

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ГЛУХІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ОЛЕКСАНДРА ДОВЖЕНКА

Кафедра фізико-математичної освіти та інформатики

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ «ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО  
ЗАСТОСУВАННЯ» В ЗАКЛАДАХ ФАХОВОЇ ПЕРЕДВИЩОЇ ОСВІТИ

**Виконала:**

Шульга Лілія Вікторівна

(прізвище, ім'я, по батькові)

014 Середня освіта,

Середня освіта (Математика) \_\_\_\_\_

(спеціальність, освітня програма)

**Науковий керівник:**

Канд. пед наук, ст. викладач

(науковий ступінь, учене звання, посада)

Л. Ф. Сухойваненко

(ініціали, прізвище)

Допущено до захисту

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**Завідувач кафедри**

Р.П. Кухарчук

(підпис) (ініціали, прізвище)

Дата захисту: « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Оцінка \_\_\_\_\_

Підписи членів ЕК:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	6
1.1 . Змістове наповнення теми «Інтеграл та його застосування» .....	6
1.2 . Місце теми в математичних курсах закладів фахової передвищої освіти.....	23
1.3 . Місце теми «Інтеграл та його застосування» у завданнях ЗНО з математики та НМТ.....	30
1.4 .Вікові особливості студентів закладів фахової передвищої освіти.....	38
 РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ».....	 42
1.1 Порівняльна характеристика онлайн платформ для створення математичних тестів.....	42
1.2 Розробка онлайн-тестів з тема «Інтеграл та його застосування».....	60
1.3 Методичні рекомендації використання тестів під час вивчення теми «Інтеграл та його застосування».....	70
ВИСНОВКИ.....	73
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	75
ДОДАТКИ.....	78

## ВСТУП

Поняття інтеграла пронизує всю сучасну математику. В науках фізичного і технічного циклів знаходять застосування різні варіації інтеграла.

Початки інтегральних методів простежуються в працях Архімеда, що користувався ними при вирішенні багатьох геометричних завдань і доведенні теорем. Вдосконалення методів Архімеда і створення інтегрального числення, його розвиток здійснювалися в роботах Кеплера, Кавальєрі, Торрічеллі, Паскаля, Ферма, Валліса, Роберваля, Барроу, Ньютона, Лейбніца, братів Якоба і Іоганна Бернуллі, Ейлера, Коші, Рімана [25].

Інтеграл має широкий спектр використання як у математиці, так і у фізиці, економіці, тому дуже важливо навчити студентів розв'язувати нетипові завдання на застосування інтегралів, для формування творчої особистості, що допоможе у розвитку і становленні фахівця своєї справи. А також інтеграл часто використовується у задачах різного рівня складності у НМТ та ЗНО з математикми. Але основу для подальшого вивчення і застосування інтегралу нам дає школа. Вивчення змістової лінії "Інтеграл та його застосування" у рамках освітнього процесу на різних рівнях навчання вимагає особливої уваги та методичного підходу.

**Актуальність дослідження:** Сьогоднішнє освітнє середовище швидко розвивається, і потреба у високоякісному математичному навчанні надзвичайно велика. Математичні знання теми «Інтеграл» та вміння розв'язувати завдання з інтегралом не тільки є обов'язковим елементом базової освіти, але також знадобляться студентам у різних професійних галузях, включаючи інженерію,

фізику, економіку, інформатику та інші. Складність вивчення теми «Інтеграл» полягає в тому, що студенти можуть мати різний рівень підготовки та різні професійні спрямування, що вимагає адаптації методики викладання даної теми до їхніх потреб та можливостей.

Зміни в суспільному житті, такі як пандемія COVID-19 та військовий стан, призвели до переходу від очного (офлайн навчання) навчання до дистанційного (онлайн навчання). Цей перехід, змінив як саму форму навчання так і форму перевірки засвоєних знань, в чому допомогли онлайн-тести.

**Об'єкт дослідження:** навчальний процес у закладах фахової передвищої освіти.

**Предмет дослідження:** методичні особливості вивчення змістової лінії "Інтеграл та його застосування».

**Метою** даного дослідження є вдосконалення методики вивчення змістової лінії "Інтеграл та його застосування» у закладах фахової передвищої освіти з метою підвищення якості математичної підготовки студентів.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі **завдання:**

- 1) проаналізувати психолого-педагогічну та навчально-методичну літературу з теми дослідження;
- 2) розглянути особливості вивчення теми «Інтеграл та його застосування» в закладах фахової передвищої освіти;
- 3) проаналізувати використання даної теми у завданнях НМТ та ЗНО »;
- 4) охарактеризувати та порівняти платформи для створення онлайн-тестів ;
- 5) розробити онлайн-тести із змістової лінії «Інтеграл та його застосування».
- 6) розробити методичні рекомендації використання тестів під час вивчення теми «Інтеграл та його застосування»

**Завдання дослідження:** вивчення та аналіз існуючих методичних підходів до навчання змістової лінії "Інтеграл та його застосування" в закладах фахової передвищої освіти.

**Методи дослідження:** теоретичні (аналіз навчальної, наукової, науково-методичної літератури, навчальних програм з вищої математики 2-4 курсів

закладів фахової передвищої освіти та інтернет-ресурсів з досліджуваної проблеми); емпіричні (тестування).

**Апробація дослідження:** 1) за матеріалами дослідження опубліковано тези на тему: «Особливості вивчення теми «Інтеграл та його застосування» у Всеукраїнському збірнику наукових праць студентів «Альманах QN»; 2) прийнято участь у Міжнародній науково-практичній інтернет-конференції молодих дослідників «Інновації в науці: сучасний вимір» (04.05.2023 р., м. Суми).

**Структура роботи.** Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури, додатків, містить 24 рисунки, 16 таблиць.

## РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1 Змістове наповнення теми «Інтеграл та його застосування»

Коли студенти починають вивчати алгебру та початок аналізу, вони знайомляться з важливими математичними концепціями, які стануть основою подальшого вивчення. Інтеграл не є винятком, він є ключовим інструментом аналізу та має тривалу історію розвитку, починаючи з часів Архімеда. Хоча інтегральне обчислення відоме з давніх часів, термін «інтеграл» з'явився лише у 20 столітті. Цей термін став синонімом всіх методів інтегрування, включаючи безпосереднє інтегрування, метод підстановки, метод інтегрування частинами та інтегрування раціонального дробу. Однак за цей тривалий період розвитку математика досягла великих успіхів, використовуючи різні методи та прийоми, які сприяли розвитку цієї концепції.

Історики математики вважають, що напрямок в математиці, що призвів до створення математичного аналізу, зародилося ще при Евдоксу (406 – 355 до н.е.). Розроблена ним теорія відношень та «метод вичерпання» відіграли важливу роль у побудові грецької математики.

"Метод вичерпання" Евдокса, який отримав цю назву в 17 столітті, вважається першим варіантом теорії границь.

Евдокс використав свій метод, щоб строго довести таку теорему:

1) Площа двох кіл розраховується як квадрат їх діаметрів.

2) Обсяг піраміди дорівнює  $\frac{1}{3}$  обсягу призми, у якої основа та висота

однакові.

3) Об'єм конуса дорівнює  $\frac{1}{3}$  об'єму циліндра, у якого основа та висота однакові.

«Метод вичерпування» Евдокса був удосконалений Архімедом і успішно використовувався для доказу багатьох теорем. Архімед використав цей метод для відкриття безлічі нових площ та об'ємів [5].

Щоб знайти площу та об'єм геометричних фігур, Архімед використав метод, аналогічний обчисленню геометричних сум. Наприклад, щоб знайти об'єм тіла, що обертається, особливо сфероїда, Архімед розділив його на  $n$  шарів однакової товщини. Далі він розглянув суму об'ємів циліндрів, описаних навколо кожного шару і вписаних у нього, і показав, що зі збільшенням  $n$  різниця в цих сумах стає скільки завгодно малою. Нарешті він знайшов, що за загальну границю цих сум слід прийняти за об'єм тіла. У такий спосіб Архімед вирішив багато завдань, які зараз вирішуються за допомогою інтегралів.

Таким чином, давня математика вже містила елементи інтегрування, особливо побудова верхніх та нижніх інтегралів. Давньогрецький метод інтегрального обчислення ґрунтувався на інтуїтивному і строго невизначене понятті об'єму нескінченної суми, тому застосовувався до кожної конкретній задачі без теоретичного обґрунтування.

Німецький астроном і математик І. Кеплер використовував ідеї Архімеда і перетворив їх на набагато інтуїтивніші методи, зовсім їх не довівши. Щоб обчислити площу деякої фігури, він розділив її на нескінченну множину нескінченно менших елементів одного розміру. З цих елементів він утворив нову фігуру, площу якої вже вмів розраховувати. Дж. Кеплер застосував цей метод для розрахунку об'єму тіла.

Наступним кроком у розвитку інтегральних методів стали роботи Б. Кавальєрі (1598 – 1647). На відміну від Ю. Кеплера, Б. Кавальєрі шукав загальні принципи, які б вирішували різні обчислювальні завдання [1].

"Неподільність" - основне поняття геометрії Б. Кавальєрі. Наприклад, якщо розглядати кінцеву плоску фігуру, якщо вона розділена на смуги

паралельними прямими, а граничні положення є відрізками ліній, то форма є «неподільною». Тому "неподільна" лінія з одним виміром стає нульовим об'єктом (точкою). "Неподільні" плоскі фігури (двовимірні) - відрізки прямих; "Неподільні" просторові фігури (тривимірні) є частиною площини.

На відміну від Ю. Кеплера, Б. Кавальєрі шукав загальні принципи, які б вирішували різні обчислювальні завдання [1].

"Неподільні" - основне поняття геометрії Б. Кавальєрі. Наприклад, при розгляді кінцевої плоскої форми, якщо вона розділена на смуги паралельними прямими та граничні положення є відрізками ліній, то форма є «нерозривною». Тому "неподільна" лінія з одним виміром стає нульмерним об'єктом (точкою). "Неподільні" плоскі фігури (двовимірні) - відрізки прямих; "Неподільні" просторові фігури (тривимірні) є частиною площини.

Евангеліста Торрічеллі (1608 – 1647) був прихильником «неподільного» методу. Він значно удосконалив метод І. Кеплера. Ці покращення полягали в тому, що Торрічеллі частіше використовував у плоских фігурах криволінійні дуги поряд з прямими «неподільними» і вводив у тіло криволінійні поверхні. Важливим досягненням Е. Торрічеллі, який застосував «неподільний» метод, став розрахунок об'єму тіла, що тягнеться до нескінченності, який він назвав «гострим гіперболоїдом».

Можна відзначити ще кілька досягнень Е. Торрічеллі, пов'язаних з концепцією інтеграла. Він розробив кінематичний метод побудови дотичної до кривої при прискореному русі та довів, що ордината графіка швидкості пропорційна тангенсу кута, утвореного тангенсом графіка шляху руху по осі абсцис. Це означає, що у разі окремих прискорених рухів встановлюється взаємна зворотна взаємодія диференціювання та інтегрування.

У трактуванні «неподільних» Е. Торрічеллі не слідував поглядам Б. Кавальєрі. Він вважав, що неподільні мають самі розміри, як і геометричні об'єкти. При цьому він досяг значного прогресу в галузі інтегральних сум [9].

Розвиток науки у 16 -17 століттях призвів до наукової революції. Для нього характерно створення основ сучасного наукового природознавства та



вдосконалення математики як її робітничого апарату. Луї де Бройль писав про це: «...коли вчені XVII століття почали розуміти основні закони механіки, астрономії та деяких розділів фізики, при безперервному та свідомому застосуванні ними методів спостереження та експерименту, їм майже неминуче довелося розробляти методи міркування та розрахунку, які підводили їх до аналізу нескінченно малих».

Одним із великих математиків цієї епохи був П'єр Ферма (1601-1665). Він зробив великий внесок у розвиток багатьох галузей математики. Не нехтував він і інтегральним численням.

П. Ферма використав поняття «квадратура». Завдяки цьому він зрозумів площу фігури, обмеженою віссю  $Ox$ , графіком функції  $f(x)$  і лініями  $x = a$  і  $x = b$  (при вивченні певних інтегралів цю фігуру називають криволінійною трапецією) [20].

Б. Паскаль (1623 – 1662) зробив значний внесок у розвиток інтегрального числення. Висновок Б. Паскаль приходив до обчислення інтеграла від степеневих функції з натуральними значеннями  $n$ :  $\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}$ . Результати не є новими і були відомі Б. Кавальєрі, П. Ферма, але важливі особливості з'являються у Б. Паскаля. Він говорить про цілі суми. Саме правило відкидання малих значень вищого порядку формалізує правило переходу від суми з кінцевим числом доданків до суми з нескінченно зростаючим числом доданків.

Тому перші кроки у розвитку уявлень про інтеграл пов'язані з рішенням практичних завдань, як обчислення площ, об'ємів, визначення центрів тяжіння плоских фігур і тіл, що у сутності узгоджується з відкриттям інтегралів. В результаті зусиль математиків поняття «інтеграл» вже постало перед нами у незвичайній формі. Проте обчислювальні алгоритми, здатні систематизувати формальні обчислювальні завдання, ще створено [16].

Вирішальний етап у побудові поняття інтеграла, розвитку всієї математики та наукового природознавства пов'язані з іменами І. Ньютона (1643 – 1727) та Р. Лейбніца (1646 – 1716).

Основні ідеї аналізу виникли в І. Ньютона у 60-х роках 17 ст. Математика І. Ньютона не виступала абстрактним продуктом людського розуму. Він вважав, що геометричні зображення, такі як лінії, поверхні та тіла, є результатом руху. Ці рухи виконуються залежно від часу і за випадковий короткий період часу точка проходить випадковий невеликий шлях. Щоб знайти миттєву швидкість, нам потрібно знайти межу відношення збільшення шляху до часу, згідно сучасної термінології. Тому І. Ньютон ввів пошук по похідній потоку.

Використовуючи теореми про взаємодію диференціювання та інтегрування та знання похідних багатьох функцій, І. Ньютон отримав можливість отримати флюєнти (функцію), тобто інтегрувати. Якщо інтеграл не обчислювався безпосередньо, І. Ньютон розкладав інтегральну функцію в степеневий ряд і почленно інтегрував її. Для розкладання функції до ряду він найчастіше використовував відкрите їм степеневе розкладання біномів, метод ділення чисельника на знаменник і знаходження кореня [11].

До «Методу флюксій» І. Ньютон включив дві таблиці невизначених інтегралів. Один з них містить інтеграли, виражені в кінцевій формі алгебраїчно, інший – інтеграли представлені через відомі.

Цікава розробка Г. Лейбніца символів інтегрального обчислення. Це можна простежити за рукописом. Тому 26 жовтня 1675 р. Р. Лейбніц на кшталт Б. Паскаля висловив квадратуру словами *omn.w* (всі ординати). 29 жовтня він вважав зручнішим написати вираз  $\int l$  (сума рядків, знак інтеграла походить від першої літери слова сума) замість *omn.l*, і вказав що тут відбувається новий вид обчислень. Г. Лейбніц визначав інтеграл як суму нескінченного числа доданків, тобто певні інтегралі. В одному з рукописів є запис  $d \int x = x$ . Це означає, що взаємодія диференціації та інтеграції Г. Лейбніца відбувалася на оперативному рівні. Г. Лейбніц замість слова "інтеграл" використовував слово "сума". Термін «інтеграл» було запроваджено І. Бернуллі [2].

Так, відкриття І. Ньютона та Г. Лейбніца зробили революцію в математиці. Якщо раніше вона була доступна лише вузькому колу фахівців, які

вирішували кожен окрему задачу винайденими ними методами, то після створення алгоритмів диференціального та інтегрального обчислення, що застосовуються до широкого кола завдань, математика отримала інструменти рук людей, які займаються різними дослідженнями, але глибоких математичних даних немає.

Брати Якоб (1654–1705) та Йоганн (1667–1748) Бернуллі стали найближчими помічниками Г. Лейбніца у розвитку аналізу та інших розділів математики.

Розвиток поняття інтегралів у творчості Якоба Бернуллі зазнало суттєвих якісних змін. Інтегральне літочислення сформувався як метод. І. Бернуллі обчислив багато невизначених інтегралів, виходячи з того, що інтегрування є операція, зворотна диференціювання.

Не зважаючи на швидкий прогрес у використанні формули  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ , вчені зіштовхнулися із низкою проблем. Обчислення деяких інтегралів за формулою Ньютона-Лейбніца містить кілька парадоксів. Даламбер вперше звернув на це увагу 1768 року. Він виявив, що формула Ньютона-Лейбніца не може бути використана для обчислення інтегралів виду  $\int_a^b \frac{dx}{x^m}$ , коли підінтегральний вираз цілого інтервалу перетворюється в нескінченності [18]. Альтернативний спосіб вирішення цієї проблеми запропонував Луї Коші. Невизначені інтеграли були введені Л. Коші як частинний випадок визначених інтегралів зі змінними верхніми межами. Він довів теорему про те, що безперервність інтегрування з верхньої межі та диференціювання з верхньої межі тотожні інтегральної функції. Л. Коші також довів справедливості формули Ньютона-Лейбніца. Незважаючи на те, що деякі із зазначених властивостей раніше використовувалися математиками, формула Ньютона-Лейбніца була доведена С. Лакру (1765 - 1843) і Б. Пуассон (1781 - 1840). Гідність Л. Коші полягає в тому, що він сформулював, довів її та побудував систему для широкого класу безперервних функцій.

Ж. Дарбу (1842-1917) побудував інтегральну суму, названу його ім'ям. З допомогою цих угод по-різному формувалися умови існування тих чи інших інтегралів [25].

Останнє відкриття перед створенням математичного аналізу було зроблено І. Барроу, який встановив зв'язок між двома важливими операціями: обчисленням площі та проведенням дотичних ліній. Сьогодні залежність, встановлена І. Барроу, становить зміст основних теорем математичного аналізу, що дозволяє обчислювати інтеграли шляхом знаходження оригіналу з допомогою зворотної операції диференціювання [69, з. 180].

Після цього дослідження інтегралів не припинялися і розвивалися дедалі швидшими темпами. Для подальшого узагальнення інтегралів усередині самої математики мали дозріти умови, що дозволяють це зробити. Ці умови було створено теорією множин, розробленої наприкінці 19 — початку 20 століть із важливою концепцією масштабу множин. З'явилося нове поняття інтеграл А. Лебега, узагальнений інтеграл Б. Рімана. А. Лебег (1875 – 1941) запровадив описове визначення інтегралу. Він сформулював властивості інтегралів, які не включають інструкцій щодо складання інтегралів. Він також дав конструктивні визначення аналітичного та геометричного інтегрування. Роботи А. Лебега стали важливим поштовхом для подальших досліджень у галузі математики.

У 1912 році з'явилося узагальнення інтеграла А. Лебега – інтеграл А. Данжуа (1884 - 1973), який започаткував новий напрям досліджень. У 1930 році А. Колмогоров (1903-1987) опублікував роботу, що розглядає всі інтеграли як межі різних сум інтегралів. Інтеграл А. Колмогорова використовувалися під час обґрунтування математичної фізики, квантової механіки [10].

Важливо відзначити, що на всіх етапах виникнення, розвитку та трансформації ідеї інтеграла в строгу та розвинену математичну теорію безпосередньо наукова та математичні компоненти тісно переплітаються з прикладними потребами та технологіями. Розробка різних підходів до застосування цілісних понять. Це необхідно враховувати під час введення поняття інтеграла.

Вивчення теми «Інтеграція та його застосування» починається ще у школі. Основні поняття та термінологія вивчаються на курсах алгебри та початкового аналізу. На вивчення цієї теми на уроці, що включає поглиблене вивчення математики (Додаток А), відводиться тридцять годин, і після проходження теми згідно з державними вимогами учні повинні вміти:

- формалізувати визначення та основні властивості фундаментальних та невизначених інтегралів. Властивості певних інтегралів;
- пояснити поняття певних інтегралів.
- знайдіть примітиви та певні інтеграли, використовуючи правила пошуку примітивів та перетворень.
- застосовуйте певні інтеграли для вирішення геометричних завдань.

Логічний аналіз предмета – це встановлення логічної організації навчального матеріалу з предмету, визначення того, які твердження доведені, введені як факти, визначення рівня логічної суворості доказу, методів, використаних за доказом, запроваджених нових теоретичних положень. під час вирішення математичних завдань вибір [13].

Математичний аналіз теми зводиться до пояснення основних математичних ідей теми, пояснення математичного обґрунтування проведених перетворень, досліджень та доказів, розуміння математичних прийомів та методів, що використовуються у темі.

Результатом логіко-математичного аналізу є визначення основного матеріалу предмета, логічної строгості його вивчення, математичних методів та прийомів вивчення цього матеріалу.

Проведемо логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу. формалізація значення нових понять; Аналіз форм, видів та методів доказу математичних тверджень; Схематична структура системи практики запровадження нових концепцій; Структура формулювання математичних висловлювань за класним підручником поглибленого вивчення математики "Алгебра, 11 клас" А. Мерзляк, В. Полонський, М. Якір.

