

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка

Кафедра фізико-математичної освіти та інформатики

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Тема: «Вивчення многочленів у закладах загальної середньої освіти з використанням засобів дистанційного навчання»

Виконала:

Мойсеєнко Юлія Володимирівна
студентка 62 М-М групи
спеціальності 014 Середня освіта
спеціалізації 014.04
Середня освіта (Математика)

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук, доцент
Кухарчук Роман Павлович

Допущено до захисту

"__" _____ 20__ р.

Дата захисту: « » 2023 р.

Оцінка _____

Підписи членів ДЕК:

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З ТЕМИ «МНОГОЧЛЕНИ» У РОЗДІЛІ «ЦІЛІ ВИРАЗИ» В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ	7
1.1. Многочлени. Дії над многочленами.....	7
1.2. Формули скороченого множення. Розкладання многочленів на множники.....	10
1.3. Система практичних завдань на формування умінь та навичок при вивченні многочленів.....	14
1.4. Різноманітність засобів дистанційного навчання при вивченні многочленів	18
Висновки до I розділу	27
РОЗДІЛ II.МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МНОГОЧЛЕНИ» З РОЗДІЛУ «ЦІЛІ ВИРАЗИ» У ОСНОВНІЙ ШКОЛІ (7 КЛАС).....	28
2.1.Вікові та психологічні особливості дітей підліткового віку.....	28
2.2. Аналіз змісту програми та підручників з теми «Многочлени» у розділі «Цілі вирази» для 7 класу	31
2.3. Методичні особливості вивчення основних понять та формування практичних умінь і навичок з теми «Многочлени»	38
2.4. Аналіз типових помилок та корекція знань під час вивчення многочленів	62
2.5. Особливості використання сервісу LearningApps.org при вивченні многочленів	68
2.6. Розробка програми та змісту факультативу для 7 класу з теми «Многочлени. Їх застосування в математиці».....	70
Висновки до II розділу.....	76
ВИСНОВКИ	78
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	79
ДОДАТКИ	83

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасні умови життя вимагають від суспільства адаптації в усіх сферах. Воєнні події на території України все більше спонукають молоде покоління пристосовуватися до реалій сьогодення, вміти використовувати власні знання на практиці. Сьогодні суспільству потрібні всебічно-розвинені особистості. Активному загальному розвитку людини сприяє знання математичних наук.

Нині система освіти України все ще перебуває у стані реформування. Перетворення спрямовані на розвиток особистості учнів у процесі навчання, виховання самостійності, відповідальності, формування їхньої активної життєвої позиції. Головне завдання сучасної школи – створити умови для розвитку кожної особистості як неповторної індивідуальності, здатної до творчої самореалізації, до навчання упродовж життя. З огляду на це велике значення має формування в особистості прагнення до самостійної пізнавальної діяльності, вміння ставити і продуктивно вирішувати нові проблеми, критично мислити, доцільно працювати з інформацією. Тому перед педагогами постають особливі завдання, які визначаються мотивами не лише навчати учнів готових знань, але й виробити вміння здобувати їх самостійно, спонукати проявляти пізнавальний інтерес особливо в процесі вивчення математики як логічної науки.

Важливе місце в курсі алгебри основної школи займає розділ «Цілі вирази» та тема «Многочлени» як його складова частина, а саме - застосування многочленів під час розв'язування рівнянь, систем рівнянь, вивчення властивостей коренів, доведення тотожностей, звільнення від ірраціональності у дробах тощо. Міцні теоретичні знання з цієї теми широко використовуються при подальшому вивченні курсу алгебри, як основної, так і профільної шкіл. Навички роботи з многочленами, сформовані при

вивченні цієї теми, є запорукою успішного засвоєння подальшого курсу алгебри.

Здатність аналізувати, критично мислити найкраще розвивається в процесі навчання математики. Тривалі перерви у вивченні математики призводять до втрати певних навичок. Найбільш продуктивним є систематичне навчання математики, яке у сучасних умовах життя, можливе шляхом використання засобів дистанційного навчання. Онлайн уроки (синхронні та асинхронні) під час війни відіграють важливу роль, бо можуть слугувати орієнтиром у вивченні конкретної теми, забезпечувати зв'язок між учителем та учнями тощо.

Окремі аспекти вивчення теми «Многочлени» розкрито в працях Бевза Г., Благодаренко Л., Островерхової Н., Павленко О., Сиротюк В., Фіцули М., Шут М. Особливості вивчення даної теми у шкільному курсі алгебри досліджували Ізюмченко Л., Макарчук О., Нічишина В., Ріжняк Р., Халецька З..

Загальні ідеї дистанційного навчання розкрили у власних доробках Кухаренко В., Рибалко О., Бондаренко В., Богачков Ю., Биков В., Лапінський В., Прокопенко А. та інші фахівці. Окремі праці присвячені саме дистанційному навчанню математики висвітлено у таких напрацюваннях:

- ставлення старшокласників в ОАЕ до вивчення математики у дистанційному форматі – Almarashdi H., Jarrah A.;
- стан дистанційного навчання математики у 2020–2021 роках – Бурда М.;
- організація дистанційного навчання старшокласників на прикладі вивчення окремих тем - Войналович Н., Котельнікова С.;
- застосування інформаційних технологій при вивченні математики в загальноосвітніх школах в умовах пандемії – Кондратюк В. тощо.

Отже, поняття «многочлени» є одним з основних фундаментальних понять курсу алгебри, а його вивчення потребує значного засвоєння теоретичного матеріалу та формування практичних навичок та умінь,

особливо в сучасних (воєнних) умовах освіти з використанням засобів дистанційного навчання.

Об'єкт дослідження: процес формування поняття «многочлени» в учнів 7 класу.

Предмет дослідження: методи, методичні прийоми та засоби формування поняття «многочлени» та шляхи підвищення ефективності знань з розділу «Цілі вирази» з використанням засобів дистанційного навчання.

Мета роботи: розглянути методичну систему вивчення многочленів у основній школі.

Методи дослідження:

теоретичні – системний аналіз науково-методичної літератури з теми дослідження;

емпіричні – бесіди з учителями математики загальноосвітніх шкіл; вивчення та аналіз досвіду роботи вчителів математики Ніжинської гімназії № 13

Завдання дослідження:

1) проаналізувати науково-методичну, методичну, навчальну літературу з теми дослідження;

2) зробити аналіз та узагальнення педагогічного досвіду вчителів математики Ніжинської гімназії № 13;

3) дослідити методи, прийоми та засоби формування практичних умінь та навичок при вивченні многочленів;

4) проаналізувати засоби дистанційного навчання, щодо вивчення зазначеної теми;

5) вивчити та проаналізувати типові помилки, що допускають діти при розв'язуванні вправ з теми «Многочлени», запропонувати вправи для корекції знань;

б) розробити програму факультативу «Многочлени. Їх застосування в математиці» для учнів 7 класу.

Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, додатків та

списку використаних джерел.

Перший розділ роботи, який називається «Зміст навчального матеріалу з теми «Многочлени» у розділі «Цілі вирази» в основній школі», починається розглядом теоретичного матеріалу з даної теми; наведено систему практичних завдань на формування умінь та навичок при вивченні многочленів.

У другому розділі «Методичні особливості вивчення теми «Многочлени» з розділу «Цілі вирази» у основній школі (7 клас)» подано аналіз діючої програми та шкільних підручників, запропоновано методичні особливості вивчення многочленів у школі, охарактеризовано типові помилки учнів, які виникають при розв'язуванні вправ та вправи для корекції знань. Подано аналіз застосування засобу дистанційного навчання – сервісу LearningApps.org при вивченні даної теми. Запропоновано розробку факультативу з теми «Многочлени. Їх застосування в математиці».

Практична цінність: робота може бути використана вчителями математики загальноосвітніх шкіл, студентами фізико-математичного факультету педагогічних університетів та всіма, хто цікавиться математикою.

РОЗДІЛ І. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З ТЕМИ «МНОГОЧЛЕНИ» У РОЗДІЛІ «ЦІЛІ ВИРАЗИ» В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

1.1. Многочлени. Дії над многочленами

У курсі алгебри значну частину навчального часу відведено на вивчення різноманітних виразів та їх перетворення. Перетворення виразів лежить в основі розв'язування рівнянь та нерівностей, доведення тотожностей, обчислення значень числових та буквених виразів, їх широко застосовують у диференціальному та інтегральному численні.

Відповідно до Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти (2011 рік) [11], Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів (затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017) [25] у курсі алгебри 7 класу основної школи передбачено: повторити й уточнити відомості про числові та буквені вирази, формули, ввести поняття про тотожно рівні вирази, тотожність, тотожні перетворення виразів. У цьому класі діти вивчають тотожні перетворення цілих виразів (одночленів і многочленів), формули скороченого множення та застосування їх до перетворення многочленів. Розділ «Цілі вирази» у курсі алгебри 7 класу займає перше місце та передбачає вивчення всіх його тем, а особливо дій над многочленами протягом 30 годин. Так, учні відповідно до очікуваних результатів навчально-пізнавальної діяльності повинні:

- наводити приклади числових виразів; виразів зі змінними; одночленів; многочленів;

- пояснювати: знайти числове значення виразу зі змінними при заданих значеннях змінних; що таке: тотожні вирази, тотожне перетворення виразу, одночлен стандартного вигляду, коефіцієнт;

- формулювати: означення: одночлена, степеня з натуральним показником; многочлена, подібних членів многочлена, степеня многочлена; властивості степеня з натуральним показником; правила: множення

одночлена і многочлена, множення двох многочленів;

- розв'язувати вправи, що передбачають обчислення значень виразів зі змінними; зведення одночлена до стандартного вигляду; перетворення добутку одночлена і многочлена, суми, різниці, добутку двох многочленів у многочлен; розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, за формулами скороченого множення та із застосуванням декількох способів; застосування зазначених перетворень у процесі розв'язування рівнянь, доведення тверджень[25].

У енциклопедичному словнику многочленом називається алгебраїчний вираз, який складається з алгебраїчної суми декількох одночленів [5;с.389].

Г.П. Бевз пропонує наступне визначення поняття многочлен. Многочлен - це сума кількох одночленів. Многочлен, який складається з двох членів, називають двочленом, многочлен, який складається із трьох членів - тричленом і т.д.[3; с.33].

За М.К. Потаповим, многочленом називається раціональний вираз, якщо він є цілим відносно кожної букви, яка входить до нього [38;с.70].

Наприклад, вираз $\sqrt{35}abc - \frac{16ad}{7} + 0,3dce$ многочленом тому, що він є цілим відносно букв а, в, d.

Відповідно до означення многочлена та правил дій над алгебраїчними виразами можна зробити висновок, що сума, різниця, добуток і похідні двох многочленів будуть многочлени.

Многочлен завжди можна тотожно звести до вигляду, в якому многочлен є сумою одночленів стандартного вигляду - за правилами дій над алгебраїчними виразами. Тому многочлен є алгебраїчною сумою одночленів [39;с.70].

Розглянемо многочлен $4xy - 6 + y - 2xy + 3$. Два його члени $4xy$ і $-2xy$ є подібними доданками, бо відрізняються лише коефіцієнтами. Члени -6 і 3 не містять змінних, вони також є подібними доданками. Подібні

доданки називають подібними членами многочлена.

Многочлен, складений з одночленів стандартного вигляду, серед яких немає подібних, називають многочленом стандартного вигляду.

Степінь одночлена, який є найбільшим серед степенів, що утворюють даний многочлен відповідно називається степенем многочлена стандартного вигляду. Многочлен $2x^2y^2 + y^3 - 2x$ має стандартний вигляд. Одночлени, з яких він складається, мають відповідно четвертий, третій і перший степінь. Найбільший степінь одночленів є степенем даного многочлена. Отже, многочлен $2x^2y^2 + y^3 - 2x$ має четвертий степінь [18; с.66].

За правилами розкриття дужок та зведення подібних доданків виконують додавання та віднімання многочленів [14; с.60].

Для виконання дій додавання двох многочленів, слід записати поряд всі члени першого многочлена, а потім всі члени другого многочлена, зберігаючи у кожного одночлена знак, який стоїть перед його коефіцієнтом та звести подібні члени. Наприклад:

$$(2cd + 5a) + (x + 7a - 4cd) = 2cd + 5a + x + 7a - 4cd = 12a + x - 2cd.$$

Для виконання дій віднімання від одного многочлена іншого, слід записати підряд всі члени першого многочлена, зберігаючи у кожного одночлена знак, який стоїть перед його коефіцієнтом, потім всі члени другого многочлена, змінивши на протилежні знаки, які стоять перед коефіцієнтом одночленів другого многочлена та звести подібні члени.

Наприклад,

$$\begin{aligned} (x^2 - y^2) - (-7x^2 + 8y^2 - 5a) &= x^2 - y^2 + 7x^2 - 8y^2 + 5a \\ &= 8x^2 - 9y^2 + 5a \end{aligned}$$

Щоб помножити одночлен на многочлен, потрібно помножити цей одночлен на кожний член многочлена й отримані добутки додати.

