонометричні функції числового аргументу 12..Знаки значень тригонометричних функцій. 13.Періодичні функції 14.Властивості та графіки функцій $y = \sin x$ і $y = \cos x$ 15. Властивості та графіки функцій $y = \tan x$ і $y = \cot x$ 16. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу

	формули додавання	рівняння й нерівності §23.Обернені тригонометричні функції	15.Рівняння $\cos x = b$ 16. Рівняння $\sin x = bi$	17. Формули додавання 18. Формули зведення
--	-------------------	--	--	---

	<p>§14. Формули подвійного і половинного кута. Формули пониження степеня. §15. Формули суми й різниці однойменних тригонометричних функцій. Формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму. §16. Найпростіші тригонометричні рівняння</p>	<p>§24. Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь §25. Розв'язування тригонометричних рівнянь, які відрізняються від найпростіших §26. Розв'язування систем тригонометричних рівнянь §27. Найпростіші тригонометричні нерівності §28. Приклади розв'язування більш складних тригонометричних рівнянь та їх систем §29. Тригонометричні рівняння з параметрами §30. Розв'язування тригонометричних нерівностей.</p>	<p>$tgx = b$ 17. Тригонометричні рівняння, які зводяться до алгебраїчних</p>	<p>19. Формули кутів 20. Формули для перетворення суми, різниці та добутку функцій §4. Тригонометричні рівняння і нерівності 21. Рівняння $cosx = b$ 22. Рівняння $sinx = b$ 23. Рівняння $ctgx = b$ $tgx = b$ 24. Функції $y = arccosx$ $y = arcsin x$ 25. Функції $y = arctgx$ $y = arcctg x$ 26. Тригонометричні рівняння 27. Розв'язування тригонометричних рівнянь методом розкладання на множники 28. Приклади тригонометричних рівнянь 29. Про рівносильні переходи під час розв'язування тригонометричних рівнянь</p>
--	---	--	--	--

				30. Тригонометричні нерівності 31. Тригонометрична підстановка
Виділення математичних об'єктів	Теорема, означення, властивості, аксіоми позначені спеціальним знаком, надруковані жирним шрифтом та надруковані на кольоровому фоні.	Теорема, означення, властивості, аксіоми надруковані жирним шрифтом та виділені іншим кольором. Основні формули виділені синьою рамкою	Означення, теорема, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом, формули виділені синьою рамкою	Означення, теорема, основні математичні твердження виділені жирним шрифтом, жирним курсивом та курсивом, формули виділені синьою рамкою
Наявність прикладів, та їх відповідність завданням для розв'язування	У підручнику достатня кількість прикладів з детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.	У підручнику достатня кількість прикладів з детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.	У підручнику достатня кількість прикладів із детальними поясненнями, які відповідають завданням для розв'язування.
Наявність питань після параграфа для повторення	-	+	+	-
Розподіл завдань за рівнями складності	Завдання розподілено за 4 рівнями складності: 1. початковий рівень 2. середній рівень; 3. достатній рівень; 4. високий рівень	Завдання розподілено за 3 рівнями складності: 1. середній рівень; 2. достатній рівень; 3. високий рівень.	Завдання в кожному пункті розподілено за 4 рівнями складності: 1. початковий та середній; 2. достатній рівень; 3. високий рівень; 4. завдання підвищеної	Завдання в кожному пункті розподілено за 4 рівнями складності: 1. початковий та середній; 2. достатній рівень; 3. високий рівень; 4. завдання підвищеної

			складності;	складності;
--	--	--	-------------	-------------