Таблиця 1.1

**Логіко-математичний аналіз теоретичного матеріалу теми «Інтеграл та його застосування»**

Поняття	Факти	Способи діяльності
1.Первісна 2.Невизначений інтеграл 3.Криволінійна трапеція 4.Визначений інтеграл	1. Основна властивість первісної 2. Теорема про суму первісних 3. Теорема про первісну від добутку функції і константи 4. Теорема про первісну від складеної функції 5. Теорема про площу криволінійної трапеції	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знаходження первісних</li> <li>• Знаходження невизначених інтегралів</li> <li>• Знаходження площ плоских фігур</li> <li>• Знаходження об'ємів тіл</li> <li>• Розв'язання практичних задач</li> </ul>

Таблиця 1.2

**Логіко-математичний аналіз формулювань означень нових понять теми «Інтеграл та його застосування»**

Поняття	Формулювання означення	Види означення, характеристичні властивості
1.Первісна	Функцію $F(x)$ називають первісною для функції $f(x)$ на заданому проміжку, якщо для всіх $x$ із цього проміжку $F'(x) = f(x)$	<p><u>Вид</u>: через найближчий рід і видові ознаки.</p> <p><u>Рід</u>: функція.</p> <p><u>В-ть</u>: визначена на деякому проміжку і для</p>

		всіх $x$ із цього проміжку $F'(x) = f(x)$ .
2.Невизначений інтеграл	Сукупність усіх первісних функції $y = f(x)$ на проміжку $I$ називається невизначеним інтегралом і позначається $\int f(x)dx$ .	<u>Вид:</u> через найближчий рід і видові ознаки. <u>Рід:</u> первісна. <u>В-ть:</u> сукупність первісних на проміжку $I$ .
3.Криволінійна трапеція	Фігуру, яка обмежена графіком функції $f(x)$ і прямими $y = 0$ , $x = a$ , $x = b$ називають криволінійною трапецією.	<u>Вид:</u> через найближчий рід і видові ознаки. <u>Рід:</u> фігура. <u>В-ть:</u> обмежена графіком функції і прямими.
4.Визначений інтеграл	Нехай задано неперервну функцію $y = f(x)$ , визначену на проміжку $[a; b]$ . Тоді визначеним інтегралом від $a$ до $b$ функції $f(x)$ називають приріст первісної $F(x)$ для цієї функції. Позн. $\int_a^b f(x)dx$ .	<u>Вид:</u> конструктивне означення.

Проаналізувавши методичне наповнення підручника з математики з теми «Інтеграл та його застосування», можна зробити висновок, що для введення нового поняття існують вправи: спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості; на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводиться; для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття; спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння тексту задачі [26].

Зробивши логіко-математичний аналіз системи вправ підручника призначених для формулювання способів діяльності використовують вправи

на: знаходження первісних, знаходження площі фігур, обчислення об'ємів тіл, обчислення невизначеного інтегралу, обчислення визначеного інтегралу.

Тому, аналізуючи роботу підручників з цієї теми, ми бачимо, що завдань для відпрацювання навичок обчислення певних інтегралів, знаходження оригіналу та знаходження площі плоскої фігури багато, причому завдання різноманітні за обсягом, складністю та дидактичними цілями. Однак не існує практики, що оновлює та повторює базові знання та навички, а також практики, що мотивує впровадження нових концепцій. В учнів можуть виникнути проблеми з обчисленням невизначених інтегралів і визначення обсягу предметів. Тому що у підручниках недостатньо завдань для відпрацювання цих навичок. З огляду на це виникає необхідність доповнити систему роботи для поліпшення цих можливостей [3].

**Схема – орієнтир проведеного логіко-математичного аналізу  
структури формулювання математичного твердження**

Таблиця 1.3

**Основна властивість первісної**

Етапи проведення аналізу	Результати
1.Формулювання тверджень	Якщо функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ та $C$ - довільне число, то функція $y = F(x) + C$ також є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ .
2.Встановлення виду твердження	Складне твердження.
3.Виділення роз'яснювальної частини	Множина функцій.
4.Виділення умови	Функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ та $C$ – довільне число.
5.Виділення вимоги	Функція $y = F(x) + C$ також є первісною



	функцією $f$ на проміжку $I$ .
6.Формулювання твердження рівносильного даному	Кожна з первісних для функції $f(x)$ на заданому проміжку має вид $F(x)+C$ , де $F(x)$ – одна з цих первісних, $C = const$ .

Таблиця 1.4

### Теорема про суму первісних

Етапи проведення аналізу	Результати
1.Формулювання твердження	Якщо функції $F(x)$ і $G(x)$ є відповідно первісними функцій $f(x)$ і $g(x)$ на проміжку $I$ , то на цьому проміжку функція $y = F(x) + G(x)$ є первісною функції $y = f(x) + g(x)$ .
2.Встановлення виду твердження	Складне твердження.
3.Виділення роз'яснювальної частини	Множина функцій.
4.Виділення умови	Функції $F(x)$ і $G(x)$ є відповідно первісними функцій $f(x)$ і $g(x)$ на проміжку $I$ .
5.Виділення вимоги	На проміжку функція $y = F(x) + G(x)$ є первісною функції $y = f(x) + g(x)$
6.Формулювання твердження рівносильного даному	Функція $y = F(x) + G(x)$ є первісною функції $y = f(x) + g(x)$ , коли функції $F(x)$ і $G(x)$ є відповідно первісними функцій $f(x)$ і $g(x)$ на проміжку $I$ .

Таблиця 5

### Теорема про первісну від добутку функції і константи

Етапи проведення аналізу	Результати
--------------------------	------------

1.Формулювання твердження	Якщо функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ та $k$ – деяке число, то на цьому проміжку функція $y = k \cdot F(x)$ є первісною функції $y = k \cdot f(x)$ .
2.Встановлення виду твердження	Складне твердження.
3.Виділення роз'яснювальної частини	Множина функцій і чисел.
4.Виділення умови	Функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ та $k$ – деяке число.
5.Виділення вимоги	На проміжку $I$ функція $y = k \cdot F(x)$ є первісною функції $y = k \cdot f(x)$ .
6.Формулювання твердження рівносильного даному	Число $k$ – деяке число, функція $y = k \cdot F(x)$ є первісною функції $y = k \cdot f(x)$ , коли функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ .

Таблиця 1.6

### Теорема про первісну від складеної функції

Етапи проведення аналізу	Результати
1.Формулювання твердження	Якщо функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на проміжку $I$ та $k$ – деяке число, відмінне від нуля, то на цьому проміжку функція $y = \frac{1}{k} F(kx + b)$ є первісною функції $y = f(kx + b)$ .
2.Встановлення виду твердження	Складне твердження.
3.Виділення роз'яснювальної частини	Множина функцій і чисел.
4.Виділення умови	Функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ на

	проміжку $I$ та $k$ – деяке число, відмінне від нуля.
5.Виділення вимоги	На проміжку функція $y = \frac{1}{k}F(kx+b)$ є первісною функції $y = f(kx + b)$ .
6.Формулювання твердження рівносильного даному	Число $k$ , яке відмінне від 0 і належить проміжку $I$ функції $y = \frac{1}{k}F(kx+b)$ є первісною функції $y = f(kx + b)$ , коли функція $F(x)$ є первісною функції $f(x)$ [4].

Таблиця 1.7

### Теорема про площу криволінійної трапеції

Етапи проведення аналізу	Результати
1.Формулювання твердження	Площу $S$ криволінійної трапеції (фігура, обмежена графіком неперервної додатної на проміжку $[a, b]$ функції $f(x)$ , віссю $Ox$ та прямими $x = a$ , $x = b$ ) обчислюють за формулою $S = F(b) - F(a)$ .
2.Встановлення виду твердження	Складне твердження.
3.Виділення роз'яснювальної частини	Множина функцій.
4.Виділення умови	Криволінійна трапеція обмежена графіком функції і прямими
5.Виділення вимоги	Площа криволінійної трапеції обчислюється за формулою $S = F(b) - F(a)$ .
6.Формулювання твердження рівносильного даному	Якщо криволінійна трапеція обмежена графіком функції $f(x)$ і прямими $x = a$ , $x =$

	$b$ , то площу можна обчислити за формулою $S = F(b) - F(a)$
--	---

### Аналіз форми, виду, способу доведення математичного факту

Таблиця 1.8

#### Основна властивість первісної

<b>Форма доведення</b>	Дедуктивна
<b>Вид доведення</b>	Пряме доведення
<b>Метод доведення</b>	Синтетичний метод доведення
<b>Спец. Матема. Метод доведення</b>	—
<b>Основна ідея доведення</b>	Використання означення первісної
<b>Етапи доведення</b>	<p>1) <math>F(x)</math> – первісна функції <math>f(x)</math> на проміжку <math>I</math>, тобто для всіх <math>x</math> з проміжку виконується рівність <math>F'(x) = f(x)</math>.</p> <p>2) Тоді <math>(F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x) + 0 = f(x)</math>.</p> <p>3) Нехай функція <math>G(x)</math> – одна з первісних функції <math>f(x)</math> на проміжку <math>I</math>. Тоді <math>G'(x) = f(x)</math> для всіх <math>x</math> з цього проміжку. Маємо: <math>(G(x) - F(x))' = G'(x) - F'(x) = 0</math>.</p> <p>4) Використаємо ознаку сталості функції. Отримуємо, що функція <math>y = G(x) - F(x)</math> є константою на проміжку <math>I</math>.</p> <p>5) Висновок: <math>G(x) = F(x) + C</math> [22].</p>

Таблиця 9

#### Теорема про площу криволінійної трапеції

<b>Форма доведення</b>	Дедуктивна
------------------------	------------

<b>Вид доведення</b>	Пряме доведення
<b>Метод доведення</b>	Аналітичний метод
<b>Спец. матем. метод доведення</b>	
<b>Основна ідея доведення</b>	Використання означення похідної та основної властивості первісної
<b>Етапи доведення</b>	<p>1) Розглянемо функцію <math>y = S(x)</math>, де <math>x \in [a; b]</math>: <math>x = a \Rightarrow S(a) = 0</math>  <math>x \in (a; b] \Rightarrow S(x)</math> – площа криволінійної трапеції (Рис 1).</p> <p>2) Доведемо, що <math>S'(x) = f(x)</math> для всіх <math>x \in [a; b]</math>.</p> <p>3) Нехай <math>x_0</math> – довільна точка відрізка <math>[a; b]</math> і <math>\Delta x</math> – приріст аргументу <math>x_0</math>.</p> <p>4) Розглянемо випадок, коли <math>\Delta x &gt; 0</math>:  <math>\Delta S = S(x_0 + \Delta x) - S(x_0)</math>. Отримаємо, що <math>S(x)</math> – площа криволінійної трапеції (Рис. 1.2).</p> <p>5) На відрізку <math>AB</math> як на стороні побудований прямокутник, площа якого дорівнює <math>\Delta S</math> (Рис. 1.3). Довжини сторін цього прямокутника дорівнюють <math>\Delta x</math> і <math>f(t)</math>, де <math>t</math> – деяка точка проміжку <math>[x_0; x_0 + \Delta x]</math>.</p> $\Delta S = f(t) \cdot \Delta x \Rightarrow \frac{\Delta S}{\Delta x} = f(t).$ <p>6) Якщо <math>\Delta x \rightarrow 0</math>, то <math>t \rightarrow x_0</math>. Оскільки функція <math>f(x)</math> є неперервною в точці <math>x_0</math> то <math>\lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(t) = f(x_0)</math>. Таким чином, якщо</p>

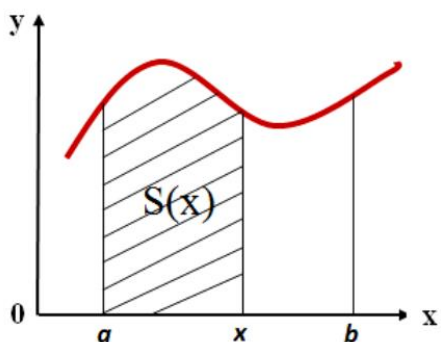


Рис. 1.1

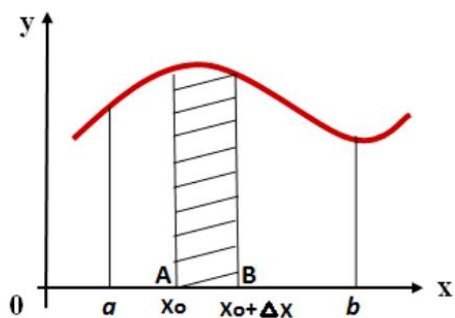


Рис. 1.2

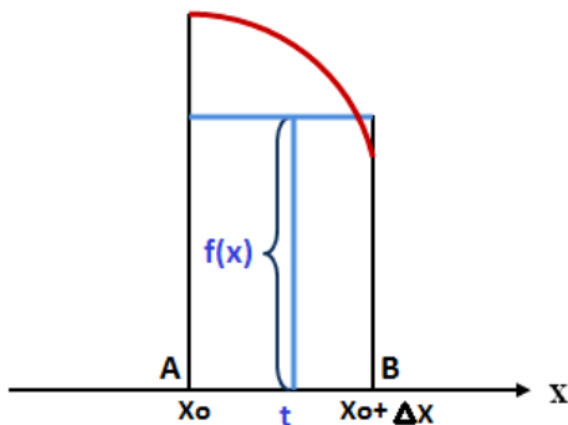


Рис. 1.3

$\Delta x \rightarrow 0$ , то  $f(t) \rightarrow f(x_0)$ . Маємо:

$$S'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) = f(x_0).$$

7) Оскільки,  $x_0$  – довільна точка області визначення функції  $y = S(x)$  то для  $\forall x \in [a; b]$  виконується рівність  $S'(x) = f(x)$ . Функція  $y = S(x)$  є однією з первісних функції  $f(x)$  на відрізку  $[a; b]$ .

8) Нехай  $F(x)$  – деяка первісна функції  $f(x)$  на відрізку  $[a; b]$ , тоді згідно основної властивості первісної маємо:  $F(x) = S(x) + C$ , де  $C$  – деяке число.

$$F(b) - F(a) = (S(b) + C) - (S(a) + C) = S(b) - S(a) = S(b).$$

9) Висновок: за означенням функції  $y = S(x)$  шукана площа  $S$  криволінійної трапеції дорівнює  $S(b)$ . Отже,  $S = F(b) - F(a)$ .

Таблиця 1.10

### Теорема про суму первісних

Форма доведення	Дедуктивна
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітичний метод
Спец. матем. метод доведення	—
Основна ідея доведення	Застосування правила знаходження похідної складеної функції

<b>Етапи доведення</b>	$\left(\frac{1}{k} F(kx+b)\right)' = \frac{1}{k} F'(kx+b) \cdot (kx+b)' =$ $= \frac{1}{k} f(kx+b) \cdot k = f(kx+b).$
------------------------	---

Тому в темі «Інтеграл та його застосування» аналіз структури формулювань математичних тверджень та аналіз їх форм, видів та способів доказу математичних фактів можуть дати кращий напрямок у виборі методів та форматів. Уроки проводяться таким чином, щоб студенти могли засвоїти відповідні математичні факти та твердження під час поглибленого вивчення.

## **1.2 . Місце теми в математичних курсах закладів фахової передвищої освіти**

Тема «Інтеграл та його застосування» є складовою частиною предмету «Вища математика» і має ознайомлювальний характер. Ознайомившись з програмами (Додаток Б) цього курсу з'ясували, що на вивчення цієї теми виділяється 12-16 годин, в залежності від галузі знань.

Ця тема також вивчається на першому курсі, під час вивчення навчальної дисципліни «Математика». Так, як студенти закладів фахової передвищої освіти вивчають матеріал шкільних предметів за програмою 10-11 класів. На цю дисципліну виділяється 14 годин і вивчаються такі теми, як: первісна та її властивості; визначений інтеграл та його геометричний зміст; обчислення площ плоских фігур [27].

В академічному напрямі «Вища математика» ми детальніше розглянули положення теми «Інтеграл та його застосування». Основне завдання курсу «Вища математика» — вивчити загальні закономірності та зв'язки між різними величинами та застосувати їх до конкретних економічних досліджень. Освоєння цього курсу спрямовано розвиток у студентів навичок практичного використання математичних методів, формул і таблиць під час вирішення економічних завдань. Вивчення даного курсу потребує систематичних знань,

цілеспрямованої роботи з вивчення математичної літератури, активної роботи на лекціях та практичних заняттях, самостійної роботи та виконання окремих завдань [6].

Основне завдання галузі «Вища математика» - вивчення загальних законів та їх зв'язків між різними величинами та їх застосування у конкретних економічних дослідженнях. В результаті вивчення напряму «Вища математика» студент має знати:

- операції над матрицями;
- вирішувати системи лінійних рівнянь алгебри;
- найпростіші рівняння квадратичних кривих та графіків;
- основні функціональні графіки, включаючи криві попиту та пропозиції;
- теоретичні основи диференціальних та інтегральних обчислень функцій;
- економічні проблеми, що призводять до концепції функцій багатьох змінних;
- економічні проблеми, які ведуть концепції диференціальних рівнянь;
- формули для пошуку загальних розв'язків лінійних диференціальних рівнянь;
- ознаки збіжності числових рядів.

Основне завдання лекції – донести до студентів основні питання курсу «Вища математика» [24]. При цьому першочергова увага приділяється необхідності використання теорії у більш практичній професійній діяльності.

Під час практичних занять основна мета – глибоко засвоїти та закріпити теоретичні знання, отримані на лекціях. Проведення практичних занять передбачає розвиток у учнів навичок вирішення проблем та подальше використання отриманих знань у економічних дослідженнях.



Ми розглянули робочі програми з навчальної дисципліни «Вища математика», за якими навчаються студенти відокремленого структурного підрозділу «Професійно-педагогічний фаховий коледж Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка» [17].

На навчальну дисципліну «Вища математика» виділяється:

за спеціальністю «Трудове навчання та технології» всього 216 годин з них 52 години – лекції, 52 години – практичні заняття, 112 годин – самостійна робота студентів. Інтегральне та диференціальне числення функції однієї змінної розділено на два змістових модуля. На змістовий модуль інтегральне числення функції однієї змінної виділено 8 годин на лекційні заняття і 10 годин на практичні заняття;

за спеціальністю «Технологія виробництва і переробка продуктів господарства» всього 120 годин з них 28 годин – лекції, 44 години – практичні заняття, 48 годин – самостійна робота студента. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної об'єднано в один змістовий модуль, на нього виділено 6 години на лекційні заняття і 8 годин на практичні заняття;

за спеціальністю «Фінанси, банківська справа та страхування» всього 120 годин з них 30 годин – лекції, 60 годин – практичні заняття, 60 годин – самостійна робота студентів. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної об'єднано в один змістовий модуль і на нього виділено 4 години на лекційні заняття і 8 годин на практичні заняття.

Під час викладення лекційного матеріалу застосовується дедуктивний метод (пояснення загальних положень з наступним демонструванням можливості їх застосування на конкретних прикладах). На практичних заняттях для закріплення теоретичних знань, розв'язуються завдання різної складності. В кінці кожної теми надається самостійна робота, онлайн-тест, для перевірки засвоєння поданого матеріалу студентами, по завершенню навчального модуля пишеться контрольна робота.

Більш детально нами було розглянуто змістову лінію «Інтегральне числення функції однієї змінної» в дисципліні «Вища математика» за спеціальністю «Трудове навчання та технології».

Модуль «Інтегральне числення складається з тем»:

1. Невизначений інтеграл;
2. Основні методи інтегрування;
3. Інтегрування раціональних функцій.

На тему «Невизначений інтеграл» надається 2 години лекційних занять, 2 години практичних занять та 7 годин самостійної роботи студентів.

Вивчення модуля розпочинається з введення поняття первісної та інтегралу, основних властивостей, таблиці інтегралів та вивчення основних методів інтегрування [14].

**Означення.** Функція  $F(x)$  називається первісною для функції  $f(x)$  на проміжку  $(a;b)$ , якщо на цьому проміжку  $F'(x) = f(x)$  або  $dF(x) = f(x)dx$ .

Із означення виходить, що первісна  $F(x)$  – диференційовна, а значить неперервна функція на проміжку  $(a;b)$ , і її вигляд суттєво залежить від проміжку, на якому вона розглядається.

**Наслідок.** Дві будь-які первісні для однієї й тієї самої функції на проміжку  $(a;b)$  відрізняються між собою на сталу величину.

Операція знаходження первісних для функції  $f(x)$  називається **інтегруванням** функції  $f(x)$ . Задача інтегрування функції на проміжку полягає у тому, щоб знайти всі первісні функції на цьому проміжку, або довести, що функція не має первісних на цьому проміжку. Для розв'язання задачі інтегрування функції достатньо знайти одну будь-яку первісну на розглядуваному проміжку, наприклад  $F(x)$ , тоді (за теоремою про множину первісних)  $F(x)+C$  – загальний вигляд всієї множини первісних на цьому проміжку [12].

**Означення.** Функція  $F(x)+C$ , що являє собою загальний вигляд множини первісних для функції  $f(x)$  на проміжку  $(a;b)$ , називається **невизначеним інтегралом** від функції  $f(x)$  на проміжку  $(a;b)$  і позначається.

$$\int f(x)dx = F(x) + C, (F'(x) = f(x)),$$

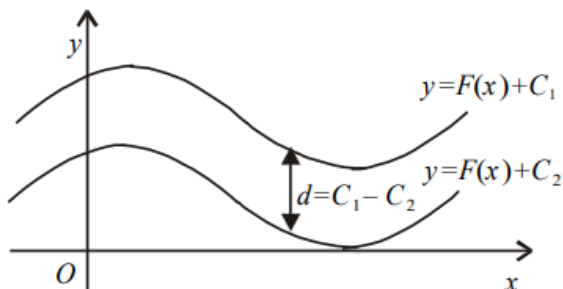
де  $\int$  - знак невизначеного інтеграла;

$f(x)$  - підінтегральна функція;

$f(x)dx$  - підінтегральний вираз;

$dx$  - диференціал змінної інтегрування.