Наприклад:

$$\begin{aligned} (-4ав)(3ав - 2 + 3а^2в^2) &= -(4ав)(3ав) + (4ав) \cdot 2 - (4ав)(3а^2в^2) \\ &= -12а^2в^2 + 8ав - 12а^3в^3 \end{aligned}$$

Щоб помножити многочлен на многочлен, можна кожний член одного

многочлена помножити на кожний член другого й отримані добутки додати.

Наприклад:

$$\begin{aligned} (ав - ху) \cdot (ав + ху) &= (ав)(ав) + (ав)(ху) - (ху)(ав) - (ху)(ху) = \\ &= а^2в^2 + авху - авху - х^2у^2 = а^2в^2 - х^2у^2. \end{aligned}$$

Отже, навчальна програма передбачає не лише теоретичне засвоєння учнями 7 класу основних дій над многочленами, а й практичне вміння їх застосовувати.

1.2. Формули скороченого множення. Розкладання многочленів на множники

Використовуючи правила додавання і множення многочленів та властивості рівності алгебраїчних виразів, отримаємо тотожні рівності, які називають формулами скороченого множення.

Виконуючи дії множення однакових многочленів виду $(a + b)$, використовуючи закони дій над алгебраїчними виразами, можна написати представити ланцюг тотожних рівностей:

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = aa + ab + ab + bb = a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Формулу **квадрат суми** формулюють наступним чином: квадрат суми двох виразів дорівнює квадрату першого виразу плюс подвоєний добуток цих виразів і плюс квадрат другого виразу.

Формула **квадрат різниці** виводиться використовуючи закони дій над алгебраїчними виразами при перемножуванні многочленів виду $(a - b)$:

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = aa + a(-b) + (-b)a + (-b)(-b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \end{aligned}$$

Означення: квадрат різниці двох виразів дорівнює квадрату першого виразу мінус подвоєний добуток цих виразів і плюс квадрат другого виразу.

Формулу **куба суми** знаходять шляхом використання наступного ланцюга тотожних рівностей:

$$\begin{aligned}
 (a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\
 &= aa^2 + a2ab + ab^2 + ba^2 + b2ab + bb^2 \\
 &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ab^2 + a^2b + 2ab^2 \\
 &= b^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
 \end{aligned}$$

Означення: куб суми двох виразів дорівнює куб першого виразу додати потроєний добуток квадрату першого виразу і другого додати потроєний добуток першого виразу і квадрата другого додати куб другого виразу [29].

Аналогічно до формули куб суми виводиться формула **куб різниці:**

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Наведені формули дозволяють помітити деяку закономірність, яка допомагає записати формулу для $(a + b)^n$, деп- будь-яке натуральне число. Простежується закономірність, що всіх членів буде $(n + 1)$; перший член є перше число у степені; у кожного наступного члена степінь першого числа на одиницю менший його степеня попереднього члена, а в останнього члена число в нульовому степені; друге число знаходиться у першому члені у нульовому степені, в другому члені в першому степені, в кожному наступному члені степінь другого числа на одиницю більший його степеня за попереднього члена, а в останнього члена друге число степеня n [39;с.72].

Це формулювання є складним для розуміння. Пропонуємо інше формулювання зазначеного правила: ми маємо суму добутоків степенів першого та другого членів. Перший член суми є добутком n -го степеня першого члена і нульового степеня другого (a^n), у кожному наступному добутку суми степінь першого члена зменшується на одиницю, другого – збільшується на одиницю. Останній член суми є добутком нульового степеня першого члена і n -го – другого.

Коефіцієнт при кожному члені можна знайти за допомогою «трикутника Паскаля».

Правило утворення рядків «трикутника Паскаля» наступне: кожен рядок може бути отриманий з попереднього верхнього рядка наступним чином. У проміжку між будь-якими сусідніми числами верхнього рядка (але нижче їх) пишеться сума цих чисел, а по краю пишуться одиниці. Номер рядка вказує до якого степеня підносять двочлен $(a + b)$, а числа цього рядка є коефіцієнтами відповідних членів, які записані у верхньому рядку [39].

Якщо число n - велике (наприклад, 100), то обчислення коефіцієнта за трикутником Паскаля займе тривалий час. У даному випадку рекомендують застосувати формулу бінома Ньютона:

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n,$$

$$\text{де } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, 0! = 1, k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k, \text{ для будь-якого } k \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Наприклад,

$$(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5.$$

Формула бінома Ньютона $(a + b)^n$ та формула $(a - b)^n$ є формулами скороченого множення, в яких беруться похідні однакових многочленів (біномів) n разів.

Доведемо деякі формули, в яких береться похідна різних многочленів. Розглянемо наступний ланцюг тотожних рівностей:

$$(a - b)(a + b) = aa + a(-b) - ba - bb = a^2 + ab - ab - b^2 -$$

формула різниця квадратів.

Означення: добуток різниці двох виразів і їх суми дорівнює різниці квадратів цих виразів.

Виведемо формулу різниці кубів двох чисел $a^3 - b^3$:

оскільки

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = aa^2 + aab + ab^2 - ba^2 - bab - bb^2 = a^3 + a^2 b + ab^2 - a^2 b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3, \text{ то } (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Означення: різниця кубів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів і неповного квадрата їх суми.

Наведені формули дозволяють виявити закономірність, за допомогою якої легко записати формулу

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

При $n = 2$ маємо формулу різниці квадратів:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Означення: добуток різниці двох виразів і їх суми дорівнює різниці квадратів цих виразів.

Виведемо формулу суми кубів:

$$\begin{aligned} (a + b)(a^2 - ab + b^2) &= aa^2 - aab + ab^2 + bab + bb^2 \\ &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 \end{aligned}$$

Означення: сума кубів двох виразів дорівнює добутку суми цих виразів і неповного квадрата їх різниці.

Формула різниці куба має вигляд:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Означення: різниця кубів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів і неповного квадрата їх суми [14; с.62].

Зазначені формули справедливі для будь-яких числових значень букв a та b . Для тотожних перетворень, зокрема для розкладання многочленів на множники застосовують формули скороченого множення. За твердженням М.К. Потапова, всі формули скороченого множення є формулами розкладання многочленів на множники. Подати многочлен як добуток кількох многочленів це означає розкласти його на множники. Спосіб розкладання многочлена на множники на основі розподільної властивості множення називається винесенням спільного множника за дужки [39].

Наприклад, якщо розглянути многочлен $4a^5b^3c - 6a^3b^4c^2d$, то його НСД(4;6)=2.