Геометричний зміст невизначеного інтеграла полягає в тому, що функція  $F(x)+C$  є рівняння сім'ї кривих, які утворюються одна з одної паралельним перенесенням уздовж осі ординат.



**Теорема** (теорема Коші). Для існування невизначеного інтеграла для функції  $f(x)$  на певному проміжку достатньо, щоб  $f(x)$  була неперервною на цьому проміжку.

**Зауваження.** Виявляється, є такі невизначені інтеграли від елементарних функцій, які через елементарні функції не виражаються, наприклад:

$$\int e^{-x^3} dx, \int \frac{\sin x}{x}, \int \frac{dx}{\ln x}, \int \cos x^2 dx$$

Існують у кожному із проміжків області визначення, але записати їх через основні елементарні функції не можна; в такому розумінні ці інтеграли називають «не інтегровними» [19].

На тему «Основні методи інтегрування» надається 4 години лекційних занять, 4 години практичних занять та 7 годин самостійної роботи студентів.

### Метод безпосереднього інтегрування.

При безпосередньому інтегруванні використовується таблиця невизначених інтегралів

$$f(u)du = F(u) + C; \varphi(x) = ax + b; \int f(ax + b) \cdot dx = \frac{1}{a} \int f(ax + b) \cdot d(ax + b) = \frac{1}{a} F(ax + b) + C \dots$$

**Приклад:**

$$\int \frac{1 \cdot dx}{x^2(1+x^2)} = \int \frac{1+x^2-x^2}{x^2(1+x^2)} dx = \int \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{1+x^2} \right) dx = \int \frac{dx}{x^2} - \int \frac{dx}{x^2+1} = -\frac{1}{x} - \operatorname{arctg}x + C.$$

### Інтегрування розкладанням

Мета методу – розкласти підінтегральну функцію на такі доданки, інтеграли від яких відомі або їх простіше інтегрування, ніж початкову підінтегральну функцію.

**Приклад.**

$$\int \frac{1 \cdot dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int \left( \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x} + \int \frac{dx}{\cos^2 x} = -\operatorname{ctg}x + \operatorname{tg}x + C.$$

### Метод підстановки (заміна змінної інтегрування)

Мета методу підстановки – перетворити даний інтеграл до такого вигляду, який простіше інтегрувати.

**Теорема.** Якщо  $f(x)$  - неперервна функція, а функція  $x = \varphi(t)$  має неперервну похідну, то:

$$\int f(x) dx = \left. \begin{array}{l} x = \varphi(t) \\ dx = \varphi'(t) dt \\ t = \varphi^{-1}(x) \end{array} \right| = \int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt.$$

**Наслідок.**  $\int f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx = |\varphi(x) = t| = \int f(t) dt.$

**Зауваження.** Специфіка інтегрування невизначеного інтеграла не залежить від того, є змінна інтегрування незалежною змінною чи сама є

функцією (на підставі інваріантності форми запису першого диференціалу), тому наприклад:

$$\left( \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \right) \Rightarrow \left( \int (u(x))^\alpha du(x) = \frac{(u(x))^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \left( \int (tgx)^\alpha d(tgx) \right) \Rightarrow \frac{(tgx)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$$

У такому розумінні слід розглядати і всю таблицю інтегралів [8].

### Метод інтегрування частинами

**Теорема.** Якщо функція  $u(x)$  та  $v(x)$  мають неперервні похідні, то:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

На практиці функції  $u(x)$  та  $v(x)$  рекомендується вибирати за таким **правилом**: при інтегруванні частинами підінтегральний вираз  $f(x)dx$  розбивають на два множники типу  $u \cdot dv$  тобто  $f(x)dx = u \cdot dv$ ; при цьому функція  $u(x)$  вибирається такою, щоб при диференціюванні вона спрощувалась, а за  $dv$  беруть залишок підінтегрального виразу, який містить  $dx$ , інтеграл від якого відомий, або може бути просто знайдений.

На тему «Інтегрування раціональних функцій» надається 2 години лекційних занять, 2 години практичних занять та 6 годин самостійної роботи студентів.

Розкладання правильних раціональних функцій на найпростіші

Кожен правильний раціональний дріб  $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ ,  $n < m$ , може бути

представлений у вигляді суми скінченної кількості найпростіших раціональних функцій, а тому має первісну.

Розкладання правильного дроби на просту передбачає розкладання знаменника  $Q_m(x)$  на прості множники. Як ми знаємо з алгебри, передбачається, що будь-який многочлен з дійсними коефіцієнтами розкладається на дійсні множники певного типу  $x - a, x^2 + px + q$ , тоді як квадратичні дроби не мають дійсних коренів і тому не вважаються такими, що розкладаються на речові

лінійні множники. Об'єднавши рівні елементи, якщо вони існують, і вважаючи для простоти, що старший коефіцієнт  $Q_m(x)$  дорівнює 1, схематично можна записати розкладання цього многочлена у вигляді:

$$Q_m(x) = (x-a)^k \dots (x^2 + px + q)^l \dots,$$

де  $k, \dots, l, \dots$  — натуральні числа.

Отже, під час вивчення модуля «Інтегральне числення» вивчають основні поняття та основні методи інтегрування, а також області в яких застосовується інтеграл[23]. Після вивчення кожної теми модуля пишеться самостійна робота, для перевірки засвоєння матеріалу студентами, та визначення наявності чи відсутності прогалин у знаннях з даної теми. Підсумком вивчення модуля є написання контрольної роботи.

### **1.3 Місце теми «Інтеграл та його застосування» у завданнях ЗНО з математики та НМТ**

ЗНО з математики – важливий іспит для майбутніх абітурієнтів, які вступають до вищих навчальних закладів. Цей тест вимагає від учасників як знання фактів, а й уміння застосовувати математичні концепції на вирішення реальних завдань. Інтеграція, одна з основних тем математики, є дуже важливою при вирішенні багатьох завдань зовнішніх досліджень.

Обчислення певних чи невизначених інтегралів є одним із видів операцій ЗНО. Кандидати повинні вміти знаходити інтеграл функції та використовувати такі методи інтегрування, як часткове інтегрування, заміна та інтегрування раціональних функцій [11].

Формула Ньютона-Лейбніца дозволяє знаходити базисні функції та обчислювати певні інтеграли та є важливим інструментом при вирішенні завдань НМТ та ЗНО. Учасники повинні знати та вміти використовувати ці формули.

Інтегрування також використовується для визначення об'ємів обертання фігур та довжини кривих. Учасники ЗНО повинні вміти застосовувати

інтеграли для вирішення цих завдань, які часто потребують використання параметричного інтегрування.

Для успішного та комплексного вирішення завдань зовнішнього іспиту важливо мати глибоке розуміння предмета та практичні навички. Крім того, важливим є наступне:

- вивчити основні методи інтеграції та вміти їх застосовувати.
- розуміти геометричний зміст інтегралів та їх застосування для визначення обсягу та довжини кривих.
- практикуйте різні завдання та тести, щоб набути навичок швидкого вирішення проблем.

Інтеграл має важливе значення у завданнях НМТ та ЗНО з математики. Знання та розуміння цієї теми допоможе учасникам ефективно вирішувати завдання, що вимагають застосування інтегралів у обчислювальних та геометричних розрахунках. Правильне навчання та практика за допомогою інтеграції допомагають заявникам точно та швидко вирішувати проблеми [7].

Розглянемо конкретні приклади завдань з теми «Інтеграл і його застосування» в завданнях ЗНО та НМТ.

У 2011 році відповідно до специфікації тест складався із 35 завдань: 23 – з алгебри і початків аналізу, 12 – з геометрії.

Таблиця 1.11.

Розділи програми		Кількість завдань			Частка від загальної кількості завдань(%)
		З вибором правильної відповіді	На встановлення відповідності	З короткою відповіддю	
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	6	1	1	22,86
	Рівняння і нерівності	4	-	3	20
	Функції	4	1	1	17,14
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	-	1	5,71

Геометрія	Планіметрія	6	1	-	20
	Стереометрія	4	-	1	14,29
Усього		25	3	7	100

№11, 2011 Яка з наведених функцій є первісною для функції  $f(x) = x^{-4}$ .

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = -\frac{1}{5x^5}$	$F(x) = -\frac{3}{x^5}$	$F(x) = -\frac{4}{x^5}$	$F(x) = -\frac{5}{x^5}$	$F(x) = -\frac{1}{3x^3}$

Відповіді учасників (%)					Не відповіли на запитання	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
А	Б	В	Г	Д*	0,18	29,96	34,10	0,29
21,31	8,63	27,53	12,40	29,96				

№ 24, 2011. Функція  $F(x) = 6\sin(2x) - 1$  є первісною функції  $f(x)$ . Знайдіть функцію  $f(x)$ .

- А.  $f(x) = -12\cos(2x)$ ;  
 Б.  $f(x) = 6\cos(2x)$ ;  
 В.  $f(x) = 12\cos(2x)$ ;  
 Г.  $f(x) = -3\cos(2x) - x + C$ ;  
 Д.  $f(x) = -6\cos(2x) - x + C$ .

Відповіді учасників (%)					Не відповіли на запитання	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
А	Б	В*	Г	Д	0,41	21,60	6,26	0,10
14,66	20,62	21,60	16,63	26,09				

У 2012 році відповідно до специфікації тест складався із 32 завдань: 21 – з алгебри і початків аналізу, 11 – із геометрії.

Таблиця 1.12.

Розділи		Кількість завдань	Частка від
---------	--	-------------------	------------



програми		З вибором правильної відповіді	На встановлення відповідності	З короткою відповіддю	загальної кількості завдань(%)
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	4	1	2	21,88
	Рівняння і нерівності	3	1	2	18,75
	Функції	4	1	1	18,75
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	-	1	6,25
Геометрія	Планіметрія	5	-	1	18,25
	Стереометрія	3	1	1	15,62
Усього		20	4	8	100

№ 30, 2012. Обчисліть  $\frac{1}{\pi} \int_{-5}^0 \sqrt{25-x^2} dx$  використовуючи рівняння кола

$x^2 + y^2 = 25$ , зображеного на рисунку [15].

Правильна відповідь: 6,25.

У 2013 році відповідно до специфікації тест складався із 33 завдань: 22 – з алгебри і початків аналізу, 11 – із геометрії.

Таблиця 1.13.

Розділи програми		Кількість завдань			Частка від загальної кількості завдань(%)
		З вибором правильної відповіді	На встановлення відповідності	З короткою відповіддю	
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	4	1	2	21,22
	Рівняння і нерівності	4	-	2	18,18
	Функції	4	1	2	21,21
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	-	1	6,06
Геометрія	Планіметрія	4	1	1	18,18

	Стереометрія	3	1	1	15,15
	Усього	20	4	9	100

№ 31, 2013. На рисунку зображено графік функції  $F(x) = x^2 + bx + c$ , яка є первісною для функції  $f(x)$ . Визначте параметри  $b$  і  $c$  знайдіть функцію  $f(x)$ . У відповіді запишіть значення  $f(-8)$ .

Правильна відповідь: -22.

У 2016 році відповідно до специфікації тест складався із 33 завдань: 22 – з алгебри і початків аналізу, 11 – із геометрії.

Таблиця 1.14.

Розділи програми	Змістові лінії	Форма завдань				Усього
		З вибором правильної відповіді	На встановлення відповідності	З короткою відповіддю	З розгорнутою відповіддю	
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	5	1	1	-	7
	Рівняння і нерівності	4	-	1	1	6
	Функції	4	1	1	1	7
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	-	1	-	2
Геометрія	Планіметрія	3	1	1	-	6
	Стереометрія	3	1	1	1	5
	Усього	20	4	6	3	33

№ 19, 2016. Використовуючи формулу Ньютона – Лейбніца, обчисліть

$$\int_1^2 6x^2 dx.$$

А	Б	В	Г	Д
42	22	18	14	12

Відповіді учасників (%)					Не відповіли на запитання	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
А	Б	В	Г*	Д	0,53	37,81	66,14	0,53
7,27	9,20	23,63	37,81	21,56				

У 2017 році відповідно до специфікації тест складався із 33 завдань: 22 – з алгебри і початків аналізу, 11 – із геометрії.

Таблиця 1.15.

Розділи програми	Змістові лінії	Форма завдань				Усього
		З вибором правильної відповіді	На встановлення відповідності	З короткою відповіддю	З розгорнутою відповіддю	
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	5	1	1	-	7
	Рівняння і нерівності	4	-	1	1	6
	Функції	4	1	1	1	7
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	-	1	-	2
Геометрія	Планіметрія	3	1	2	-	6
	Стереометрія	3	1	-	1	5
Усього		20	4	6	3	33

№ 18, 2017д. Обчисліть інтеграл  $\int_0^2 (f(x)+6)dx$ , якщо  $\int_0^2 f(x)dx = 8$ .

А	Б	В	Г	Д
20	14	2	28	48

Відповіді учасників (%)					Не відповідали на запитання	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
А*	Б	В	Г	Д	0,3	32,8	67,5	0,6
32,8	11,1	27,7	21,2	6,9				

У 2020 році відповідно до специфікації тест складався із 35 завдань: 23 – з алгебри і початків аналізу, 12 – із геометрії.

Таблиця 1.16.

Розділи програми	Змістові лінії	Форма завдань				Усього
		З вибором правильної відповіді	На встановлення відповідності	З короткою відповіддю	З розгорнутою відповіддю	
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	5	1	1	-	7
	Рівняння і нерівності	4	-	1	1	6
	Функції	4	1	1	1	7
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	-	2	-	3
Геометрія	Планіметрія	3	1	2	-	6
	Стереометрія	3	1	1	1	6

Усього	20	4	8	3	35
--------	----	---	---	---	----

№ 20, 2020. Функція  $F(x) = 5x^4 - 1$  є первісної функції  $f(x)$ . Укажіть функцію  $G(x)$ , яка є також первісною функції  $f(x)$ .

А	Б	В	Г	Д
$G(x) = x^5 - x$	$G(x) = 5x^4 - x$	$G(x) = 20x^3$	$G(x) = 5x^4 + 1$	$G(x) = x^4 - 5$

Відповіді учасників (%)					Не відповіли на запитання	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
А	Б	В	Г*	Д	0,6	35,1	31,1	0,3
21,1	17,0	20,9	35,1	5,3				

Опрацювавши завдання ЗНО і НМТ за різні роки ми можемо зробити висновок, що завдання з теми «Інтеграл та його застосування» зустрічаються, як в першій частині, де потрібно обрати одну правильну відповідь, так і в завданнях 3 рівня, де потрібно обчислити і записати відповідь.

Отже для отримання, що найменше балу середнього рівня із ЗНО чи НМТ необхідно мати теоретичні знання і практичні навички розв'язування інтегралів.

#### **1.4 Вікові особливості студентів закладів фахової передвищої освіти**

Протягом останнього десятиріччя, внаслідок змін у соціальному житті та економічному середовищі в багатьох країнах, відбулося прискорення фізичного та частково психічного розвитку дітей та підлітків. Термін "студент" має латинський корінь і перекладається як особа, яка старанно працює та навчається, отже, отримує знання. Спільна діяльність, а саме навчання, об'єднує студентів, формуючи соціально-професійну групу. Основною метою цієї групи є отримання необхідних знань та навичок в обраній галузі та розвиток самостійної творчої діяльності.

Другий період юності, на який припадає студентський вік, є етапом розвитку особистості. У цей час відбувається становлення фахівця, формування його світогляду, ідеалів та переконань. Студентські роки важливі не лише для професійного зростання, але й як час, коли молоді люди крокують до зрілості. Важливість цього періоду підкреслюється словами К. Д. Ушинського, який вважав, що від 16 до 22-23 років відбувається вирішальний етап у формуванні уявлень та думок особистості, які визначають її подальший розвиток.

Розглядаючи студентів, як особистість певного віку, можна проаналізувати з трьох різних поглядів: соціального, психологічного та біологічного.

Соціальна іпостась студента підвищує його належність до конкретної соціальної (академічної) групи і виражається через результативні функції, що відповідають майбутній професії.

Психологічна іпостась студента охоплює всі психічні процеси, стан та властивості особистості, такі як характер, темперамент, спрямованість, здатність. Ці аспекти програми, якими відбувається розвиток психічних процесів та виникнення психічних станів.

Біологічна іпостась студента включає такі аспекти, як тип нервової діяльності, будова аналізаторів, безумовні рефлекси, соматичний тип, психомоторика, фізичний стан та інші фізичні характеристики.

Зважаючи на ці іпостасі, важливо проводити дослідження якостей та можливостей студентів, а також їх вікових та особистісних особливостей у всіх значущих аспектах.

Важливим періодом для студента є другий період юності, коли він обирає свою професію, вивчає її та розвивається в інших сферах життя. Під час цього періоду студенти формують світогляд, етичні та політичні погляди на основі накопичених знань, життєвого досвіду, власних роздумів та дій [31].

Проте, студенти часто стикаються з іншими протиріччями у своєму соціально-психологічному розвитку. Вони намагаються впоратися з економічною залежністю від батьків, але повинні підпорядковуватися правилам навчального закладу. Це призводить до конфлікту між бажаннями та можливостями. Деякі студенти намагаються заробляти гроші, поруч із навчанням, що може вплинути на якість їхнього навчання та особистого життя.

Крім того, студентам часто не вистачає часу на обробку великого обсягу інформації, що надходить до них. Поєднання широкого обсягу інформації з глибоким її осмисленням створює додаткове протиріччя.

Також існує протиріччя між розвитком та навчанням. У школі навчання завжди випереджало розвиток, але в університеті часто розвиток студентів може випереджати навчання та виховання.

Другий період характеризується максималізмом та категоричністю в оцінках студентів. Ця категоричність може виявлятися через їхнє негативне ставлення до дорослих та неприйняття їхніх думок, особливо щодо людей похилого віку. Без позитивного впливу та ділових контактів із дорослими, студенти можуть не проявляти активність і намагатися висловити свою незалежність шляхом антисоціальних дій та конфліктів.

Р. Мей, американський психолог, вказує на те, що студенти, перенасичені знаннями, можуть відчувати потребу в якійсь формі "вибуху" або виразити себе як незалежних особистостей, що може призвести до конфліктів та проблем. Важливо направляти цю енергію в творче русло, намагатися розуміти і підтримувати студентів.

Усім викладачам важливо бути мудрими та толерантними, вірити у студентів та сприяти їхньому позитивному розвитку. Студенти вже з перших курсів проявляють здатність до критичного мислення, іноді критикують викладачів та режим навчального закладу. Їхня самокритика може бути неоднозначною і нереалістичною, але важливо підтримувати їх у їхніх зусиллях.

Психологи показують, що розвиток психічних функцій та інтелекту не протікає рівномірно в цей період. У студентів спостерігаються "підйоми" та "спади" у розвитку мислення та пам'яті. Ця різка зміна може вплинути на їх успішність у навчанні.

Адаптація першокурсників до навчання в закладах фахової передвищої освіти є складною. Різка зміна в стереотипах роботи та вимогах може привести до стресових ситуацій. Для кожного студента перебудова динамічних стереотипів може бути індивідуальною та залежить від його нервової діяльності та соціальних факторів.



Адаптація першокурсників може бути важкою через ряд факторів, з якими стикаються студенти. До основних труднощів, які виділяють психологи, належать:

- негативні переживання через вихід із шкільного колективу: перехід зі школи в заклад фахової передвищої освіти означає втрату старого соціального середовища та вступ до нового, незнайомого колективу. Це може призвести до стресу та негативних емоцій;

- невизначена мотивація вибору професії та недостатня психологічна готовність до неї: багато студентів можуть не мати чіткого розуміння, чому вони обрали певну професію. Недолік глибокого розуміння майбутньої професії може призвести до труднощів у навчанні та професійному розвитку;

- відсутність навичок самостійної роботи та психологічної саморегуляції: багато студентів стикаються з викликами, пов'язаними з потребою самостійної підготовки до занять, конспектуванням, роботою з науковою літературою та управлінням власним часом. Психологічна саморегуляція та мотивація грають важливу роль у навчанні та саморозвитку студентів.

Пошук оптимального режиму праці та відпочинку: переїзд до гуртожитку або навчання в іншому місці може вимагати адаптації до нових умов проживання та побуту. Студентам потрібно вчитися організовувати свій час, працювати та відпочивати в ефективний спосіб.

Для полегшення адаптації першокурсників потрібно надавати:

- професійну адаптацію: спрямована на адаптацію до навчального процесу, розвиток навичок самостійної роботи та підготовки до майбутньої професії;

- соціально-психологічну адаптацію: включає в себе адаптацію до академічної групи, взаємодію з одногрупниками, розвиток власного стилю поведінки та адаптацію до нового соціального середовища [32].

Адміністрація навчального закладу, викладачі та студенти старших курсів можуть сприяти адаптації першокурсників, надаючи підтримку та допомагаючи

їм включитися в новий колектив та навчальну діяльність. Психологічні служби навчальних закладів також можуть бути корисними для студентів, які стикаються із складністю адаптації.

## **РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ»**

### **2.1 Порівняльна характеристика онлайн платформ для створення математичних тестів.**

Дистанційне навчання сприяло широкому впровадженню онлайн тестування та онлайн завдань. Вони стали необхідною складовою процесу навчання. Окрім цього можна виділити такі ключові аспекти, які сприяють поширенню онлайн тестів:

- зручність та доступність: онлайн-тести можна виконати в будь-який час і в будь-якому місці з доступом до Інтернету. Це зручно, можна працювати над завданнями відповідно до свого графіка і темпу;
- нові можливості для оцінки: онлайн-тести дають можливість використовувати різні формати запитань, такі як завдання з декількома

відповідями, заповнення пропусків, аналітичні завдання, тощо. Це урізноманітнює завдання та покращує рівень знань студентів.

- автоматизація та швидкість оцінювання: онлайн-тести можуть бути автоматизовані, що дозволяє швидше отримати результат і повернути зворотний зв'язок. Також можна оперативно перевірити свої помилки та виправити їх;

- збільшення залученості: деякі онлайн-тести включають інтерактивні завдання, які роблять навчання більш залученим та цікавим. Вони можуть включати відео, аудіо та інші мультимедійні компоненти.

Однак важливо пам'ятати, що онлайн-тести також мають свої обмеження та недоліки. Деякі студенти можуть зіткнутися з труднощами у виконанні завдань через технічні або інші проблеми. Тому важливо спільно шукати шляхи подолання цих труднощів та підтримувати один одного.

Загалом, онлайн тести є інструментом у сучасному навчанні, який допоможе нам ефективніше оцінити знання та навички [21].

Тому для того щоб швидко та якісно перевірити знання, ми вирішили розробити онлайн-тести з теми «Інтеграл та його застосування» для студентів закладів передвищої освіти.

Перед тим як створювати самі тести потрібно обрати платформу на якій це буде зручно робити. Нами було переглянуто і проаналізовано платформи: Google форми, Kahoot, Classtime, Всеосвіта.

Google Forms - це онлайн-платформа, яка надає можливість створювати тести та опитування з відкритими типами питань. Розглянемо деякі характеристики Google Forms, які можуть бути корисними для створення математичних тестів:

- різноманітні типи питань: Google Forms підтримує різні типи питань, включаючи текстові відповіді, вибір із варіантів, масштабування, установку зображення та багато іншого. Це дозволяє створити різноманітні математичні завдання, такі як обчислення, вибір правильних відповідей або навіть завдання з графіками;

-вбудовані формули: Google Forms має можливість вставляти математичні формули та символи в питання і відповіді. Це додатково допомагає створювати складні математичні завдання;

-варіанти відповідей: можна додати різні варіанти відповідей до питань і встановити правильні відповіді, що дає можливість автоматичного підрахунку балів після завершення тесту;

-аналітика: Google Forms надає інструменти для аналізу відповідей та статистики, які дозволяють оцінити результати тестування та виявити труднощі, які виникли у студентів під час їх виконання.

Доступ до Інтернету. Google Forms зберігає дані в хмарному сховищі, що означає отримання доступу до тестів та відповідей з будь-якого пристрою, підключеного до Інтернету.

Загалом, Google Forms є потужним і зручним інструментом для створення математичних тестів, організації тестувань та аналізу результатів. Він може бути використаний в освітніх закладах або в інших сферах, де потрібно проводити тестування та збирати відповіді від учасників.

Google Forms — це один із безкоштовних онлайн-редакторів документів, що входить до зіркового складу вебпакета Google.

Доступ до функціоналу, як і в суміжних продуктах компанії, відкритий для зареєстрованих користувачів.

Незважаючи на те, що сервіс безкоштовний, власники наділили його широким спектром опцій.

Розглянемо, як можна створити Форму.

Перше, що потрібно зробити це увійти до облікового запису Google.

Натиснувши піктограму «Додатки Google», вибрати зі списку «Форми».

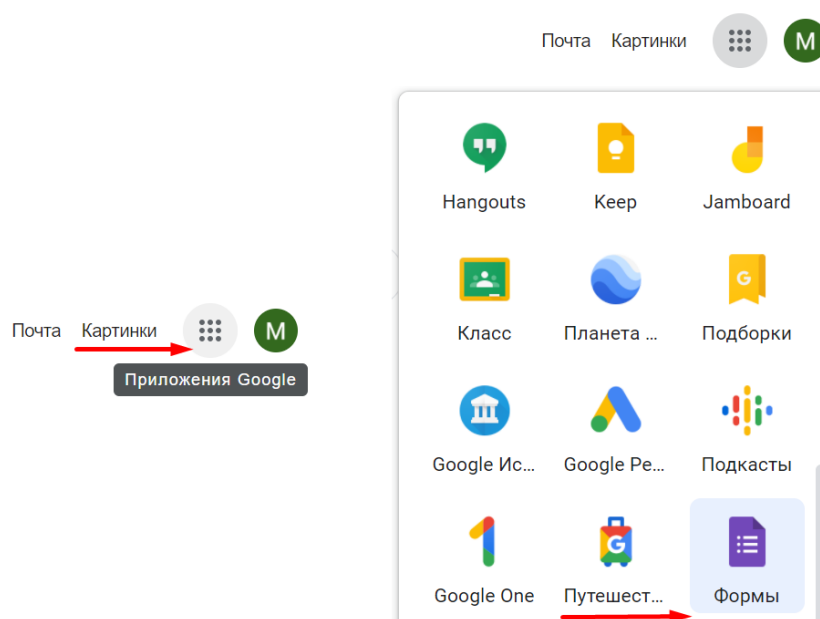


Рис. 2.1. Вхід в додаток «Google форми»

У діалоговому вікні є можливість ознайомитися з переліком стандартних шаблонів, що є в наявності (просто натиснути на іконку з галереї, що сподобалася), або перейти до створення форми на свій особистий розсуд (натиснувши знак «+», що закликає до дії).

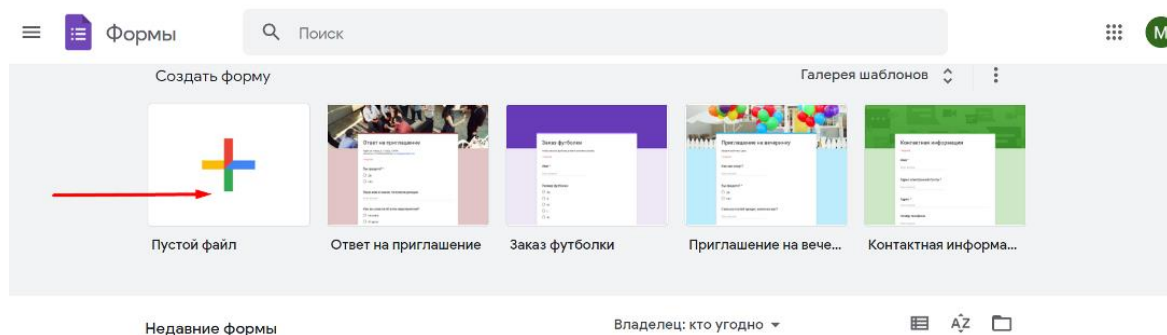


Рис. 2.2. Шаблоны Google Forms

При складанні опитувальника користувачем самостійно Google відкриває для нього ще більше можливостей для польоту фантазії та налаштування форми в бажаному вигляді.

У вікні:

- задаємо ім'я форми;
- додаємо опис;
- вказуємо питання (у необхідній кількості), міняємо їх місцями;
- додаємо варіанти відповідей та систему оцінювання;

- доповнюємо питання зображенням (за бажання його можна відразу відформатувати);
- вибираємо формат запитання/відповіді.

Це ті нескладні дії, які необхідні для створення опитувальника.

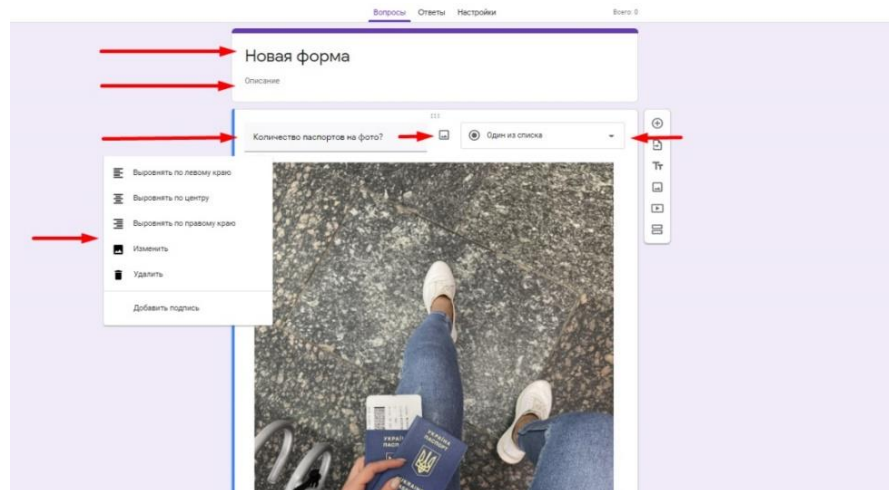


Рис. 3. Вікно створення форми

Отже, логіка роботи з формами надзвичайно проста — створити Google форму під силу новачку з мінімальними знаннями.

Розглянемо другу платформу Kahoot - це інтерактивна освітня платформа, яка дозволяє викладачам та студентам створювати та грати в ігри-тести, включаючи математичні тести, як під час навчання так і поза ним. Розглянемо деякі характеристики Kahoot як засіб створення математичних тестів:

-інтерактивність: Kahoot дає можливість створювати ігри-тести, в яких учасники можуть відповідати на питання в режимі реального часу. Це створює інтерактивне навчання та залучає учнів;

-варіативність питань: можна створювати різні типи питань, включаючи питання з математичними обчисленнями, вибір із варіантів, заповнення пропусків та багато інших. Це дозволяє урізноманітнити математичні тести;

-змагальний аспект: Kahoot додає змагальний аспект до навчання, більшість учасників борються за найкращі результати та позиції в таблиці лідерів. Це може бути заохочувальним для учнів і разом стимулювати їх для більш активної участі;

можливість додавання зображення та відео: Kahoot дозволяє вставляти зображення та відеоролики в питання, які можуть бути корисними для візуалізації математичних концепцій або виконання завдань;

доступ до готових тестів: платформа містить велику кількість готових тестів на різні теми, включаючи математику. Вчителі можуть використовувати ці готові матеріали або адаптувати їх під свої потреби;

оцінка та аналітика: Kahoot надає статистику та звіти про результати кожного тесту, які вчителі оцінюють та застосовують під час навчального прогресу з учнями.

Kahoot дозволяє створювати тести, опитування, вікторини. Платформу можна використовувати під час роботи з будь-якими віковими категоріями. Добре підійде як для молодшої школи, так і для дорослих людей.

На платформі можна створити:

- квіз (Quiz), для кожного питання 4 варіанти відповіді, одна з яких правильна.
- тест (True or False), д
- о кожного питання 2 варіанти відповіді, правильна одна.

Kahoot можна використовувати безкоштовно, але з платним тарифом можна використовувати додаткові форми питань: відкриті запитання, опитування, тощо. Проте, безкоштовної версії цілком достатньо, щоб зробити заняття інтерактивним.

Учитель може створити тест та надіслати його як домашнє завдання, як завдання для закріплення пройденого матеріалу або використовувати під час пояснення нових матеріалів, щоб переривати свою лекцію та утримувати увагу учнів.

Для створення нового тесту Kahoot краще одразу продумати структуру та відповіді. Для тестів можна використовувати фото та відео, у питаннях писати формули. Самі питання та відповіді Kahoot можна писати будь-якою мовою. Алгоритм створення:

1. Натиснути “Create”
2. У новому вікні натиснути “New Kahoot!”, щоб створити власний тест із нуля або вибрати один із запропонованих шаблонів.

Kahoot! пропонує такі шаблони:

- Teach with slides - лише для користувачів із платним тарифом
- Kahoot for formative assessment - кахут для перевірки знань. Відкрито при безкоштовній версії.
- Practice spelling and adjectives with Puzzle - доступно із платним тарифом.
- Student selfie Kahoot! - кахут із яким учні можуть розказати про себе. Відкрито при безкоштовній версії.
- Get to know your teacher - кахут із яким учитель може розказати про себе. Відкрито при безкоштовній версії.
- Introduce new topics with a “Blind” Kahoot! - кахут для пояснення нової теми. Відкрито при безкоштовній версії.

Вікно конструктора, у якому створюються тести Kahoot має декілька головних частин:

1. Поле для введення тексту запитання або опису завдання
2. Поле, куди можна додавати фото чи відео
3. Поле, де можна виставити таймер для відповіді на одне запитання (Time limit) та кількість балів, які отримує учасник за кожну правильну відповідь
4. Поля для створення варіантів відповідей
5. Поле, де відображаються вже створені питання. За допомогою кнопки “Add question” додаються нові запитання.
6. Поле для введення назви нового кахуту та опису тесту.
7. “Preview” - попередній перегляд створеного кахуту.



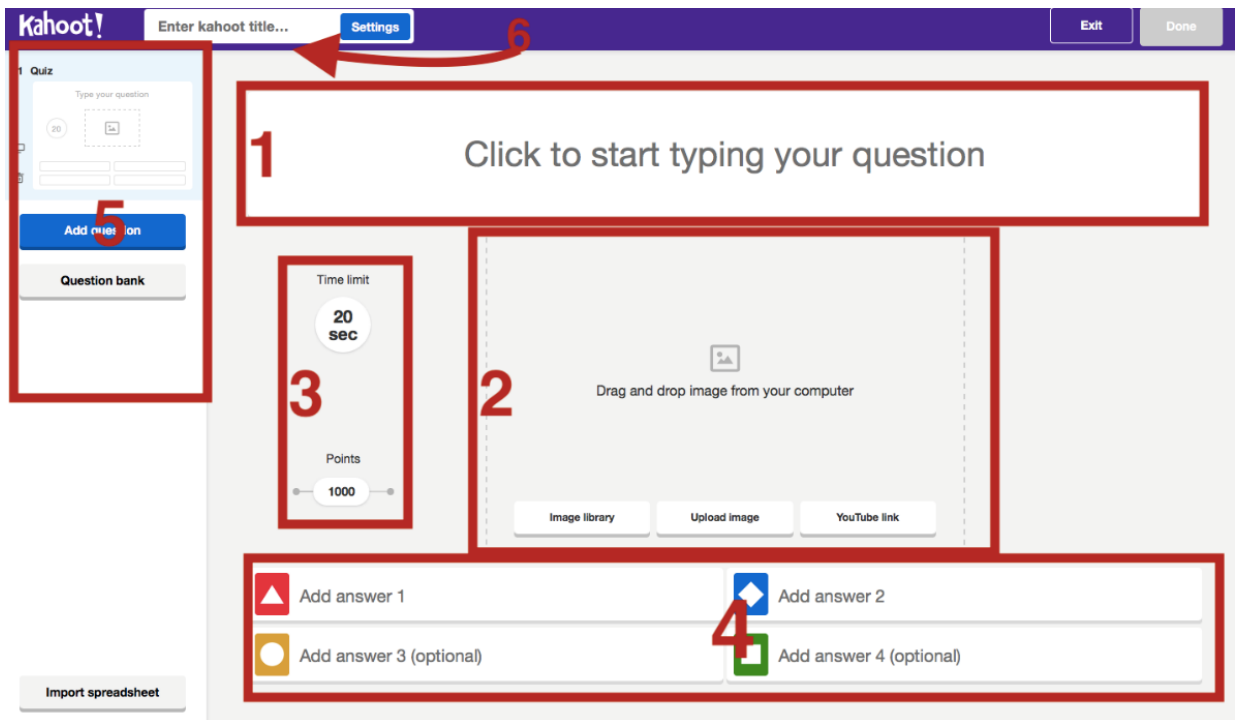


Рис. 2.4. Вікно конструктора тесту Kahoot

Тепер можна наповнювати новий тест питаннями. Потрібно створити потрібну кількість запитань, дату тесту, назву та опис і зберегти.

До запитань формату “quiz” має бути обов’язково 4 варіанти відповідей.

Завершений тест зберігається і тепер його можна надсилати учням.

Алгоритм наступний:

- натисніть “Play” на тому тесті, який плануєте надіслати учням;
- виберіть формат роботи. “Teach” - підходить для звичайних занять у класі. “Assign” - для дистанційного навчання, адже дозволяє надіслати тест учням для самостійного проходження у встановлений термін;
- для “Assign” встановіть дату, до якої потрібно пройти тест;
- скопіюйте посилання на тест або код, який учні можуть увести в вікно на сайті kahoot.it.

При створенні тесту в розділі опису можна додати відео (Lobby video), яке учні обов’язково мають подивитися перед початком тестування:

Рис. 2.5. Створення тесту з додаванням відео матеріалів

Отже, платформа Kahoot є цікавою та інтерактивною, вона залучає учнів до навчання. Але нажаль є обмеження. У безкоштовній версії не всі варіанти створення завдань є доступними, потрібно заплатити, щоб відкрити всі можливості.

Третя Classtime - це платформа для освіти, яка дає можливість створювати та проводити математичні тести та інші форми оцінювання в реальному режимі часу. Розглянемо деякі характеристики Classtime як платформи для створення математичних тестів:

-різноманітні типи питань: Classtime підтримує різні типи питань, включаючи питання з математичними обчисленнями, вибір із варіантів, вставлення зображення, завдання зі списками та багато інших; це дозволяє створювати різноманітні математичні завдання;

-автоматична перевірка: Classtime автоматично перевіряє відповіді учнів та підраховує їхні бали, що спрощує процес оцінювання;

-опції фідбеку: можна додати пояснення та коментарі до правильних і неправильних відповідей, щоб студенти могли отримати зворотний зв'язок і вдосконалити свої знання;

-захист від обману: Classtime має функції для неможливості обману під час тестування, такі як обмеження доступу до Інтернету та інші обмеження;

-зручна аналітика: платформа надає звітну аналітику та статистику про результати кожного тесту, які вчителі оцінюють навчальний прогрес та учні мають слабкі місця;

-доступ до тестів з будь-якого пристрою: Classtime доступний онлайн і працює на різних пристроях, що забезпечує зручність для вчителів і учнів.

-платформа Classtime - це потужний інструмент для створення та проведення математичних тестів в освітньому процесі; він може бути використаний як для оцінювання знань учнів, так і для проведення вправ та відправлення домашніх завдань.

Classtime - це україномовний онлайн-сервіс для миттєвих тестів, які можна проводити під час заняття, простий і зручний у користуванні.

Для того, щоб почати роботу необхідно зайти на головну сторінку Classtime, натиснути “Вхід вчителя” та обрати “Реєстрація”.

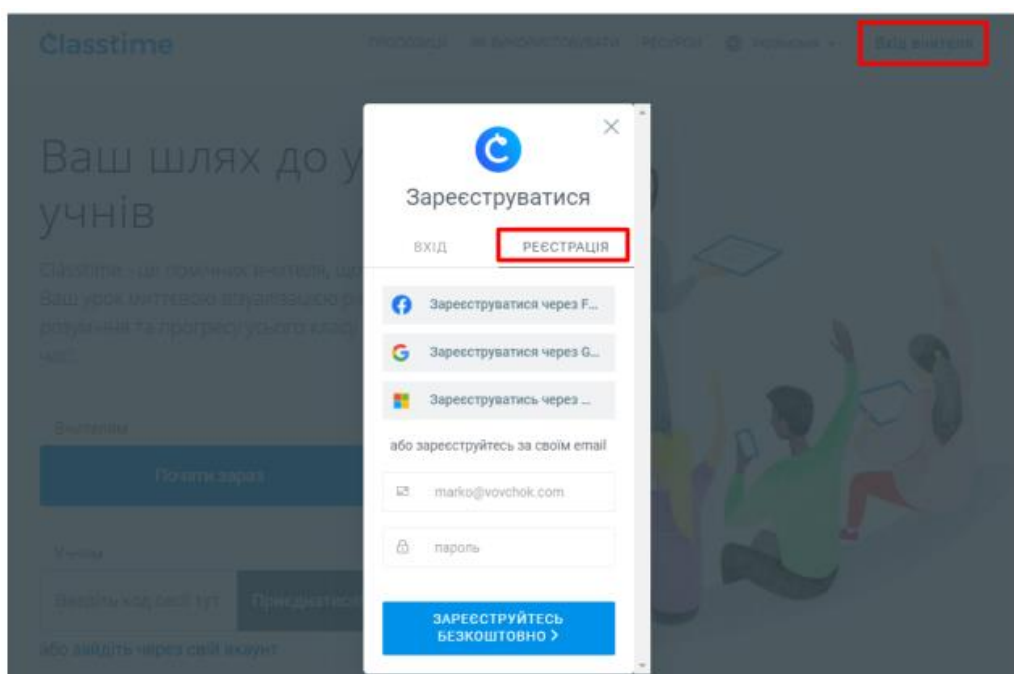


Рис. 1.6. Реєстрація або вхід в Classtime

Для того, щоб створити групу питань необхідно:

1. Зайти в бібліотеку.
2. Натиснути “Нова Група питань” та ввести назву.