Отже, за дужки можна винести числовий множник два. До обох членів многочлена входить одночлен a . Обираємо менший із показників степеня одночлена a - це 3. Тому, за дужки винесемо a^3 . Аналогічно винесемо b^3, c^1 . Одночлен d винести за дужки не можна, бо перший доданок містить d в

нульовому степені. Таким чином: $4a^5b^3c - 6a^3b^4c^2d = 2a^3b^3c(2a^2 - 3dcd)$. У дужках має залишитися стільки доданків, скільки їх було в даному многочлені. Спільний множник може бути не тільки одночленом, але й многочленом.

Розглянемо інший спосіб розкладання многочленів на множники - спосіб групування. Його доцільно застосовувати, якщо члени многочлена можна об'єднати в групи так, щоб після винесення спільних множників у кожній групі членів у дужках залишився один і той же вираз, тобто спільний множник для всіх груп [20].

Наприклад:

$$3x + 3y + ax + ay = (3x + 3y) + (ax + ay) = 3(x + y) + a(x + y) = (x + y)(3 + a).$$

Щоб розкласти многочлен на множники, рекомендовано використовувати даний алгоритм дій:

- встановити спільний множник;
- з'ясувати, чи можна вираз, який залишився в дужках (або даний), розкласти на множники за формулами скороченого множення;
- за можливості, використати спосіб групування.

Розкладання на множники можна вважати закінченим тільки тоді, коли ніякий з отриманих множників не можна далі розкласти на множники.

Отже, процес розкладання многочленів на множники та використання формул скороченого множення важливі теми для вивчення учнями розділу «Цілі вирази» та потребують більшого часу на освоєння.

1.3. Система практичних завдань на формування умінь та навичок при вивченні многочленів

З метою формування в учнів поняття «многочлен» та вироблення практичних вмінь як у підручниках з алгебри, так і в збірниках задач пропонується наступна система практичних завдань [1; 17; 20; 21].

Науковці умовно розділили систему практичних завдань, за дидактичною метою, на 11 типів:

- завдання на формування поняття «многочлен»;
- завдання на формування вмінь зводити подібні члени многочлена;
- завдання на формування вмінь знаходити суму і різницю многочленів;
- завдання на формування вмінь множити одночлен на многочлен;
- завдання на формування умінь множити многочлен на многочлен;
- завдання на формування вмінь застосовувати метод групування;
- завдання на формування поняття добутку і різниці двох виразів;
- завдання на формування вмінь застосовувати формулу квадрата суми;
- завдання на формування вміння перетворювати многочлен у квадрат суми або різниці двох виразів;
- завдання на формування вмінь застосовувати формули суми і різниці кубів;
- завдання на формування умінь застосовувати різних способів розкладання многочленів на множники.

Дана класифікація передбачає, що кожен з типів завдань включатиме в себе різні види завдань.

Завдання на формування поняття «многочлен» формулюють так:

- знайдіть суму одночленів $2a$ і $3b$;
- знайдіть різницю одночленів $2a$ і $3x$;
- чи тотожні вирази $3x^2+0,3x^2$ і $3,3x^2$?
- який із виразів многочлен : $2x-3$; $37ak^2$; -32 ?
- сумою яких одночленів є многочлен: $ax+cx^2-8$?

Завдання на формування умінь зводити подібні члени многочлена виглядають наступним чином:

- зведіть подібні члени та знайдіть значення многочлена при вказаних значеннях змінних;
- назвіть з переліку многочлен стандартного вигляду: $4a + 5a - 7x$; $5x^3$.
- запишіть даний многочлен у стандартному вигляді.

Завдання на формування вмінь знаходити суму і різницю многочленів представлено у вигляді:

- знайдіть суму многочленів: $-5x^2-4$ і $8x^2-6$;
- знайдіть різницю многочленів;
- спростіть вираз: $(5a^3+3a^2b-b^3)-(3a^3-4a^2b-b^2)$;
- обчисліть значення виразу, якщо відомо значення змінної;
- розв'яжіть рівняння: $(2x+3)+(4x-8)=37$;
- доведіть тотожність: $(a^2+b^2-c^2)-(b^2+c^2-a^2)+(c^2-a^2)=a^2-c^2$.

Завдання на формування умінь множити одночлен на многочлен можна подати так:

- перетворити у многочлен добуток: $3x(2x+5)$;
- спростити вираз $8x-2x(3x+4)$;
- спростити вираз і знайти його значення;
- розв'язати рівняння: $5x(3x-2)-15x(4+x)=140$;
- доведіть тотожність: $ab(b-c)+ac(c-b)-a(b^2-3bc+c^2)=abc$.

Завдання на формування умінь множити многочлен на многочлен:

- виконати множення.
- перетворити у многочлен вираз;
- спростіть вираз;
- розв'яжіть рівняння;
- задачі на множення многочленів;
- винести за дужки спільний множник;
- розкладіть на множники;
- обчислити $173^2+173\cdot 27$ зручним способом;
- обчислити значення виразу, попередньо розклавши його на множники: $6,32x - x^2$, якщо $x=4,32$;
- розв'язати рівняння;
- довести, що значення виразу 19^5+19^4 кратне 20.

Завдання на формування умінь застосовувати метод групування:

- розкласти на множники $ta + tb + 4a + 4b$;

- подати у вигляді добутку вираз;
- знайдіть значення виразу, розклавши його попередньо на множники;
- обчисліть, не використовуючи калькулятора

$$3,74^2 + 3,74 \cdot 2,26 - 3,74 \cdot 1,24 - 2,26 \cdot 1,24;$$

- доведіть, що значення виразу ділиться націло на задане число:
 $n^3 + 3n^2 + 2n$ ділиться на 6.

Завдання на формування поняття добутку і різниці двох виразів:

- подати у вигляді многочлена $(x - y)(x + y)$
- перемножте вирази $(a - b)(a + b)$;
- подайте у вигляді добутку $x^2 - k^2$;
- доведіть, що $60^2 + 899^2 = 901^2$.

Завдання на формування умінь застосовувати формулу квадрата суми:

- піднести до квадрата двочлен;
- подати у вигляді многочлена $(a+7)(a+7)$;
- спростити вираз $(x-2)^2 + (x-5)(x+7)$;
- розв'язати рівняння;
- довести тотожність.

Завдання на формування умінь перетворювати многочлен у квадрат суми або різниці двох виразів:

- яка з наведених рівностей є тотожність?
- подайте многочлен у вигляді квадрата або квадрата різниці двох виразів;
- подайте тричлен у вигляді квадрата двочлена;
- знайти значення виразу;
- розв'яжіть рівняння;
- доведіть тотожність.