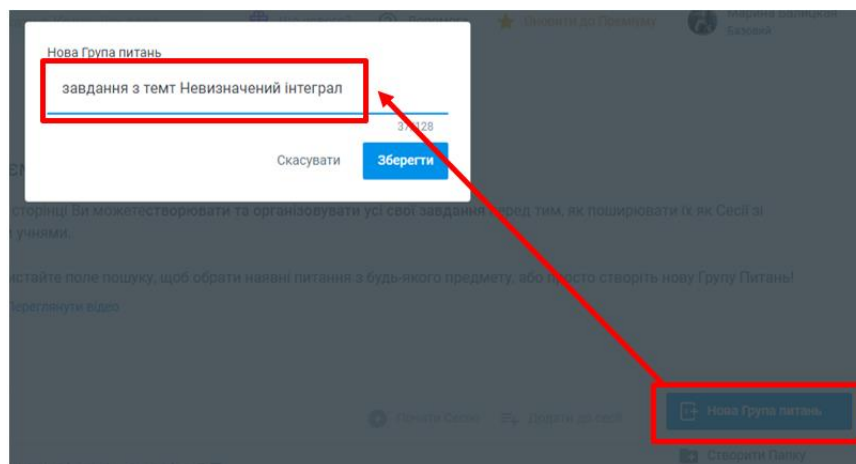


Рис. 2.7. Бібліотека завдань

Щоб створити перше запитання необхідно:

- ввести саме питання;
- ввести додаткові деталі, якщо потрібні;
- обрати тип питання;
- ввести варіанти відповідей, та оберіть правильний.

Рис. 2.8. Створення завдання тесту

Коли запитання готові – можна розпочинати сесію на уроці. Для цього потрібно:

1. Натиснути на “Почати Нову Сесію” з конкретної групи запитань.
2. Запросити учнів приєднатись.

Для цього потрібно поширити з учнями код сесії, або ж посилання. З кодом сесії, учні заходять з головної сторінки, вводячи його в поле “Учням”. За посиланням учні відразу потраплять до сесії.

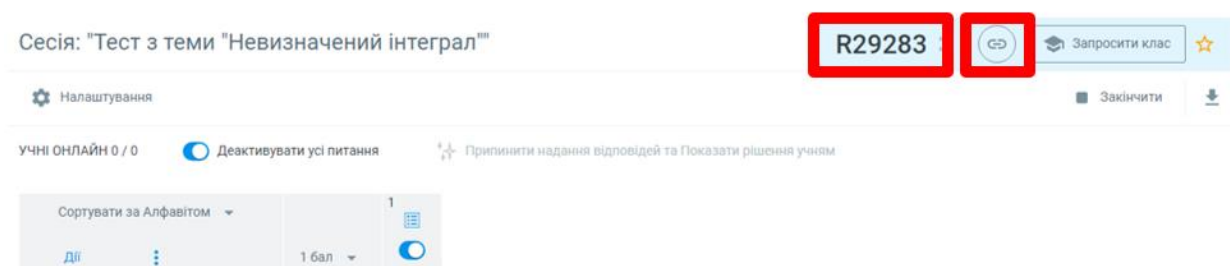


Рис. 2.9. Код та посилання сесії

Учні можуть користуватись Classtime з комп’ютерів, планшетів та смартфонів. Для приєднання до сесії вони можуть скористатися:

1. Входом без авторизації за кодом сесії з головної сторінки.
2. Авторизацією через Студентський портал.

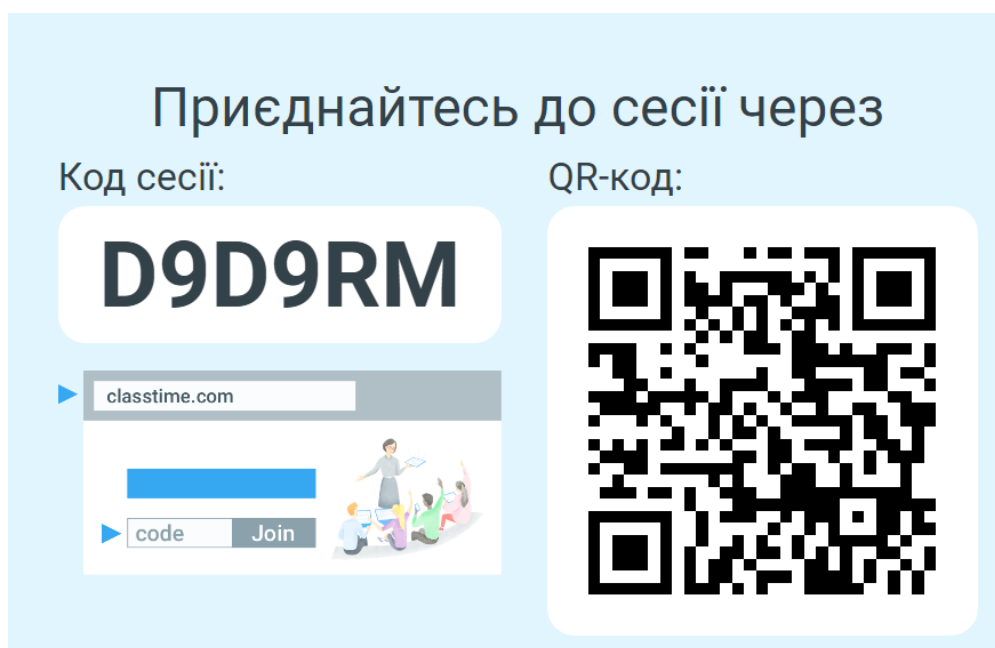


Рис. 10. Способи приєднання до сесії

Сервіс онлайн-тестування Classtime – це потужний інструмент не лише для оцінювання, але й для навчання, що має переваги як для студентів, так і для викладачів в університетах. Однак він буде дійсно ефективним лише тоді, коли студенти сприйматимуть його не як покарання, а як корисну навчальну вправу.

Останньою розглянемо платформу Всеосвіта – це платформа, на якій можна створити тестування, розмістити свої матеріали та знайти потрібні, а також переглядати вебіари.

На сайті «Всеосвіта» розроблений простий у користуванні інструмент – «Конструктор тестів». За допомогою нього можна створювати необмежену кількість тестів для контрольної, самостійної та й просто щоденної перевірки учнівських знань.

«Конструктор тестів» є абсолютно безкоштовним. Цей інструмент стане у пригоді під час карантину і допоможе урізноманітнити дистанційне навчання та зробити вивчення нового матеріалу ефективнішим.

#### Основні переваги «Конструктора тестів»:

- Зручний та простий для розуміння шаблон;
- можливість створювати необмежену кількість тестів;
- редагування тесту доступне у будь-який час;
- варіанти відповідей у тестах можна показувати у довільному порядку;
- будь-яке питання можна оцінити окремо, у такий спосіб кожне завдання матиме свій бал;
- доступний режим, завдяки якому відповіді до кожного питання показуватимуться одразу;
- доступні чотири види тестових запитань: одна відповідь, кілька, вписати в поле відповідь, на відповідність;
- тест може бути відкритим, відкритим лише з дозволу автора або закритим;
- можна переглядати проходження тесту учнями в режимі реального часу;

- три режими проходження тестування: активний, запланований, керований;
- флеш-картки на основі тесту, якими зручно користуватись під час підготовки до ЗНО;
- тести, картинки та формули легко переносяться з текстового редактора;
- робота над помилками доступна одразу після проходження тесту;
- можливість отримати «Свідоцтво про публікацію тесту».

Щоб створити тест необхідно зареєструватися та створити *Особистий кабінет користувача*. Далі на головній сторінці потрібно натиснути кнопку «*Створити тест*» та перейти у розділ «*Мої тести*» (кнопка «*Створити перший тест*»), де згодом можна буде бачити всі свої тести, а також сортувати їх за датою або за активністю проходжень.

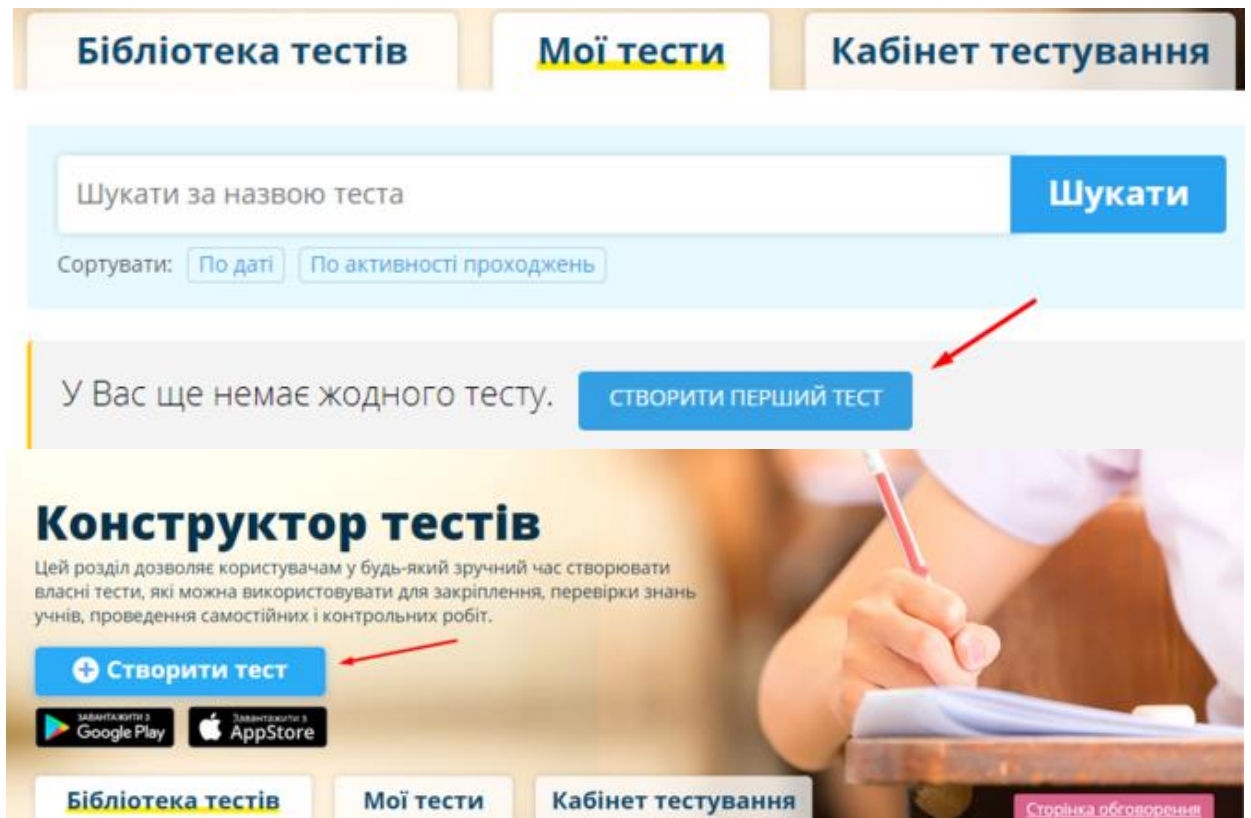


Рис. 2.11. Створення тестів

У відповідне поле потрібно ввести назву тесту, обрати шкільний предмет, з якого хочете провести тестування, позначити клас та обрати необхідне зображення на обкладинку.



**Створити тест**

Назва  
Вкажіть назву тесту

Додати опис який буде відображатись перед початком тестування

Предмет  
[...]

Класи

Дошкільнята  1 Клас  2 Клас  3 Клас  
 4 Клас  5 Клас  6 Клас  7 Клас  
 8 Клас  9 Клас  10 Клас  11 Клас  
 12 Клас  Дорослі

[+ Обрати зображення на обкладинку](#)

[СТВОРИТИ НОВИЙ ТЕСТ](#) [СКАСУВАТИ](#)

Рис. 2.12. Характеристика теста

Далі розпочинаємо створення тесту для цього необхідно обрати вид тестових запитань: з однією правильною відповіддю, з кількома правильними відповідями, з полем для вводу відповіді або на встановлення відповідності.

Додати запитання

з однією правильною відповіддю  з кількома правильними відповідями

з полем для вводу відповіді  на встановлення відповідності

№	Запитання	Тип завдання	К-сть відповідей	К-сть балів
Тест не містить жодного завдання.				

Рис. 13. Типи запитань

Далі пишемо запитання та за потреби завантажуюмо зображення. Зверху вказуємо кількість балів, яку отримає учень за проходження цього завдання. У блоці «Додати пояснення» можна описати значення терміна, поняття чи роз'яснення правильного варіанту відповіді. Це допоможе учням провести роботу над помилками.

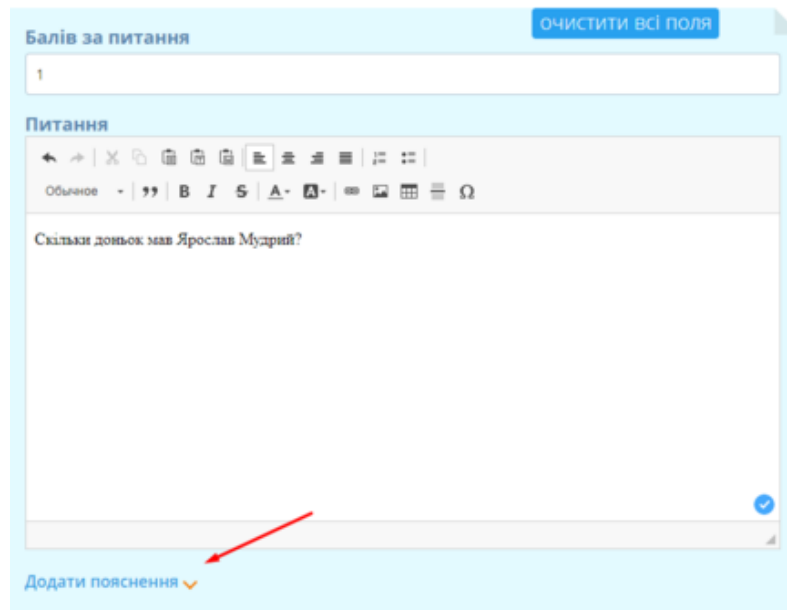


Рис. 2.14. Створення запитання тесту

Далі пишемо варіанти відповідей та вказуємо правильний. За потреби можна додавати необмежену кількість варіантів. У кожному блоку відповіді можна завантажувати зображення.

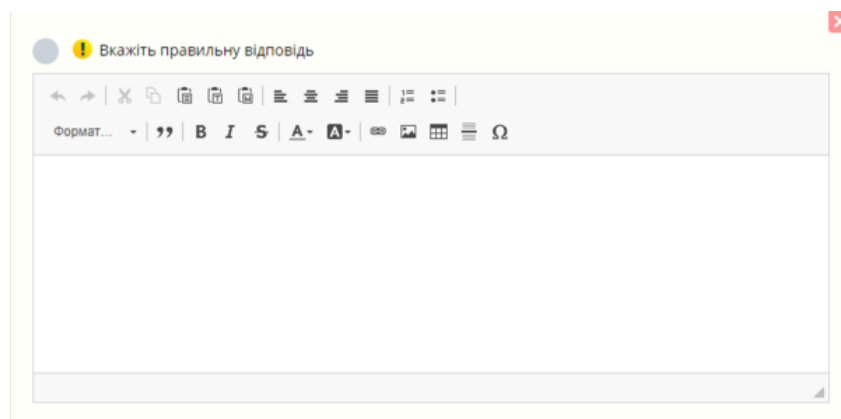


Рис. 2. 15. Створення відповіді до тесту

Після виконаних дій можна зберігати тест.

Перед початком проходження тесту потрібно обрати режим тестування: активний, запланований, керований.

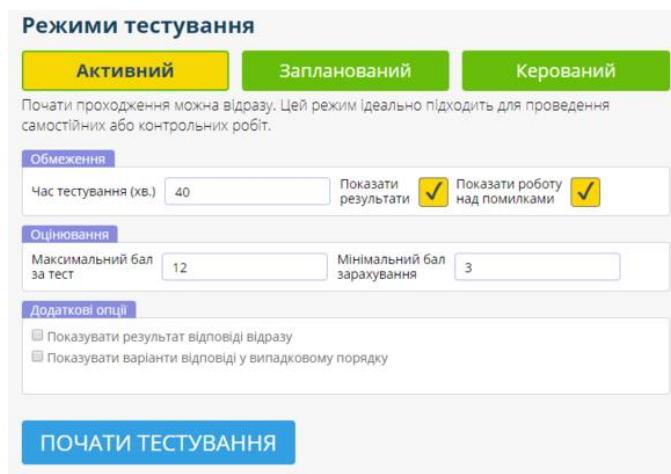


Рис. 2.16. Режим тестування

*Активний* – почати проходження можна відразу. Цей режим ідеально підходить для проведення самостійних або контрольних робіт.

*Запланований* – почати тестування можна лише в заданий час. Цей режим ідеально підходить для перевірки знань учнів вдома.

*Керований* – почати проходження можна лише за вказівкою. Цей режим особливий тим, що вчитель сам визначає тривалість тестування.

Крім того, можна вказати *максимальний* та *мінімальний бали* за тест.

Можна обрати додаткові опції:

- Показувати результат відповіді відразу.
- Показувати варіанти відповіді у випадковому порядку.

Після натиснення кнопки «*Почати тестування*», необхідно додати учнів. Для цього потрібно скористатися QR-кодом, кодом тестування або посиланням.

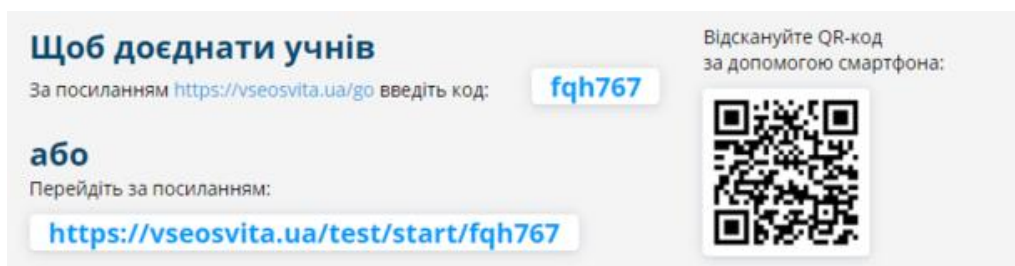


Рис. 2.17. Посилання та QR-код тесту

У «*Бібліотеці тестів*» можна обрати Режими доступу до тестів: закритий, відкритий та відкритий лише з дозволу автора.

## Режими доступу до тесту:




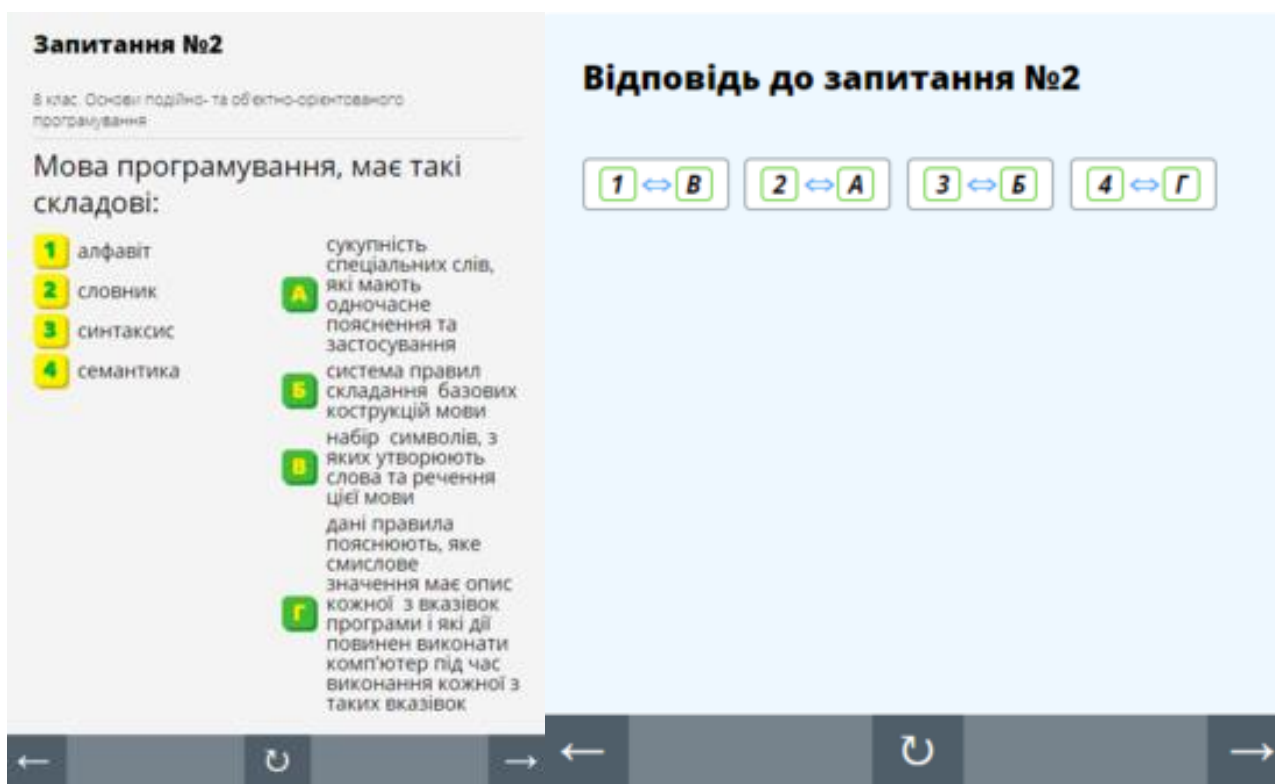
-  Тест **ЗАКРИТИЙ** для відображення в бібліотеці тестів
-  Тест **ВІДКРИТИЙ** для відображення в бібліотеці тестів (активувати режим)
-  Тест **ВІДКРИТИЙ** для відображення в бібліотеці тестів, але проходження доступно лише з дозволу автора. Кількість запитань для перегляду обмежена (активувати режим)

Рис. 18. Режими роботи тесту

Крім того, є можливість завантажити усі результати у таблиці EXCEL (відповідна кнопка знаходиться внизу сторінки).

На основі кожного тесту формуються *флеш-картки* із запитанням-відповіддю, які надзвичайно зручно використовувати під час підготовки до ЗНО.



**Запитання №2**

8 клас. Основні подійно- та об'єктно-орієнтованого програмування.

Мова програмування, має такі складові:

- 1** алфавіт
- 2** словник
- 3** синтаксис
- 4** семантика

сукупність спеціальних слів, які мають одночасне пояснення та застосування

**А** система правил складання базових конструкцій мови

**Б** набір символів, з яких утворюють слова та речення цієї мови

**В** дані правила пояснюють, яке смислове значення має опис кожної з вказівок програми і які дії повинен виконати комп'ютер під час виконання кожної з таких вказівок

**Г**

**Відповідь до запитання №2**

1 ↔ В    2 ↔ А    3 ↔ Б    4 ↔ Г

Рис. 2.19. Флеш-картки на основі тесту

Тест завжди доступний для редагування – для цього потрібно повернутися до розділу «Мої тести» та змінити чи оновити інформацію.

Отже, платформа «Всеосвіта» зручна та доступна з будь-якого пристрою. За допомогою неї можна керувати тестуванням, встановлювати час проходження та термін початку та зупинки тестування. Можна переглянути пристрій, з якого учень проходить тестування та скільки разів та який час він витратив на тест. Дуже корисною є функція аналізу і систематизації відповідей учнів, що допомагає швидко виявити прогалини в знаннях і швидко їх усунути.

Під час дистанційного навчання, онлайн-тести стали невід'ємною складовою навчального процесу. За допомогою них можна перевірити знання студентів з будь-якої теми, проаналізувати засвоєння поданого матеріалу та знайти прогалини у навчанні

## 2.2 Розробка онлайн-тестів з теми «Інтеграл та його застосування»

Розглянувши робочі програми навчальної дисципліни «Вища математика» відокремленого структурного підрозділу «Професійно-педагогічний фаховий коледж Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка» ми виокремили три теми «Невизначений інтеграл», «Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій» та «Інтеграл та його застосування» за якими створили тести.

### Невизначений інтеграл

*Питання (1-8) мають одну правильну відповідь.*

1. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \frac{3}{x} dx$

A)  $3 \ln x + C$ ;

C)  $3 \ln|x| + C$ ;

B)  $\ln|x| + C$ ;

D)  $\ln 3x + C$ .

2. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \sin 3x dx$

A)  $-\cos 3x + C$ ;

B)  $-\frac{1}{3}\cos x + C;$

D)  $-\frac{1}{3}\cos 3x + C.$

C)  $\frac{1}{3}\cos 3x + C;$

3. Знайдіть невизначений інтеграл  $7\int 2^x dx$ 

A)  $\frac{7}{\ln 2}2^x + C;$

C)  $\frac{7^x}{\ln 7} + C;$

B)  $\frac{2^x}{\ln 2} + C;$

D)  $\frac{2^x}{\ln 7} + C.$

4. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$ 

A)  $\frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x + C;$

C)  $\frac{1}{2}\operatorname{ctg} 2x + C;$

B)  $\frac{1}{2}\operatorname{tg} x + C;$

D)  $\operatorname{tg} 2x + C.$

5. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int (2x-3)^8 dx$ 

A)  $\frac{(2x-3)^7}{2} + C;$

C)  $\frac{(2x-3)^9}{2} + C;$

B)  $\frac{(2x-3)^9}{18} + C;$

D)  $\frac{(2x-3)^9}{9} + C.$

6. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \frac{dx}{(5x+1)^3}$ 

A)  $-\frac{1}{10(5x+1)^2};$

C)  $-\frac{1}{5(5x+1)^2};$

B)  $-\frac{1}{10(5x+1)^3};$

D)  $-\frac{1}{2(5x+1)^2}.$

7. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \left( e^x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$ 

A)  $e^x - \operatorname{ctg} 2x + C;$

B)  $e^x - \operatorname{tg} x + C;$

C)  $e^x + \operatorname{ctgx} + C$ ;

D)  $e^x - \operatorname{ctgx} + C$ .

8. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \sin x \right) dx$

A)  $2\sqrt{x} + \cos x + C$ ;

B)  $2\sqrt{x} - \cos x + C$ ;

C)  $\sqrt{x} + \cos x + C$ ;

D)  $2\sqrt{x} + \sin x + C$ .

9. Установіть відповідність між інтегралом (1-4) і його значенням (A-E)

1)  $\int 10 dx$

2)  $\int x^5 dx$

3)  $\int \frac{5}{x^3} dx$

4)  $\int \sqrt{x} dx$

A)  $\frac{x^6}{6} + C$

B)  $\frac{3}{2}\sqrt{x} + C$

C)  $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$

D)  $10x + C$

E)  $\frac{-5}{2x^2} + C$

10. Установіть відповідність між функцією, заданою формулою (1-3), і її первісною (A-D)

1)  $f(x) = \cos 3x$

2)  $f(x) = 3 \cos x$

3)  $f(x) = 3 \cos 3x$

A)  $F(x) = \frac{1}{3} \sin x + C$

B)  $F(x) = \sin 3x + C$

C)  $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x + C$

D)  $F(x) = 3 \sin x + C$

11. Запишіть відповідь. Для даної функції знайдіть первісну, графік якої проходить через задану точку  $f(x) = 4x + \frac{1}{x^2}$ ,  $M(-1; 4)$ . У відповіді запишіть вільний коефіцієнт.

### Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій

*Питання (1-5) мають одну правильну відповідь.*

1. Знайдіть інтеграл  $\int \frac{x^2 + 3\sqrt{x} - 2}{x^3} dx$

A)  $\ln|x| - \frac{2}{x\sqrt{x}} + x^{-2} + C$ ;

C)  $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} x^3 + C$ ;

B)  $|5x| - \frac{7}{\sqrt{x}} + C$ ;

D)  $\ln \left| \frac{3\sqrt{2}}{x} \right| x + C$ .

2. Знайдіть інтеграл  $\int e^{9x^3} 5x^2 dx$

A)  $\ln|e^{9x^3}| + C$ ;

C)  $\frac{5}{27} e^{9x^3} + C$ ;

B)  $\frac{e^{9x^3}}{27} + C$ ;

D)  $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$ .



3. Знайдіть інтеграл, застосовуючи метод інтегрування частинами  $\int (4x-2)\cos(2x)dx$ .

$$\begin{aligned} u &= 4x-2 \\ dv &= \cos(2x) \\ \text{A) } du &= 4x-2 \\ v &= \frac{1}{2}\sin(2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= 4x-2 \\ dv &= \cos(2x)dx \\ \text{B) } du &= 4xdx \\ v &= \frac{1}{2}\sin(2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= 4x-2 \\ dv &= \cos(2x)dx \\ \text{C) } du &= (4x-2)dx \\ v &= \frac{1}{2}\sin(2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= 4x-2 \\ dv &= \cos(2x) \\ \text{D) } du &= (4x-2)dx \\ v &= \frac{1}{2}\sin(2x) \end{aligned}$$

4. Знайдіть інтеграл, застосовуючи метод інтегрування частинами  $\int 5x^2e^{\frac{6x}{3}}dx$ .

$$\begin{aligned} u &= x^2 \\ dv &= e^{2x} \\ \text{A) } du &= \frac{x^3}{3} \\ v &= \frac{e^{2x}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= x^2 \\ dv &= e^{2x}dx \\ \text{B) } du &= \frac{x^3}{3}dx \\ v &= \frac{e^{2x}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= x^2 \\ dv &= 5e^{2x}dx \\ \text{C) } du &= 2xdx \\ v &= \frac{e^{2x}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= x^2 \\ dv &= e^{2x}dx \\ \text{D) } du &= 2xdx \\ v &= \frac{e^{2x}}{2} \end{aligned}$$

5. Знайдіть інтеграл, застосовуючи метод інтегрування частинами  $\int \arcsin(2x)dx$ .

$$\text{A) } \frac{1}{2}\sqrt{1-4x^2} + x \arcsin\left(\frac{2x}{1}\right) + C;$$

$$\text{B) } \frac{1}{4}\sqrt{2x^2} + x \arcsin\left(\frac{2x}{1}\right) + C;$$

C)  $x \arcsin\left(\frac{2x}{1}\right) + C;$

D)  $\frac{1}{2}\sqrt{1-4x^2} + x \arcsin\left(\frac{2x}{4}\right) + C.$

6. Запишіть відповідь. Обчисліть інтеграл  $\int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx.$

7. Запишіть відповідь. Обчисліть інтеграл  $\int \frac{2x^2-5x+9}{x^3+x^2-9x} dx.$

8. Запишіть відповідь. Обчисліть інтеграл  $\int \frac{5x^2+7x+11}{(x-4)^2(x-1)^3} dx.$

### Інтеграл та його застосування

Питання (1-3) мають одну правильну відповідь.

1. Обчисліть  $\int_{-1}^1 x^2 dx.$

A)  $\frac{1}{3};$

C) 1;

B)  $\frac{2}{3};$

D) 0.

2. Укажіть формулу для обчислення площі фігури, обмеженої лініями  $y = x^2; y = x.$

A)  $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx;$

C)  $S = \int_0^1 (x^2 + x) dx;$

B)  $S = \int_0^1 (x - x^2) dx;$

D)  $S = \int_0^1 x^2 dx.$

3. Серед наведених функцій укажіть таку, що задовольняє умову

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = 0.$$

A)  $f(x) = 1$ ;

B)  $f(x) = x^2$ ;

C)  $f(x) = \sqrt{x}$ ;

D)  $f(x) = \sin x$ ;

E)  $f(x) = \cos x$ .

4. Установіть відповідність між визначеним інтегралом (1-3) та його значенням (А-Е).

1. $\int_0^2 (4x-1)dx;$	А)5;
	В)3;
2. $\int_1^e \frac{4dx}{x};$	С)4;
	Д)-2;
3. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 6 \sin x dx.$	Е)6.

5. Запишіть відповідь. Відповідь з відкритою Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 - 3x + 4$  і  $y = 4 + 3x - x^2$ .

6. Запишіть відповідь. Обчисліть інтеграл  $\int_0^1 \left( \frac{6}{\sqrt{3x+1}} + x \right) dx$ .

7. Запишіть відповідь. Знайдіть шлях,  $y$  ( $m$ ), пройденим тілом, що рухається прямолінійно, за проміжок часу від  $t=0c$  до  $t=1c$ , якщо швидкість  $v$  тіла у  $m/c$  задана формулою  $v(t) = 4t + 3$ .

8. Обчисліть  $12 \int_2^3 \frac{1-x^4}{1-x} dx$ .

Під час дистанційного навчання методи і підходи до лекцій, практичних занять та контролю знань студентів поступово змінюються. Онлайн ресурси відіграють у цьому провідну роль. Для контролю та перевірки знань студентів використовують опитування, тестування, самостійну та контрольну роботу.

Онлайн-тести є ефективним інструментом для контролю знань студентів. Вони дозволяють швидко і об'єктивно оцінити результати навчання, а також надати зворотній зв'язок про те, на які теми потрібно звернути більше увагу.

Ми пропонуємо проводити тестування «Невизначений інтеграл» та «Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій» по завершенню вивчення даних тем. Для перевірки засвоєння знань, виявлення

прогалин та своєчасного їх корегування. Тест «Інтеграл та його застосування» ми пропонуємо проводити по завершенню вивчення змістового модуля «Інтегральне числення функції однієї змінної» для проведення висновки, щодо засвоєння даного модуля.

Подані тести в горі ми помістили на платформу «Всеосвіта», їх можна переглянути за посиланнями:

1. Інтеграл та його застосування

<https://vseosvita.ua/test/intehral-ta-ioho-zastosuvannia-3585977.html?rl=3730589>

2. Знаходження невизначеного інтеграла

<https://vseosvita.ua/test/znakhodzhennia-nevyznachenykh-intehraliv-3585979.html?rl=3730589>

3. Основні методи інтегрування. Інтегрування частинами.

<https://vseosvita.ua/test/intehruvannia-funktsii-odniiei-zminnoi-metod-zaminy-zminnoi-metod-intehruvannia-chastynamy-3585981.html?rl=3730589>

### Тест: Інтеграл та його застосування

**Щоб доєднати учнів**  
За посиланням  
[vseosvita.ua/go](https://vseosvita.ua/go) введіть код: **ijn300**  
або  
Перейдіть за посиланням:  
<https://vseosvita.ua/test/start/ijn300>  
Ви можете додати цей тест у **Google Classroom** **додати**

Відскануйте QR-код за допомогою смартфона:

Рис. 2.20. Лінк тесту «Інтеграл та його застосування»

### Тест: Знаходження невизначених інтегралів

**Щоб доєднати учнів**  
За посиланням  
[vseosvita.ua/go](https://vseosvita.ua/go) введіть код: **mfb467**  
або  
Перейдіть за посиланням:  
<https://vseosvita.ua/test/start/mfb467>  
Ви можете додати цей тест у **Google Classroom** **додати**

Відскануйте QR-код за допомогою смартфона:

Рис. 2.21. Лінк тесту «Знаходження невизначених інтегралів»

## Тест: Інтегрування функцій однієї змінної. Метод інтегрування частинами.

**Щоб доєднати учнів**

За посиланням [vseosvita.ua/go](https://vseosvita.ua/go) введіть код: **acm711**

**або**

Перейдіть за посиланням: <https://vseosvita.ua/test/start/acm711>

Відскануйте QR-код за допомогою смартфона:

Ви можете додати цей тест у **Google Classroom** [додати](#)

Рис. 2.22. Лінк тесту «Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій»

ЗАПИТАННЯ №4 Балів: 12%

Знайти невизначений інтеграл  $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$

$\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x + C$

$\frac{1}{2} \operatorname{tg} x + C$

$\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x + C$

$\operatorname{tg} 2x + C$

Рис. 2.23. Приклад завдання з тесту

Для перевірки складності тесту і рівня обізнаності студентів з теми «Знаходження невизначеного інтегралу» ми надали онлайн-тест групі студентів коледжу, які навчаються за спеціальністю «Економіка». Тест пройшло 9 студентів. За допомогою статистичних елементів платформи ми можемо переглянути статистику по кожному питанню.

## Знаходження невизначених інтегралів

№ запитання	Відсоток правильних відповідей	Тип запитання	
1	6/9 (67%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
2	5/9 (56%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
3	4/9 (44%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
4	8/9 (89%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
5	4/9 (44%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
6	6/9 (67%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
7	5/9 (56%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>
8	4/9 (44%)	з однією правильною відповіддю	<a href="#">переглянути</a> <a href="#">редагувати</a>

Рис. 2.24. Статистичні дані тесту по кожному запитанню

Переглянувши статистичні дані тестування ми може зробити висновок, що для більшості студентів тест виявився складним, особливо питання 3, 5 і 8.

Можемо зробити висновок, що студентам необхідно повернутися до вивчення цієї теми і більш детально її розібрати.

Отже, онлайн тестування надає можливість швидко та майже без перешкод перевіряти знання студентів в режимі дистанційного навчання, що в свою чергу сприяє швидкому надолуженню знань з будь-якої теми. А викладачеві надає розуміння про можливі прогалини в знаннях студентів.

### 2.3 Методичні рекомендації використання тестів під час вивчення теми «Інтеграл та його застосування»

Тема «Інтеграл та його застосування» є однією з найважливіших тем у математиці. В сою чергу дистанційне навчання є однією з форм організації навчального процесу, яка набирає все більшої популярності. Воно має ряд переваг, таких як можливість навчання в будь-який час і в будь-якому місці, а також індивідуальний підхід до кожного студента.

Одним із засобів забезпечення ефективності дистанційного навчання є використання онлайн-тестів. Онлайн-тести дозволяють швидко і зручно оцінити знання студентів, а також відстежувати їх прогрес у навчанні.

Проаналізувавши навчальний та методичний матеріал ми виокремили такі методичні рекомендації щодо використання онлайн-тестів під час вивчення теми "Інтеграл та його застосування" у дистанційному режимі.

#### 1. Планування використання онлайн-тестів

Перед використанням онлайн-тестів необхідно спланувати їх використання. При цьому слід враховувати такі фактори:

Мета використання онлайн-тестів. Онлайн-тести можуть використовуватися для різних цілей, таких як:

- контроль знань студентів;
- самостійне навчання студентів;
- оцінка ефективності навчального процесу.

Кількість і частота використання онлайн-тестів. Кількість і частота використання онлайн-тестів залежить від мети їх використання. Наприклад, для контролю знань студентів онлайн-тести можуть використовуватися щотижня або щомісяця.

Тематика онлайн-тестів. Тематика онлайн-тестів повинна відповідати тематиці навчального матеріалу, який вивчається.

#### 2. Створення онлайн-тестів



Онлайн-тести можуть бути створені самостійно викладачем або за допомогою спеціального програмного забезпечення. При створенні онлайн-тестів слід враховувати такі фактори:

Формат питань. Онлайн-тести можуть містити питання різних форматів, таких як:

- вибір одного варіанта відповіді;
- вибір декількох варіантів відповіді;
- введення числової відповіді;
- введення текстової відповіді;
- відкрите питання.

Складність питань. Складність питань повинна відповідати рівню знань студентів.

Час на виконання тесту. Час на виконання тесту повинен бути достатнім для того, щоб студенти могли правильно відповісти на всі питання.

### 3. Надання доступу до онлайн-тестів студентам

Онлайн-тести можуть бути надані студентам в різних формах, таких як:

- завантаження тестів на електронну пошту студентів;
- розміщення тестів на веб-сайті навчального закладу;
- використання спеціального програмного забезпечення для дистанційного навчання.

### 4. Оцінка результатів онлайн-тестів

Результати онлайн-тестів можуть бути оцінені вручну викладачем або автоматично за допомогою спеціального програмного забезпечення. При оцінці результатів онлайн-тестів слід враховувати такі фактори:

Кількість правильних відповідей. Кількість правильних відповідей може бути використана для оцінки знань студентів.

Час на виконання тесту. Час на виконання тесту може бути використаний для оцінки швидкості виконання завдань.

Рівень складності питань. Рівень складності питань може бути використаний для оцінки глибини знань студентів.

Онлайн-тести є ефективним засобом забезпечення контролю знань студентів під час вивчення теми "Інтеграл та його застосування" у дистанційному режимі. При правильному плануванні, створенні та використанні онлайн-тестів можна досягти наступних результатів:

- покращення якості знань студентів;
- підвищення ефективності навчального процесу;
- зручність і простота використання онлайн-тестів для студентів і викладачів.

## ВИСНОВОК

В процесі написання магістерської роботи було проаналізовано навчально-методичну літературу з теми "Інтеграл та його застосування". Цей аналіз дозволив нам краще розуміти важливість цієї теми в контексті фахової передвищої освіти та її актуальність для сучасних студентів.

У роботі проаналізовано особливості вивчення цієї теми в закладах фахової передвищої освіти. Основний акцент був зроблений на вплив дистанційного навчання на методику викладання. Зараз, у зв'язку зі зростанням дистанційної освіти, важливо адаптувати підходи до викладання матеріалу та використання онлайн-ресурсів. Було визначено, що це вимагає більшої уваги до створення онлайн-тестів, що можуть допомогти студентам краще засвоювати матеріал та оцінювати свої знання.

Магістерська робота містить характеристику онлайн-ресурсів, таких як "Всеосвіта," "Kahoot," "Google Forms" та "Classtim." Серед яких ми виокремили платформу «Всеосвіта», яка виявилася корисним інструментом для створення та проведення математичних онлайн-тестів, що сприяє покращенню процесу навчання та оцінювання студентів.

Було створено онлайн-тести «Невизначений інтеграл», «Основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій», "Інтеграл та його застосування" для вивчення модуля «Інтегральне числення однієї змінної» в закладах фахової передвищої освіти. Ці тести дозволять студентам самостійно перевіряти свої знання, а викладачам - здійснювати ефективну оцінку.

Онлайн-тести є ефективним засобом забезпечення контролю знань студентів під час вивчення теми "Інтеграл та його застосування" у дистанційному режимі. При правильному плануванні, створенні та використанні онлайн-тестів можна досягти наступних результатів:

- покращення якості знань студентів;
- підвищення ефективності навчального процесу;

- зручність і простота використання онлайн-тестів для студентів і викладачів.