Завдання на формування умінь застосовувати формули суми і різниці куба:

- розкладіть на множники;
- подайте у вигляді многочлена;

- виконати множення;
- спростити вираз;
- довести тотожність.

Завдання на формування умінь застосовувати різні способи розкладання многочленів на множники:

- розкласти на множники многочлен $2a^2 - 2b^2$;
- розв'язати рівняння $x^3 - x = 0$;
- довести тотожність.

Отже, розподіл практичних завдань на групи використовуючи за ознаку дидактичну мету дозволить краще пізнати та зрозуміти матеріал учням під час шкільного вивчення та з метою саморозвитку.

1.4. Різноманітність засобів дистанційного навчання при вивченні многочленів

Стан системи освіти сьогодні зумовлюється воєнними подіями на території нашої держави. Проте, процес інформатизації, ускладнення і розширення навчального матеріалу відповідно до навчальної програми, вимагають від сучасного покоління зростання обсягу їх знань. У зв'язку з останніми подіями в країні, пов'язаними з пандемією та війною, що в свою чергу спричинили перехід більшості закладів освіти на дистанційну, змішану форму навчання використанням змішаного навчання, учасникам освітнього процесу доводиться застосовувати різноманітні технології та засоби дистанційного навчання.

Дистанційне навчання є однією з найбільш затребуваних форм і способом організації освіти в Україні. Дистанційне навчання - це процес набуття знань, умінь, навичок, способів пізнавальної діяльності з максимальним використанням індивідуальних особливостей кожного. Дистанційне навчання відбувається, в основному, за дистанційної, тобто опосередкованої взаємодії учасників освітнього процесу, віддалених один від

одного, з використанням сучасних інформаційно-комунікаційних та психолого-педагогічних технологій [36].

Дистанційна освіта є відкритою системою навчання, яка забезпечує активне спілкування між учителем та учнями за допомогою сучасних технологій та мультимедійних засобів. Така форма навчання можливість вибору місця, часу та темпу навчання.

Відповідно до «Положення про дистанційне навчання у навчальних закладах», поняття «Технології дистанційного навчання» - це спеціальний комплекс освітніх технологій, що включає інформаційно-комунікаційні та психолого-педагогічні технології, які надають можливість забезпечити процес дистанційного навчання [38]. Повноцінне забезпечення дистанційного навчання передбачає наявність сукупності таких засобів:

- засоби надання навчального матеріалу учням;
- засоби інтерактивної співпраці учня-учителя;
- засоби проведення онлайн-уроків;
- швидке доповнення курсу новою інформацією, коригування помилок;
- засоби контролю успішності учнів [30].

Науковці виділяють дві основні моделі дистанційного навчання для учнів, які розроблені на основі мережних комп'ютерних технологій:

- Перша модель передбачає обов'язкову безпосередню взаємодію педагога і учнів.
- Друга модель позбавлена безпосереднього спілкування учителя з учнями.

Як перша, так і друга моделі можуть бути використані у закладах загальної середньої освіти, наприклад, під час карантину, чи під час воєнних дій [30, с. 45]. Щоб організувати дистанційне навчання учнів необхідно мати враховувати наступні позиції:

- індивідуальний підхід та доступність й відкритість при забезпеченні освітнього процесу;
- закріплення за школярами вчителя-наставника, який виконує

роль класного керівника й консультує дітей з питань дистанційної освіти використовуючи засоби інформаційно-комунікаційного зв'язку, в тому числі й інтернету (сервісів, чатів, форумів, онлайн-конференцій тощо);

— створення відповідних умов для навчання учнів, які виявили бажання опанувати математичні науки для оволодіння міжнародним досвідом.

Організація дистанційного навчання з вивчення математики може реалізовувати у вигляді послідовностей технологічних циклів: підготовчого, навчального, заключного. Так, підготовчий цикл передбачає залучення учнів у процес дистанційного навчання математики на основі визначення індивідуально-зорієнтованих цілей діяльності, забезпечення комфортного включення дітей у колектив учасників освітнього процесу та процедури знайомства; конструювання індивідуальних траєкторій освоєння змісту навчального предмету алгебри чи геометрії.

Навчальний цикл включає в себе структуру навчальної діяльності з математики; передбачає обов'язкову співпрацю вчителя та учнів і забезпечує засвоєння учнями математичного змісту з врахуванням загальних та індивідуальних цілей, забезпечення контролю та діагностики з метою корекції подальшої траєкторії навчання.

Завершальний цикл передбачає перевірку досягнутого рівня сформованості системи математичних знань та умінь [44].

Сучасний інтернет-простір забезпечує велику кількість засобів, які спрямовані на процес удосконалення та полегшення впровадження дистанційного навчання. Основним показником вибору засобів для організації дистанційного навчання має бути відповідність поставленим методичним меті та завданням уроку, тобто досягнення очікуваних результатів навчання в дистанційному форматі. Важливо враховувати універсальність цих засобів та зрозумілість, доступність інтерфейсу як для педагогів, так і для учнів.

У процесі вивчення математики, враховуючи тему нашої роботи,

особливо розділу «Цілі вирази» у курсі алгебри 7 класу розглянемо основні форми онлайн-комунікації, які можна застосовувати під час дистанційного навчання [30]:

Відеоконференція— це онлайн конференція, в режимі реального часу, яка передбачає визначення певного дня та часу для її проведення. Це один із сучасних способів зв'язку, що дозволяє проводити заняття враховуючи віддалене місце заходження її учасників, в той час, як учні та педагог перебувають на відстані.

Вебфорум— одна з найпоширеніших форм спілкування педагога та здобувачів освіти у дистанційному навчанні, яка передбачає створення певної теми для обговорення, наприклад, алгоритму додавання чи віднімання многочленів. Всі бажаючі ознайомитися з даним обговоренням можуть його переглянути чи доповнити.

Чат у перекладі з англійської мови – розмова, це мережевий засіб для обміну текстовими повідомленнями між користувачами в режимі реального часу, засіб швидкої комунікації учнів між собою чи з педагогами з метою уточнення певних питань, наприклад: «Як правильно помножити многочлени?». Існує кілька різновидів чатів: текстовий, голосовий, аудіо чат та відео чат. Проте найбільш популярний є — текстовий чат.

Блог — це форма мережевого спілкування, яка нагадує форум, яка передбачає право на певну публікацію одній особі чи групі людей. Автор(учитель, учень або група учнів) розміщує на сайті мережевого блогу (щоденника) допис (це може бути приклад з математики, розв'язок якого є складним для його дописувача, тому він запитує пораду щодо вирішення даного завдання у інших учасників блогу) та надає можливість іншим учням прочитати й прокоментувати розміщений матеріал, або дати відповідь на поставлене питання.

Електронна пошта — це засіб для обміну повідомленнями, включаючи текстові- аудіо- відео- фото файлів тощо. За допомогою даного сервісу учні можуть надсилати виконані завдання з математики на перевірку

вчителю, або навпаки педагог робить розсилку домашнього індивідуального завдання з математики кожному учню класу.

Онлайн-анкетування з використанням GoogleForms— це онлайн-редактор для зручного створення опитування з метою поточного контролю під час дистанційного навчання. Педагог може створити анкету передбачену для перевірки готовності до уроку алгебри, чи то рівень засвоєних знань учнів у результаті вивчення многочленів тощо.

Анкета є достатньо гнучким інструментом, оскільки питання можна створювати за допомогою різних способів. Під час дистанційного навчання, після засвоєння певної теми можна використовувати анкети, в яких учні мають змогу зробити самооцінку результатів навчання за визначеними педагогом показниками [30].

Окрім вище зазначених, в умовах дистанційного навчання, широко використовуються під час вивчення математики такі **веб-ресурси**:

Платформа Moodle— це система управління дистанційним навчанням, яка дає можливість застосовувати широкий набір інструментів для освітньої взаємодії всіх учасників освітнього процесу. Так, дана платформа дозволяє представляти навчальний матеріал у різних форматах: текст, презентація, відеоматеріал, веб-сторінка; урок як сукупність веб-сторінок з можливим проміжним виконанням тестових завдань; забезпечує організацію тестування та опитування школярів з використанням питань закритого (множинний вибір правильної відповіді та зіставлення) і відкритого типів; учні можуть виконувати завдання з можливістю пересилати відповідні файли. Дана система має великий асортимент інструментів моніторингу навчальної діяльності учнів, так наприклад: педагог може обмежити чи розширити загальний час роботи учня з конкретним навчальним предметом, відповідними темами або складниками навчального матеріалу, загальної успішності учня або класу в процесі виконання тестових завдань тощо [32].

У ресурсі Moodle є такі інструменти:

1. форми завдань, які потрібно здати;

2. дискусійні форуми;
3. завантаження файлів;
4. журнал оцінювання;
5. обмін повідомленнями;
6. календар подій;
7. новини та анонси;
8. онлайн-тестування;
9. Вікі -ресурси.

Moodle являє собою широкофункціональну систему організації дистанційного навчання та створення електронних курсів. Дана система встановлюється на сервер та передбачає обов'язкове адміністрування на рівні адміністрації закладу освіти. Перевагою платформи є те, що попередньо розроблені курси можна повторно застосовувати, до того ж залучати при цьому різні групи учнів. Цікаво для учнів є використання додаткових сервісів та ресурсів, які урізноманітнюють навчальний процес на Moodle та надають учням можливість для інтерактивного вивчення та засвоєння матеріалу[32].

Платформа GoogleClassroom — це сервіс, що забезпечує тісну взаємодію між іншими інструментами та електронною поштою Gmail та дозволяє організувати дистанційне навчання, з використанням текстової відео-, та графічної інформації. Педагог має можливість проводити такі форми роботи як: тестування, контрольні роботи, систематизацію знань учнів шляхом виконання різноманітних завдань, оцінювати діяльність учнів використовуючи різні форми оцінювання, переглядати результати виконаних задач та вправ, коментувати роботу учнів, організовувати ефективно та доцільне спілкування з учнями в режимі реального часу тощо. Групи є основним елементом у GoogleClassroom. Групи за своєю структурою нагадують форуми, проте, лише функціонально, оскільки вони дозволяють користувачам легко та швидко надсилати повідомлення іншим користувачам. Завдяки сервісу для спілкування Hangouts учасники освітнього процесу мають змогу вести онлайн-бесіди в режимі реального часу з комп'ютера або

навіть, смартфон, учасники команди можуть демонструвати свої екрани, переглядати та працювати разом над усім. Така трансляція паралельно та автоматично публікуватиметься на YouTube-каналі. Також, платформа дозволяє за допомогою Google-форм збирати відповіді учнів, наприклад на виконані тести з теми «Ділення многочленів» та проводити автоматичне оцінювання результатів тестування [48]. GoogleClassroom— це один із сервісів Google, метою якого є створення віртуальних класів. Даний сервіс забезпечує учасників освітнього процесу можливість створення інтерактивних завдань з використанням зворотнього зв'язку в режимі реального часу, або у зручний час для його учасників [29].

Zoom— це одний із часто використовуваних сервісів для проведення відео-конференцій та онлайн-уроків. Безкоштовна версія програми дозволяє проводити відео-конференцію тривалістю не більше 40 хвилин, проте враховуючи період коронавірусу та війни сервіс зняв це обмеження. Zoom зручно застосовувати як для індивідуальних занять при вивченні теми «Многочлени» так і для групових з метою детальнішого заглиблення в тему. Перевагою даного сервісу є можливість його використання на комп'ютері, планшеті чи смартфоні. До відео-конференції може підключитися будь-який учень класу, або ж інша особа, наприклад, завуч з метою перевірки присутніх на уроці, за посиланням або ідентифікатором конференції. Урок математики в Zoom можна запланувати завчасно, або ж налаштувати посилання для постійних зустрічей у певний час. У платформі є інтерактивна дошка, яку можна демонструвати учням задля виконання певних завдань, також, є можливість легко й швидко перемикаєти з демонстрацією екрану на інтерактивну дошку[33].

Відео-конференції можна проводити також за допомогою **Microsoft Teams, GoogleMeet, Skype** тощо.

ClassDojo — простий засіб для оцінювання роботи класу, виконаних завдань в режимі реального часу. Даний інструмент має гарну систему заохочення з різними ролями та рівнями доступу. Для роботи у ClassDojo має

бути зареєстрований вчитель, який потім реєструє учнів класу. Для доступу до власного профілю кожному учню висилається персональний код; за бажанням, отримати доступ до профілю дитини можуть батьки. ClassDojo забезпечує можливість спілкування учнів на сторінці класу: школярі можуть коментувати пост створений педагогом. Кожен учень отримує фонове зображення у незвичайному вигляді, завдання якого полягає в збиранні балів за завдання. Наприклад: за кожне правильно виконане завдання з теми «Дії над многочленами» вчитель ставить учням певну кількість балів. Успішність учнів з окремих предметів можуть спостерігати батьки, а також бачити соціальні та м'які навичках дитини[31].