Усі ці аспекти підкреслюють важливість постійного оновлення та адаптації методики викладання до сучасних вимог, особливо в умовах дистанційного навчання.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів. Навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2010. 448 с.
2. Басманов О. Є., Кириченко І. К., Мігунова Л. В., Сознік О. П. Вища математика. Навчальний посібник. Харків: 2021. 139 с.
3. Бевз В. Г. Практикум з історії математики: Навч. посіб. для студентів фіз.-мат. факультетів пед. Університетів. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. 312 с.
4. Бевз Г. П. Алгебра (Алгебра і початки аналізу): підруч. для 11 класів загальноосвітніх навч. закладів: академічний рівень, профільний рівень. Київ: Освіта, 2011. 400 с.
5. Бевз Г. П. Методика викладання математики. Київ: Вища школа, 1989 р. 367 с. (3-є видання).
6. Блажко М.А. Тестові технології в оцінюванні навчальних досягнень учнів з української мови: основні поняття і терміни. Вісник. Львів: 2010р. 179 с.
7. Булах І.Є. Мруга М.Р. Створюємо якісний тест. Навчальний посібник. К: Майстер-клас, 2006 р. 160 с.
8. Гаук М. М. Самостійні та контрольні роботи. Алгебра та початки аналізу. 11 клас. Тернопіль: Навчальна книга, 1999. 96 с.
9. Головань М. С. Компетенція і компетентність: досвід теорії. Теорія досвіду Вища освіта України. 2008. №3. С. 23–30.
10. Головань М. С. Математичні компетентності чи математична компетентність? Суми: Мрія, 2012. 38 с.
11. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник. Київ: А.С.К., 2001. 648с.
12. Єршова А. П. Самостійні та контрольні роботи з алгебри та початків аналізу для 10-11 класу. Харків: Гімназія, Ілекса, 2002. 176 с.
13. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посібник [для вчителів] Київ: Техніка, 1997. 304 с.

14. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал впровадження дистанційних форм навчання. Одеса: Вид. ВМВ, 2009. 8с.
15. Завдання ЗНО з математики по темам. Електронний ресурс: [https://terletskyi.blogspot.com/p/blog-page\\_93.html](https://terletskyi.blogspot.com/p/blog-page_93.html) (дата звернення: 24. 07.2023)
16. Завдання ЗНО з математики. Електронний ресурс: <https://zno.osvita.ua/mathematics/> (дата звернення: 12.07.2023)
17. Захарійченко Ю. О., Школьний О. В. Повний курс математики в тестах. Харків: 2018. 496 с.
18. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В. Методичні рекомендації щодо підвищення якості створення та розв'язування тестових завдань з математики. Математика в школі 2010 р. №3 с. 21 – 29.
19. Істер О. С. Дидактичні матеріали з алгебри. 11 клас: Вправи. Самостійні роботи. Тематичні контрольні роботи. Завдання для корекції знань. Кам'янець-Подільський: Абетка, 2004 р. 170 с.
20. Капіносов А. М., Білоусова Г. І., Гап'юк Г. В. Математика: посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. Тернопіль: Підручники і посібники, 2011 р. 400 с.
21. Каплун О. І. Математика. Комплексний довідник Харків: ТОВ «Видавничий дім Весна», 2012 р. 384 с.
22. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 11 клас: у 2-х ч. Київ: Центр навчально-методичної літератури, 2018. 224 с.
23. Мерзляк А. Г., Полонський В.Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Алгебра 11 клас: збірник задач і контрольних робіт. Харків: Гімназія, 2012. 96 с.
24. Неміш В. М., Процик А. І., Березька К. М. Практикум з вищої математики: Навчальний посібник, 3-ге видання. Тернопіль: Економічна думка 2010. 304 с.
25. Овчинников П. Ф., Яремчук Ф. П., Михайленко В. М. Вища математика Підручник У 2 ч. Київ: Техніка 2000 р. 592 с.

26. Офіційні звіти проведення ЗНО і НМТ. Електронний ресурс: <https://testportal.gov.ua/ofzvit/> (дата звернення: 04.08.2023)
27. Робоча програма навчальної дисципліни «Математика». Електронний ресурс: [chrome-extension://efaidnbnmnibpcajpcglclefindmkaj/https://fku.kubg.edu.ua/images/stories/Departaments/uk/PDF/ck-matematuki/rob\\_program/22\\_23/Matematyka1.pdf](chrome-extension://efaidnbnmnibpcajpcglclefindmkaj/https://fku.kubg.edu.ua/images/stories/Departaments/uk/PDF/ck-matematuki/rob_program/22_23/Matematyka1.pdf) (дата звернення 15. 09.2013)
28. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів. Київ: ЗодіакЕКО, 2000. 512 с.
29. Соколенко Л.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри та початків аналізу: практикум. Навчальний посібник. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. 128 с.
30. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. М.: Просвещение, 1990. 26 с.
31. Тягай І.М. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій під час вивчення математичного аналізу 2008 р. 122 с.
32. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Котлова В. М. Вища математика. підручник у 3 кн. Київ: Либідь, 1994 р. 280 с.

## ДОДАТКИ

Додаток А

КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ УРОКІВ ВИВЧЕННЯ  
АЛГЕБРИ У 11 КЛАСІ

на 2021-2022 н.р.

ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ для 10 – 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень

Базовий підручник : А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В. Б. Полонський, М.С.Якір «Алгебра 11 клас Академічний рівень Профільний рівень»

Дидактичні матеріали: А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір «Алгебра і початки аналізу 11 клас. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання.»

А.Р. Гальперіна «Алгебра і початки аналізу. Збірник завдань для контролю знань.Профільний рівень»

( 6 год на тиждень, усього 210 год)

## ПЛАН ПРОВЕДЕННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

## ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

	1	Повторення і систематизація навчального матеріалу з курсу алгебри	1
11	2	Показникова та логарифмічна функції	2
	3	Інтеграл та його застосування	2
	4	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики	2
	5	Рівняння, нерівності та їх системи. Узагальнення та систематизація	2
	6	Повторення, узагальнення та систематизація навчального матеріалу, розв'язування задач, резервний час	3
		Разом:	12



№ з/п уроку	Назва розділу, теми уроків, види письмових робіт	Кількість годин	Дата	Примітка
	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1	Повторення навчального матеріалу, розв'язування вправ з теми «Раціональні вирази»	1		
2	Повторення навчального матеріалу, розв'язування цілих раціональних рівнянь та систем рівнянь	1		
3	Повторення навчального матеріалу, розв'язування дробово-раціональних рівнянь та нерівностей	1		
4	Повторення навчального матеріалу, розв'язування ірраціональних рівнянь і нерівностей	1		
5	Повторення навчального матеріалу, перетворення тригонометричних виразів	1		
6	Повторення навчального матеріалу, розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей	1		
7	Розв'язування прикладних задач	1		
8	Повторення навчального матеріалу, розв'язування вправ і задач з теми «Похідна, застосування похідної»	1		
9	Розв'язування прикладних задач	1		
10	<i>Контрольна робота «Повторення і систематизація навчального матеріалу»</i>	1		
	<b>Тема І. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ</b>	<b>40</b>		
	<b>1.1 Показникова функція</b>	<b>16</b>		
11	Степінь із довільним дійсним показником	1		
12	Показникова функція, її властивості та графік	1		
13	Показникова функція, її властивості та графік	1		

14	Найпростіші показникові рівняння	1		
15	Розв'язування складніших показникових рівнянь	1		
16	Розв'язування складніших показникових рівнянь	1		
17	Розв'язування складніших показникових рівнянь	1		
18	Розв'язування систем показникових рівнянь	1		
19	Розв'язування систем показникових рівнянь	1		
20	Розв'язування показникових нерівностей	1		
21	Розв'язування показникових нерівностей	1		
22	Розв'язування показникових нерівностей	1		
23	Розв'язування задач.	1		
24	Розв'язування задач.	1		
25	Узагальнення та систематизація знань та вмінь учнів з теми «Показникова функція». Розв'язування вправ.	1		
26	<b>Контрольна робота «Показникова функція»</b>	1		
	<b>1.2 Логарифмічна функція</b>	<b>24</b>		
27	Аналіз контрольної роботи. Логарифм числа	1		
28	Властивості логарифмів.	1		
29	Властивості логарифмів	1		
30	Логарифмічна функція, її властивості та графік	1		
31	Логарифмічна функція, її властивості та графік	1		
32	Логарифмічні рівняння	1		
33	Розв'язування логарифмічних рівнянь	1		
34	Розв'язування логарифмічних рівнянь	1		
35	Розв'язування систем логарифмічних рівнянь	1		
36	Розв'язування систем логарифмічних рівнянь	1		
37	Розв'язування логарифмічних нерівностей	1		
38	Розв'язування логарифмічних нерівностей	1		

39	Розв'язування логарифмічних нерівностей	1		
40	Показникові рівняння, нерівності та їх системи з параметрами	1		
41	Показникові рівняння, нерівності та їх системи з параметрами	1		
42	Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи з параметрами	1		
43	Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи з параметрами	1		
44	Похідні показникової та логарифмічної функцій	1		
45	Застосування похідних показникової та логарифмічної функцій до дослідження цих класів функцій	1		
46	Застосування похідних показникової та логарифмічної функцій до дослідження цих класів функцій	1		
47	Розв'язування вправ	1		
48	Розв'язування задач.	1		
49	Узагальнення та систематизація знань та вмінь учнів з теми «Логарифмічна функція». Розв'язування вправ.	1		
50	<i>Контрольна робота «Логарифмічна функція»</i>	1		
	<b>Тема 2 ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ</b>	<b>30</b>		
	<b>2.1. Інтеграл</b>	<b>13</b>		
51	Аналіз контрольної роботи. Означення первісної.	1		
52	Основна властивість первісної. Таблиця первісних	1		
53	Правила знаходження первісних	1		
54	Правила знаходження первісних	1		
55	Правила знаходження первісних.	1		
56	Невизначений інтеграл та його властивості.	1		

57	Невизначений інтеграл та його властивості	1		
58	Методи знаходження невизначеного інтеграла	1		
59	Методи знаходження невизначеного інтеграла	1		
60	Методи знаходження невизначеного інтеграла	1		
61	Розв'язування вправ	1		
62	Узагальнення та систематизація знань і вмінь учнів з теми «Інтеграл». Розв'язування вправ і задач	1		
63	<i>Контрольна робота з теми: «Інтеграл»</i>	1		
	<b>2.2. Застосування інтеграла</b>	<b>17</b>		
64	Аналіз контрольної роботи. Визначений інтеграл. Його фізичний та геометричний зміст	1		
65	Формула Ньютона-Лейбніца	1		
66	Формула Ньютона-Лейбніца	1		
67	Формула Ньютона-Лейбніца	1		
68	Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца. <i>Самостійна робота</i>	1		
69	Площа криволінійної трапеції	1		
70	Обчислення площ плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла	1		
71	Обчислення площ плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла	1		
72	Обчислення площ плоских фігур за допомогою визначеного інтеграла	1		
73	Обчислення об'ємів тіл	1		
74	Обчислення об'ємів тіл	1		
75	Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	1		
76	Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	1		
77	Застосування інтеграла до розв'язування	1		

	прикладних задач			
<b>78</b>	Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач	1		
<b>79</b>	Узагальнення та систематизація знань і вмінь учнів з теми «Застосування інтеграла». Розв'язування вправ і задач	1		
<b>80</b>	<i>Контрольна робота з теми: «Застосування інтеграла»</i>	1		
	<b>Тема 3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ</b>	<b>26</b>		
	<b>3.1. Елементи комбінаторики</b>	<b>9</b>		
<b>81</b>	Аналіз контрольної роботи. Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку	1		
<b>82</b>	Перестановки	1		
<b>83</b>	Перестановки	1		
<b>84</b>	Розміщення	1		
<b>85</b>	Розміщення	1		
<b>86</b>	Комбінації	1		
<b>87</b>	Комбінації	1		
<b>88</b>	Розв'язування задач	1		
<b>89</b>	<i>Контрольна робота з теми: «Елементи комбінаторики»</i>	1		
	<b>3.2. Теорія ймовірностей</b>	<b>17</b>		
<b>90</b>	Поняття випадкової події. Поняття, пов'язані з випадковими подіями	1		

91	Простір елементарних подій. Відносна частота випадкової події. Класичне означення ймовірності	1		
92	Випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події.	1		
93	Обчислення ймовірності події за допомогою формул комбінаторики	1		
94	Обчислення ймовірності події за допомогою формул комбінаторики	1		
95	Обчислення ймовірності події за допомогою формул комбінаторики.	1		
96	Простір елементарних подій. Операції над подіями	1		
97	Подія, протилежна даній	1		
98	Незалежні події. Добуток незалежних подій	1		
99	Теорема додавання подій та наслідки з неї	1		
100	Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення	1		
101	Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення	1		
102	Графічне подання інформації про вибірку	1		
103	Графічне подання інформації про вибірку	1		
104	Розв'язування вправ	1		
105	<i>Контрольна робота з теми: «Теорія ймовірностей»</i>	1		
106	Умовна ймовірність. Ймовірність добутку двох подій. Ймовірність добутку декількох подій	1		
	<b>Тема 4. РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ, УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ</b>	<b>30</b>		
	<b>4.1. Розв'язування рівнянь</b>	<b>14</b>		

107	Рівносильні перетворення під час розв'язування рівнянь. Зміна області визначення рівняння	1		
108	Рівносильні перетворення під час розв'язування рівнянь. Зміна області визначення рівняння	1		
109	Множення обох частин рівняння на ивраз, що містить змінну	1		
110	Перехід від рівняння $f(x) = g(x)$ до рівняння $\varphi(f(x)) = \varphi(g(x))$	1		
111	Розв'язування рівнянь методом розкладання на множники	1		
112	Розв'язування рівнянь методом розкладання на множники	1		
113	Розв'язування рівнянь методом заміни змінної	1		
114	Розв'язування методом заміни змінної	1		
115	Застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь	1		
116	Застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь.	1		
117	Розв'язування рівнянь методом заміни рівняння системою двох рівнянь із двома змінними	1		
118	Розв'язування рівнянь із параметрами	1		
119	Розв'язування рівнянь із параметрами	1		
120	<b>Контрольна робота з теми: «Розв'язування рівнянь»</b>	1		
	<b>4.2. Нерівності, системи рівнянь</b>	<b>16</b>		
121	Аналіз контрольної роботи. Методи розв'язування нерівностей з однією змінною. Метод рівносильних перетворень	1		
122	Методи розв'язування нерівностей з однією змінною. Метод рівносильних перетворень	1		
123	Розв'язування нерівностей методом інтервалів	1		
124	Розв'язування нерівностей методом інтервалів	1		

125	Розв'язування нерівностей методом інтервалів	1		
126	Розв'язування нерівностей методом заміни змінних	1		
127	Розв'язування нерівностей методом заміни змінних	1		
128	Застосування властивостей функцій до розв'язування нерівностей	1		
129	Застосування властивостей функцій до розв'язування нерівностей	1		
130	Розв'язування нерівностей із парамеирами	1		
131	Розв'язування нерівностей із параметрами	1		
132	Системи рівнянь та методи їх розв'язування (рівносильні перетворення та використання рівнянь-наслідків)	1		
133	Системи рівнянь та методи їх розв'язування (заміна змінної, застосування властивостей функцій)	1		
134	Системи рівнянь, що містять параметри	1		
135	Розв'язування вправ	1		
136	<i>Контрольна робота з теми: «Нерівності»</i>	1		
	<b>Тема 5            ПОВТОРЕННЯ КУРСУ АЛГЕБРИ  І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ</b>			
137	Множини. Числові множини. Дійсні числа та дії над ними	1		
138	Подільність чисел	1		
139	Цілі вирази та їх перетворення	1		
140	Розкладання многочленів на множники	1		
141	Дробово-раціональні вирази та їх перетворення	1		
142	Ірраціональні вирази та їх перетворення	1		
143	Ірраціональні вирази та їх перетворення.	1		



144	Тригонометричні вирази та їх перетворення	1		
145	Тригонометричні вирази та їх перетворення	1		
146	Логарифмічні вирази та їх перетворення	1		
147	Логарифмічні вирази та їх перетворення	1		
148	Відсотки. Відсоткові розрахунки	1		
149	Відсотки. Відсоткові розрахунки	1		
150	Розв'язування прикладних задач	1		
151	Розв'язування прикладних задач	1		
152	<i>Контрольна робота з теми: «Повторення курсу алгебри і початків аналізу»</i>	1		
153	Раціональні рівняння та їх системи	1		
154	Раціональні рівняння та їх системи	1		
155	Раціональні нерівності та їх системи	1		
156	Раціональні нерівності та їх системи	1		
157	Ірраціональні рівняння та їх системи	1		
158	Ірраціональні рівняння та їх системи	1		
159	Ірраціональні нерівності та їх системи	1		
160	Ірраціональні нерівності та їх системи	1		
161	Тригонометричні рівняння та їх системи	1		
162	Тригонометричні рівняння та їх системи	1		
163	Тригонометричні нерівності та їх системи	1		
164	Показникові рівняння та їх системи	1		
165	Показникові рівняння та їх системи	1		
166	Показникові нерівності та їх системи	1		
167	Показникові нерівності та їх системи	1		
168	Логарифмічні рівняння та їх системи	1		
169	Логарифмічні рівняння та їх системи	1		
170	Логарифмічні нерівності та їх системи	1		
171	Логарифмічні нерівності та їх системи	1		

172	Текстові задачі	1		
173	Текстові задачі	1		
174	<b>Контрольна робота з теми: «Розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем»</b>	1		
175	Числові функції, їх властивості	1		
176	Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень	1		
177	Лінійна та квадратична функції, їх властивості	1		
178	Степенева функція, її властивості	1		
179	Тригонометричні функції, їх властивості	1		
180	Обернені тригонометричні функції, їх властивості	1		
181	Показникова функція, її властивості	1		
182	Логарифмічна функція, її властивості	1		
183	Числові послідовності. Арифметична прогресія	1		
184	Геометрична прогресія	1		
185	Похідна функції, її фізичний і геометричний зміст	1		
186	Застосування похідної для дослідження функцій	1		
187	Первісна. Невизначений інтеграл	1		
188	Визначений інтеграл. Формула Ньютона – Лейбніца. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур та об'ємів	1		
189	Початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1		
190	Розв'язування прикладних задач	1		
191	<b>Контрольна робота з теми: «Повторення курсу алгебри і початків аналізу»</b>	1		
192	Розв'язування прикладних задач	1		
193	Розв'язування прикладних задач	1		
194	Розв'язування прикладних задач	1		



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Відокремлений структурний підрозділ**  
**«Професійно-педагогічний фаховий коледж**  
**Глухівського національного педагогічного університету**  
**імені Олександра Довженка»**

ЗАТВЕРДЖУЮ  
 заступника директора з НР  
 \_\_\_\_\_ З. В. Туряниця  
 " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**Робоча програма**  
**навчальної дисципліни**  
**«Вища математика»**

Підготовки *молодшого спеціаліста*

з галузі знань *01 Освіта*

за спеціальністю *014.10 Середня освіта (Трудове навчання та технології)*

Статус дисципліни: *цикл загальної підготовки*

Відділення *технологічної освіти*

ЦК *технологічної освіти*

Форма навчання	Курс	Семестр	Загальне навантаження		Кількість годин						Вид семестрового контролю	
			Європейські кредити	Години	Аудиторні заняття				Індивідуальна робота студента	Самостійна робота студента	Залік	Іспит
					Всього	Лекції	Лабораторні роботи	Практичні заняття				
Денна	III	5	6	216	36	18		18		36		
		6			32	16		16		36		
	IV	7			36	18		18		40		+
			<b>216</b>		<b>104</b>	<b>52</b>		<b>52</b>		<b>112</b>		

Робоча програма складена на основі Програми навчальної дисципліни підготовки молодшого спеціаліста «Вища математика» (авторська). Розробник програми: Н. О. Синиця

Програму складено \_\_\_\_\_ М.А. Балицька

Схвалено на засіданні ЦК технологічної освіти

Протокол № \_\_\_\_\_ від " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Голова ЦК технологічної освіти \_\_\_\_\_ О. М. Заїка

Зав. відділення технологічної освіти \_\_\_\_\_ Л.Г. Капелько

### Опис навчальної дисципліни «Вища математика»

Характеристика Дисципліни	Галузь знань, Спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень	Академічний календар, види занять
<b>Кількість:</b> Кредитів ECTS 6 Кількість тем 6 Загальний обсяг дисципліни 216 год	Галузь знань 01 Освіта Спеціальність 014.10 Середня освіта ОКР «Молодший спеціаліст»	Статус дисципліни Цикл загальної підготовки Курс III, IV Семестр 5, 6, 7 Всього годин: Лекцій 52 Практичних занять 52 СРС 112 Вид підсумкового Контролю – екзамен

## **Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Мета:** 1) вивчення основних розділів лінійної алгебри й аналітичної геометрії, основних методів диференціального та інтегрального числення, необхідних для розв'язування теоретичних та практичних задач; 2) виробити навички математичного дослідження, дати необхідну математичну підготовку та знання для вивчення інших дисциплін; 3) розвинути геометричну інтуїцію та навчити алгоритмам алгебраїчних досліджень, прищепити студентам уміння самостійно вивчати навчальну літературу з математики та її прикладних питань.

**Завдання:** розкрити значення вищої математики в загальній і професійній освіті; забезпечити ґрунтовне вивчення студентами основ вищої математики, розуміння основних ідей; виховувати творчий підхід до розв'язання проблем; сформувати вміння і навички самостійного аналізу процесу навчання; виробити у студентів основні практичні вміння (обчислення границь, похідних, інтегралів; застосування диференціального і інтегрального числення до розв'язання задач практичного змісту); виробити навички математичного дослідження, дати необхідну математичну підготовку та знання для вивчення інших дисциплін математичного циклу.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- основні означення і положення лінійної алгебри, векторної алгебри, аналітичної геометрії
- означення функції та графіки основних елементарних функцій;
- основні означення і положення теорії границь та неперервності функції однієї та багатьох змінних;
- основні положення диференціального та інтегрального числення функції однієї змінної;

**вміти:**

- використовувати алгоритми лінійної алгебри, векторної алгебри, аналітичної геометрії;
- використовувати алгоритми диференціального та інтегрального числення;
- мати необхідну математичну підготовку та знання для вивчення інших дисциплін математичного циклу;
- самостійно вивчати навчальну літературу з математичного аналізу та його прикладних питань;
- розв'язувати задачі техніки за допомогою методів диференціального та інтегрального числення.