Classtime — платформа для створення інтерактивних навчальних додатків, яка дозволяє використовувати принцип індивідуалізації навчання учнів та аналізувати навчальний процес. Дана платформа дає можливість використовувати бібліотеку власних ресурсів та інструменти для створення запитань. Принцип роботи полягає в тому, що, наприклад: учитель математики розробляє інтерактивний навчальний матеріал з теми «Многочлени» (можна застосувати наявні матеріали з бібліотеки), учні отримують доступ до навчального матеріалу та розпочинають роботу, педагог у режимі реального часу відслідковує прогрес кожного учня та після закінчення роботи (тести, контрольна робота, опитування з теми) може одразу повідомити оцінку [34].

LearningApps.org — онлайн-сервіс, який дозволяє створювати інтерактивні вправи, будувати інтелектуальні карти. Зазначений сервіс є дуже ефективним в процесі вивчення курсу алгебри в цілому, його можна застосовувати в роботі з інтерактивною дошкою або вправи для учнів індивідуального чи групового спрямування. Дозволяє створювати вправи різних типів на різні теми. Цей сервіс є додатком для підтримки освітніх процесів. Цей сервіс спрямований на розробку, зберігання та використання інтерактивних завдань з різних предметів під час уроків та в якості домашніх завдань[35].

Padlet.com — це віртуальна дошка, яка дає можливість розміщувати необхідні дописи з текстовим матеріалом, гіперпосиланнями, малюнками, прикріплювати файли, аудіо-, відеозаписи. Дана дошка як справжня дошка оголошень може містити важливу інформацію, наприклад основні формули чи означення з математики тощо [30].

Усі вище зазначені засоби мають спільну мету - ефективно забезпечення дистанційного навчання, проте відрізняються технічним забезпеченням, наявністю різних параметрів та компонентів, можливість використання безкоштовно, широтою застосування, доступністю та зручністю у користуванні. Системи дистанційного навчання повинні дозволяти користувачам виконувати елементарні функції, серед яких завантаження, редагування текстових документів, збереження та обмін документами, перегляд і прослуховування навчальних ресурсів, крім того забезпечувати можливість учасникам освітнього процесу навчатися в синхронному та асинхронному режимах.

Висновки до I розділу

На підставі аналізу теоретико-методологічних підходів до даної проблеми, сформульовані такі висновки.

Аналіз навчальної програми дозволив визначити розділ «Цілі вирази», а особливо його складові теми щодо дій з многочленами як такі, що є основою у подальшому курсі вивчення алгебри.

Детальне вивчення досліджуваного поняття дало змогу підсумувати, що проблемі вивчення многочленів у шкільному курсі математики приділяло чимало вчених, частина з них розглядали дане питання в контексті застосування дистанційного навчання. Так, «многочлени» визначають як одне із фундаментальних понять алгебри, вираз, який є сумою кількох одночленів.

Проаналізовано основні та часто використовувані засоби дистанційного навчання при вивченні многочленів. Так, серед них, важливе місце посідають: сервери, платформи інструменти, засоби відео-конференцій тощо. Основне завдання кожного з них полягає в тому, щоб використовуючи дані засоби інформаційно-комунікативних технологій, створити такі умови дистанційного навчання, які б приносили користь освітньому процесу на відстані.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МНОГОЧЛЕНИ» З РОЗДІЛУ «ЦІЛІ ВИРАЗИ» У ОСНОВНІЙ ШКОЛІ (7 КЛАС)

2.1. Вікові та психологічні особливості дітей підліткового віку

Підлітковий вік пов'язаний з фізіологічними змінами організму дитини, насамперед через статеве дозрівання. Зміни у гормональному балансі призводять до прискороного росту організму. Вага головного мозку збільшується, досягаючи показників дорослої людини. В подальшому розвиваються специфічно людські ділянки мозку (лобні, частково-скроневі і тім'яні), відбувається внутрішньоклітинне вдосконалення кори головного мозку, збагачуються асоціаційні зв'язки між різними ділянками мозку. Гальмівні процеси стають досконалішими. Друга сигнальна система починає інтенсивно розвиватися. Все ці зміни відображаються в розумовій активності підлітка [6; с.175].

Для підлітків характерна підвищена збудженість, вони мають нестійку поведінку, імпульсивні, безконтрольні, неадекватні, нестримні.

Специфіку усіх сторін розвитку підліткового віку визначає перехід від дитинства до дорослості. У підлітків спостерігається розвиток обсягу уваги, підвищення стійкості уваги та розвиток здатності до переключення та розподілу уваги. Для підлітків характерне зниження навчальної діяльності, що пов'язане з опосередкованими розумовими здібностями, на відміну від молодших школярів. Дані зміни відбуваються завдяки розвитку понятійного, мовно-логічного, абстрактного мислення. Підліток здатен оперувати поняттями, міркувати про властивості та якості предметів, висувати гіпотези, планувати дослідницьку діяльність та засвоювати велику кількість інформації.

Для підлітка провідним видом діяльності є міжособистісне спілкування, саме тому педагог не є авторитетом, як це притаманно для молодших школярів. Розумова діяльність та поведінка підлітка, цілком

залежна від мотиваційної сфери. Підліток зосереджує свою увагу лише на те, що пов'язане з емоційно забарвленою інформацією.

Молодші підлітки зосереджуються на запам'ятовуванні навчального матеріалу, частому його повторенні, а не на його розумінні. У віці 12-13 років, підлітки використовують прийоми опосередкованого запам'ятовування і при цьому збільшується обсяг запам'ятовування.

Саме для здобувачів освіти 7-8 класів характерне використання опосередкованого запам'ятовування. Підлітки вже можуть аналізувати зміст засвоюваного матеріалу. Одні підлітки обирають шляхи заучування, а інші структурують та логічно обробляють навчальний матеріал. Зазначені вміння розвиваються у них стихійно. Учні з низьким рівнем запам'ятовування, не вміють зосередитися на роботі, вони є інтелектуально пасивними, їхня мнемічна діяльність вирізняється стереотипністю. У таких учнів способи обробки матеріалу одноманітні, мислення нібито не бере участі у запам'ятовуванні. Учні, які самостійно формулюють та виражають власну думку сприяє розвитку інтелекту, підвищує навчальну діяльність. [12;с.19].