### Структура залікових кредитів дисципліни

Назва теми	Кількість годин, відведених на:		
	Лекції	Практичні	СРС
<b>1. Елементи лінійної алгебри</b>			
Тема 1. Вступ. Системи координат	2	2	4
Тема 2. Визначники 2-го та 3-го порядків.	2	2	4
Тема 3. Розв'язування систем лінійних рівнянь	2	2	4
<b>2. Елементи векторної алгебри</b>			
Тема 4. Вектори.	2	2	4
Тема 5. Скалярний і векторний добуток двох векторів	2	2	4
Тема 6. Мішаний добуток трьох векторів	2	2	4
<b>3. Елементи аналітичної геометрії</b>			
Тема 7. Пряма лінія на площині.	2	2	4
Тема 8. Площина.	2	2	4
Тема 9. Пряма лінія в просторі.	2	2	4
<b>Разом за 5-ий семестр</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>
<b>4. Вступ до математичного аналізу</b>			
Тема 10. Елементи теорії множин.	2	2	5
Тема 11. Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа	2	2	5
Тема 12. Комплексні числа і дії над ними	2	2	4
Тема 13. Функція.	4	4	4
<b>5. Границя та неперервність</b>			
Тема 14. Числова послідовність та її границя	2	2	6
Тема 15. Границя функції .	2	2	6
Тема 16. Неперервні функції.	2	2	6
<b>Разом за 6-ий семестр</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>36</b>
<b>6. Диференціальне числення функцій однієї змінної</b>			
Тема 17. Похідна функції.	4	4	5
Тема 18. Диференціал функції	2	2	5
Тема 19. Правило Лопітала	2	2	5
Тема 20. Застосування похідної до дослідження функції	2	2	5
<b>7. Інтегральне числення функцій однієї змінної</b>			
Тема 21. Невизначений інтеграл	2	2	7
Тема 22. Основні методи інтегрування	4	4	7
Тема 23. Інтегрування раціональних функцій	2	2	6
<b>Разом за 7-ий семестр</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>40</b>
<b>Разом за рік</b>	<b>52</b>	<b>52</b>	<b>112</b>

## Зміст лекційного курсу

№ п/п	Перелік змістових модулів, тем лекцій, їх анотації	Кількість годин
<b><i>Елементи лінійної алгебри</i></b>		
1.	<b>Вступ. Системи координат.</b> Системи координат на прямій, площині та у просторі. Полярна система координат. Перехід від полярної до декартової та навпаки. [1] ст. 5-11, [2] ст. 40-49	2
2.	<b>Визначники 2-го та 3-го порядку.</b> Поняття матриці другого та третього порядку. Поняття визначника II та III порядку, їх обчислення. Мінор та алгебраїчне доповнення. Властивості визначників. [1] ст. 23-36, [2] ст. 13-18	2
3.	<b>Розв'язування систем лінійних рівнянь.</b> Метод Крамера. Метод Гаусса. Розв'язування однорідних систем. [2] ст. 20-28	2
<b><i>Елементи векторної алгебри</i></b>		
4.	<b>Вектори.</b> Векторні та скалярні величини. Вектори. Арифметичні дії над векторами. Розклад вектора за базисом. Вектори на координатній прямій. Вектори на координатній площині. Вектори в координатному просторі. [2] ст. 32-40; [1] ст. 14-17, [2] ст. 50-54	2
5.	<b>Скалярний і векторний добуток двох векторів.</b> Скалярний добуток: означення, властивості, обчислення та застосування. Векторний добуток: означення, властивості, обчислення та застосування. [1] ст. 14-17, [2] ст. 50-54	2
6.	<b>Мішаний добуток трьох векторів.</b> Означення мішаного добутку. Властивості мішаного добутку. Застосування мішаного добутку. [1] ст. 44-45, 53-58, [2] ст. 54-66	2
<b><i>Елементи аналітичної геометрії</i></b>		
7.	<b>Пряма лінія на площині.</b> Різні види рівнянь прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального. Кут між двома прямими. Відхилення і відстань точки від прямої. [2] ст. 76-83	2
8.	<b>Площина.</b> Різні види рівнянь площини. Кут між двома площинами. Відхилення і відстань точки від площини. [2] ст. 84-88	2
9.	<b>Пряма лінія в просторі.</b> Різні види рівнянь прямої. Умова перетину двох прямих у просторі. Взаємне розміщення прямої і площини. [2] ст. 89-96, [1] ст. 113-127	2
	<b>Разом за 5-ий семестр:</b>	18
<b><i>Вступ до математичного аналізу</i></b>		



10.	<b>Елементи теорії множин.</b> Поняття множини, способи задання множин. Операції над множинами та їх властивості. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел. [1] ст. 176-179	2
11.	<b>Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа</b> Поняття дійсного числа. Означення модуля дійсного числа та його властивості. [2] ст. 126-130	2
12.	<b>Комплексні числа і дії над ними.</b> Поняття комплексного числа, його геометричний зміст. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису комплексних чисел. Арифметичні операції над комплексними числами. Формула Муавра. [1] ст. 290-300	2
13.	<b>Функція.</b> Поняття функції. Способи задання функцій. Графік функції. Деякі класи функцій. Елементарні функції: їх графіки та властивості. [1] ст. 209-226, [2] ст. 131-148	4
<b>Границя та неперервність</b>		
14.	<b>Числова послідовність та її границя.</b> Числова послідовність, способи її задання. Границя числової послідовності, арифметичні властивості збіжних послідовностей. Нескінченно малі та нескінченно великі числові послідовності. [2] ст. 149-153	2
15.	<b>Границя функції .</b> Означення границі функції. Властивості функцій, що мають границю в точці. Арифметичні властивості границь. Перша та друга важливі границі. [2] ст. 155-168, [1] ст. 245-262	2
16.	<b>Неперервність функції.</b> Односторонні границі. Означення неперервної функції в точці. Арифметичні дії над неперервними функціями. Одностороння неперервність. Точки розриву. Властивості функцій, неперервних на відрізку. [1] ст. 267-286, [1] ст. 183-190	2
<b>Разом за 6-й семестр</b>		16
<b>Диференціальне числення функції однієї змінної</b>		
17.	<b>Похідна функції.</b> Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Геометричний та механічний зміст похідної. Таблиця похідних. Диференційовність функції, зв'язок неперервності з диференційовністю. Правила знаходження похідної. Логарифмічна похідна. [1] ст. 303-328, [3] ст. 3-29	4

18	<b>Диференціал функції.</b> Означення диференціала функції в точці. Таблиця диференціалів основних елементарних функцій. Властивості диференціала. Диференціювання параметрично та неявно заданих функцій. [1]ст.. 335-338, [3] ст. 30-39	2
19	<b>Теорема про середнє Правило Лопітала.</b> Теорема Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопітала. [1] ст. 377-381, [3] ст. 40-57	2
20.	<b>Застосування похідної до дослідження функції.</b> Умови монотонності функції. Екстремум функції. Умови вгнутості та опуклості графіка функції. Точки перегину. Асимптоти. Загальна схема дослідження функції. [1] ст. 389-412, [3] ст. 58-78	2
<b><i>Інтегральне числення функції однієї змінної</i></b>		
21.	<b>Невизначений інтеграл.</b> Поняття первісної та невизначеного інтеграла. Властивості невизначених інтегралів. Таблиця основних інтегралів. [1] ст. 442-455, [3] ст. 143-154	2
22.	<b>Основні методи інтегрування</b> Метод безпосереднього інтегрування. Метод інтегрування частинами, метод заміни змінної. [1] ст. 458-462, [3] ст. 154-174	4
23.	<b>Інтегрування раціональних функцій.</b> Цілі та дробові раціональні функції. Елементарні раціональні дроби. Розклад правильного раціонального дроби на суму елементарних раціональних дробів. Загальне правило інтегрування раціональних функцій. [1] ст. 458-462, [3] ст. 154-174	2
<b>Разом за 7-ий семестр:</b>		18

## Зміст практичних занять

№ п/п	Зміст практичних занять	Кількість годин
<b><i>Елементи лінійної алгебри</i></b>		
1	<b>Вступ. Системи координат.</b> Системи координат на прямій, площині та у просторі. Полярна система координат. Перехід від полярної до декартової та навпаки. [1] ст. 5-11, [4] ст. 3-4 №1-7, ст..№42,	2
2	<b>Системи координат. Визначники 2-го і 3-го порядків.</b> Означення визначника другого порядку, його обчислення. Властивості визначників 2-го порядку. Означення визначника третього порядку. Схема його обчислення. Мінор і алгебраїчне доповнення елемента визначника 3-го порядку. Властивості визначника 3-го порядку. [2] ст. 40-49, № 43 (2,4,6,7)	2
3	<b>Розв'язування систем лінійних рівнянь.</b> Система двох лінійних рівнянь з двома невідомими. Формули Крамера. Система трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими. Формули Крамера. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса. Розв'язування систем однорідних лінійних рівнянь. [2] ст. 20-28, [4] ст. 27 №81-85, №90 (1-3)	2
<b><i>Елементи векторної алгебри</i></b>		
4	<b>Вектори.</b> Означення вектора, операції над векторами. Проекція вектора на вісь. Координатори вектора, дії над векторами, що задані своїми координатами. Розклад вектора за базисом. [2] ст. 32-40, [4] ст.16 № 54,56,62	2
5	<b>Скалярний і векторний добуток двох векторів.</b> Означення скалярного добутку двох векторів. Властивості скалярного добутку. Довжина відрізка. Напрямні кути, напрямні косинуси. Кут між векторами. Обчислення роботи. Векторний добуток та його властивості. Площа паралелограма. Момент сили. [1] ст. 14-17, [2] ст. 50-54, [4] ст.60, 61, 66	2
6	<b>Мішаний добуток трьох векторів.</b> Означення мішаного добутку трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Об'єм паралелепіпеда. Об'єм тетраедра. [1] ст. 44-45, 53-58, [2] ст. 54-66, [4] ст.72(2), 76, 74(2)	2
<b><i>Елементи аналітичної геометрії</i></b>		
7	<b>Пряма лінія на площині.</b> Різні види рівнянь прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального виду. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності двох прямих: а) прямі задано канонічними рівняннями; б) прямі задано загальними рівняннями; в) прямі задано рівняннями з кутовими коефіцієнтами. Відхилення і відстань точки від прямої [2] ст. 76-83, [4] ст.43 № 1,3,5, 6	2
8	<b>Площина.</b> Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно до заданого вектора.	2

	Загальне рівняння площини. Дослідження неповного рівняння площини. Нормальне рівняння площини. Зведення загального рівняння площини до нормального виду. Рівняння площини, що проходить через три точки. Рівняння площини у відрізках на осях. Кут між двома площинами. Умова паралельності і перпендикулярності 2-х площин. Відхилення і відстань точки від площини. [2] ст. 84-88, [4] ст. 44 № 11, 19, 22, 26	
9	<b>Пряма лінія в просторі.</b> Канонічне рівняння прямої. Параметричне рівняння прямої. Пряма лінія як перетин двох площин. Зведення до канонічного рівняння. Пряма лінія як перетин двох площин. Зведення до канонічного рівняння. Кут між двома прямими. Умова паралельності і перпендикулярності прямої і площини. Основні задачі на пряму і площину. [2] ст. 89-96, [1] ст. 113-127, [4] ст. 51 №51, 67, 71	2
<b>Разом за 5-ий семестр:</b>		<b>18</b>
<b><i>Вступ до математичного аналізу</i></b>		
10	<b>Елементи теорії множин.</b> Поняття множини, способи задання множин. Операції над множинами та їх властивості. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел. [1] ст. 176-179, [4] ст. 71 № 12, 18, 19	2
11	<b>Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа</b> Поняття дійсного числа. Означення модуля дійсного числа та його властивості. [2] ст. 126-130, [4] ст.71 № 2 (3,4),№5 (2-5)	2
12	<b>Комплексні числа і дії над ними.</b> Означення комплексного числа. Алгебраїчна форма запису комплексного числа. Дії над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі. Тригонометрична форма запису комплексного числа. Дії над комплексними числами, заданими в тригонометричній формі. Формула Муавра. [1] ст. 290-300, [4] ст. 93 № 274-277, № 288-293	2
13.	<b>Функція.</b> Поняття функції. Способи задання функцій. Графік функції. Деякі класи функцій. Елементарні функції: їх графіки та властивості [1] ст. 209-226, [2] ст. 131-148	4
<b><i>Границя та неперервність</i></b>		
14	<b>Числова послідовність та її границя.</b> Числова послідовність, n-ий член числової послідовності. Способи задання числової послідовності. Означення границі числової послідовності. Збіжні та розбіжні числові послідовності. Обмежені, монотонні числові послідовності. Арифметичні властивості збіжних числових послідовностей. [2] ст. 149-153, [4] ст. 84 №118, 119, 125-128, 131-133	2
15	<b>Границя функції .</b> Означення границі функції. Властивості функцій, що мають границю в точці. Арифметичні властивості границь. Перша та друга важливі границі. [2] ст. 155-168, [1] ст. 245-262, № 178-185	2
16	<b>Неперервність функції.</b>	2

	Односторонні границі функції. Означення неп-ної функції в точці і на відрізку. Одностороння неперервність. Точки розриву, їх класифікація. [1] ст. 267-286, [4] ст. 89 № 227, 228, №237-240	
<b>Разом за 6-ий семестр</b>		<b>16</b>
<b><i>Диференціальне числення функції однієї змінної</i></b>		
17	<b>Похідна функції.</b> Означення похідної, основні правила диференціювання. Геометричний зміст похідної, механічний. Рівняння дотичної і нормалі до $\Gamma_f$ . Похідна складної функції. Логарифмічна похідна. [1] ст. 303-328, [3] ст. 3-29, [4] ст. 104 № 9(2-8,15,16), №11 (9-12)	4
18	<b>Диференціал функції.</b> Означення диференціалу функції. Таблиця диференціалів. Застосування диференціала. Диференціал параметрично та неявно заданих функцій. Похідна та диференціал вищих порядків. [1]ст.. 335-338, [4] ст. 120 № 57 (5-10), № 59	2
19	<b>Правила Лопіталя.</b> 1-е та 2-е правила Лопіталя. Розкриття невизначеностей $0 * \infty$ , $\infty - \infty$ , $1^\infty$ , $0^0$ , $\infty^0$ . [1] ст. 377-381, [3] ст. 40-57, [4] ст. 139 № 91 (2-11)	2
20	<b>Застосування похідної до дослідження функції.</b> Умови монотонності функції. Екстремум функції. Умови вгнутості та опуклості графіка функції. Точки перегину. Асимптоти. Загальна схема дослідження функції. [1] ст. 389-412, [3] ст. 58-78, [4] ст. 149 № 103 (4-8)	4
<b><i>Інтегральне числення функції однієї змінної</i></b>		
21	<b>Невизначений інтеграл.</b> Означення первісної, невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Метод розкладу. [1] ст. 442-455, [3] ст. 143-154, [4] ст. 182 № 5-18	2
22	<b>Основні методи інтегрування.</b> Метод підстановки, інтегрування частинами. Деякі типи інтегралів, що обчислюються частинами. [1] ст. 442-455, [3] ст. 143-154, [4] ст. 186 №37-44,100-105	2
23	<b>Інтегрування раціональних функцій.</b> Ціла раціональна функція. Правильна та неправильна раціональні дробі. Елементарні раціональні дробі, їх інтегрування. Загальне правило інтегрування раціональних функцій. [1] ст. 458-462, [3] ст. 154-174, [4] ст. 204 № 147-150, № 158-166	2
<b>Разом за 7-ий семестр:</b>		<b>18</b>

Номер теми	Зміст самостійної роботи	Кількість годин
<b>1. Вступ. Системи координат.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР1 [1] ст. 5-11, [4] ст. 3-4 №1-7, ст..№42,	2
<b>2. Визначники другого і третього порядків.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР2 [2] ст. 40-49, № 43 (2,4,6,7)	2
<b>3. Розв'язування систем лінійних рівнянь.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР3 [2] ст. 20-28 , [4] ст. 27 №81-85, №90 (1-3)	2
<b>4. Елементи лінійної алгебри</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
<b>5. Вектори.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР4 [2] ст. 32-40, [4] ст.16 № 54,56,62	2
<b>6. Скалярний і векторний добуток векторів</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР5 [1] ст. 14-17, [2] ст. 50-54, [4] ст.60, 61, 66	2
<b>7. Мішаний добуток векторів</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР6 [1] ст. 44-45, 53-58, [2] ст. 54-66, [4] ст.72(2), 76, 74(2)	2
<b>8. Елементи векторної алгебри</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
<b>9. Пряма лінія на площині</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР7 [2] ст. 76-83, [4] ст.43 № 1,3,5, 6	2
<b>10. Площина</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР8 [2] ст. 84-88, [4] ст. 44 № 11, 19, 22, 26	2
<b>11. Пряма лінія в просторі</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР9 [2] ст. 89-96, [1] ст. 113-127, [4] ст. 51 №51, 67, 71	2
<b>12.Елементи аналітичної геометрії</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
	<b>Разом за семестр</b>	36
<b>13. Елементи теорії множин</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР10 [1] ст.. 176-179, [4] ст.. 71 № 12, 18, 19	2
<b>14. Множина дійсних чисел. Модуль дійсного числа</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР11 [2] ст. 126-130, [4] ст..71 № 2 (3,4), №5 (2-5)	2
<b>15. Комплексні числа, дії над ними</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР12	2

	[1] ст.. 290-300, [4] ст.. 93 № 274-277, № 288-293	
<b>16. Функція</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР12,13 [1] ст. 209-226, [2] ст. 131-148	2
<b>17. Вступ до математичного аналізу</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
<b>18. Границя числової послідовності</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР14 [2] ст. 149-153, [4] ст. 84 №118, 119, 125-128, 131-133	2
<b>19. Границя функції</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР15 [2] ст. 155-168, [1] ст. 245-262, № 178-185	2
<b>20. Неперервність функції</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР16 [1] ст. 267-286, [4] ст. 89 № 227 , 228, №237-240	2
<b>21. Математичний аналіз</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
<b>22.</b>	Написання рефератів, підготовка доповідей	10
	<b>Разом за семестр</b>	36
<b>23. Похідна функції</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР17,18 [1] ст. 303-328, [3] ст. 3-29, [4] ст. 104 № 9(2-8,15,16), №11 (9-12)	4
<b>24. Диференціал функції.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР19 [1]ст.. 335-338, [4] ст. 120 № 57 (5-10), № 59	2

<b>25. Правила Лопіталя</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР20 [1] ст. 377-381, [3] ст. 40-57, [4] ст. 139 № 91 (2-11)	2
<b>26. Застосування похідної до дослідження функції</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР21 [1] ст. 389-412, [3] ст. 58-78, [4] ст. 149 № 103 (4-8)	2
<b>27. Диференціальне числення функції</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
<b>28. Невизначений інтеграл</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР17,18 [1] ст. 442-455, [3] ст. 143-154, [4] ст. 182 № 5-18	2
<b>29. Диференціал функції.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР19 [1]ст.. 335-338, [4] ст. 120 № 57 (5-10), № 59	2
<b>30.Основні методи інтегрування.</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР20 [1] ст. 442-455, [3] ст. 143-154, [4] ст. 186 №37-44,100-105	2
<b>31.Інтегрування раціональних функцій</b>	Опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до виконання ПР21 [1] ст. 458-462, [3] ст. 154-174, [4] ст. 204 № 147-150, № 158-166	2
<b>32. Інтегральне числення функції</b>	Підготовка до контрольної роботи. Виконання індивідуальних завдань	6
<b>33.</b>	Написання рефератів, підготовка доповідей	10
	<b>Разом за семестр</b>	40
	<b>Всього</b>	112



### Рекомендована література

1. Дубовик В. П., Вища математика: Навчальний посібник, Дубовик В. П., І. І. Юрик. - Ігнатекс-Україна 2011 р. 648 ст.
2. Лиман Ф. М. Вища математика. Частина І: Навчальний посібник для студентів нематематичних спеціальностей вищих педагогічних закладів/ Ф. М. Лиман, С. В. Петренко, О.О Одінцова. – Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2002. – 244 с.
3. Лиман Ф. М. Вища математика. Частина ІІ: Навчальний посібник для студентів нематематичних спеціальностей вищих педагогічних закладів/ Ф. М. Лиман, В. Ф. Власенко С. В. Петренко, О.В. Семеніхіна. – Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2003. – 392 с.
4. Вища математика [Текст] : у 2-х ч.: Підручник для студ. вищих техн. навч. закладів. Ч. 1. Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П. П. Овчинников, Ф. П. Яремчук, В. М. Михайленко; За заг. ред. П. П. Овчинникова. - 3-є вид., випр. - К. : Техніка, 2003. - 600 с
5. Шкіль М.І. Вища математика: Підручник у 3 кн. Том 3./- М.І. Шкіль, Т.В. Колесник.- К.:Либідь, 1994.- 352с.