У молодших підлітків спостерігається підвищення дослідницької діяльності та подальший розвиток мисленневих операцій, про що свідчать дослідження пізнавальної діяльності. У 11-12 років майже всі здобувачі освіти спрямовують свою дослідницьку активність на формулювання пошукових запитань. Це відбувається тому, що школярі намагаються зрозуміти та усвідомити причинно-наслідкові зв'язки і закони появи різних подій.

Причиною підвищення дослідницької активності підлітків є зростання самостійності діяльності та критичності мислення. Завдяки проявам самостійності підліток вже може ставити дослідницькі цілі, висувати гіпотези причинно-наслідкових залежностей, розглядати відомі йому факти з позицій висунутих гіпотез. Ці здібності є основними передумовами розвитку творчості на етапі причинного мислення. Критичність мислення виявляється у тому, що здобувачі освіти починають оцінювати свою діяльність та діяль-

ність інших з поглядів законів і правил природи та суспільства. Існує декілька позицій розгляду творчості підлітків: перша націлена на те, завдяки осмисленню дітьми правил і законів, їх творчість стає більш зрозумілою, логічною, відвертою. Інша позиція вчених полягає в тому, що дитяча критичність перешкоджає творчості, адже на етапі формулювання гіпотези може видатися надважким завданням й учнів відмовляться від нього. Такого плану самообмеження зменшують можливості появи нових, оригінальних ідей.

Підростаюче покоління в своєму житті постає перед різними ситуаціями в яких дуже складно визначити єдину причину подій. Більшість соціальних та природних подій спричинені великою кількістю різних чинників.

Усі описані вище ситуації неможливо обґрунтувати лише за допомогою причинного мислення. Тому, з'являється необхідність попередньо оцінити ситуацію та відібрати серед різноманіття варіантів ті, які суттєво впливають на перебіг подій. При цьому слід брати до уваги, необхідно обмежити вибір критеріїв для звуження «горизонту пошуку». Мислення, яке забезпечує даний вибірковий пошук, уможливорює вирішення складних, невизначених проблемних ситуацій називається евристичним.

Період формування евристичного мислення - 12-14 років. Під час дослідження мислення дітей та підлітків вчені з'ясували, підлітки по-іншому досліджують проблемну ситуацію, на відміну від молодших школярів. Так, у віці 9-11 років, учні ставлять багато пошукових запитань щодо різноманітних життєвих ситуації, причиною є висока дослідницька активність, проте підлітки одразу концентруються на одній чи кількох гіпотезах.

Отже, підлітковий вік це сенситивний період життя дітей, під час якого виробляється вміння сформулювати проблемну ситуацію: виділити проблему, знайти критерії задовільного її вирішення, розмежувати головне та другорядне, групувати предмети та об'єкти відповідно до ступеня їх значимості [12;с.19].

2.2. Аналіз змісту програми та підручників з теми «Многочлени» у розділі «Цілі вирази» для 7 класу

Державний освітній стандарт з математики – це нормативний документ, обов’язковий для виконання всіма середніми закладами освіти. У ньому за ступенями навчання і змістовими лініями зазначено мінімальний комплекс математичних знань, навичок і умінь, державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів відповідно до цього мінімуму [43;с.19].

Державний стандарт з математики – це не програма навчальної дисципліни, а лише основа для складання різнорівневих програм і створення підручників з математики.

Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти «Затверджений» постановою Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 року №1392.[12]

Розглянемо державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів IV освітньої галузі «Математика» із теми «Цілі вирази».

Вирази	Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів
Числові вирази і вирази зі змінними. Степінь з натуральним і цілим показниками. Арифметичний квадратний корінь. Одночлен. <u>Многочлен.</u> Дії над <u>многочленами.</u> Дробові вирази та дії над ними. <u>Перетворення виразів.</u>	Знати і розуміти, що таке числовий вираз і вираз із змінними, одночлен, <u>многочлен</u> та дробові вирази; означення степеня з натуральним і цілим показниками, означення арифметичного квадратного кореня; уміти записувати число у стандартному вигляді, знаходити значення числового виразу і виразу із змінними при заданих значеннях змінних, перетворювати цілі і дробові вирази та нескладні вирази з квадратними коренями, <u>застосовувати властивості дій над виразами під</u>

Досягти рівня загальноосвітньої підготовки, зазначеного в державному стандарті, має кожен учень. Цей обов'язковий рівень знань та навичок має оцінюватися в 4-6 балів [43;с.20].

Чинна Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів «Математика, 5 – 9 класи» (Програма затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804) є двокомпонентною і складається з пояснювальної записки та змісту. Під час конструювання програми враховані системно-структурний та функціональний підходи. У пояснювальній записці до навчальної програми зазначено мету, завдання курсу математики, дано пояснення до змісту програми, методичні рекомендації щодо використання резервного часу.

Так навчальними планами передбачено, що в 7 – 9 класах вивчатимуться два математичні курси: алгебра і геометрія.

Пристаючи до вивчення систематичного курсу алгебри в школі треба мати на увазі, що зміст шкільної алгебри відрізняється від змісту науки алгебри.

Навчальна програма з алгебри для основної школи, крім алгебраїчного матеріалу, містить також питання і з інших наук: арифметики (числові множники, дії над дійсними числами), математичного аналізу (функція, графіки), теорії ймовірності, математичної статистики тощо.

Програма з алгебри для 7 класу містить такі теми:

- цілі вирази;
- функції;
- лінійні рівняння та їх системи.

Порівнюючи минулорічні програми, кількість годин спрямованих на вивчення алгебри зменшилася з 3 до 2 годин на тиждень.

Програмою загальноосвітньої школи передбачено вивчення теми «Цілі вирази» в обсязі 30 годин. До даного розділу входить вивчення теми

«Многочлен» та «Формули квадрата двочлена, різниці квадратів, суми і різниці кубів.».

Таблиця 2.1

Аналіз змісту чинної програми

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу
Тема 1. ЦІЛІ ВИРАЗИ(30 год)	
<p>Учень/учениця: наводить приклади: числових виразів; виразів зі змінними; одночленів; многочленів пояснює:</p> <ul style="list-style-type: none"> · як знайти числове значення виразу зі змінними при заданих значеннях змінних; · що таке: тотожні вирази, тотожне перетворення виразу, одночлен стандартного вигляду, коефіцієнт; <p>формулює:</p> <ul style="list-style-type: none"> · означення: одночлена, степеня з натуральним показником; многочлена, подібних членів многочлена, степеня многочлена; · властивості степеня з натуральним показником; · правила: множення одночлена і многочлена, множення двох многочленів; <p>розв'язує вправи, що передбачають: обчислення значень виразів зі змінними; зведення одночлена до стандартного вигляду; перетворення добутку одночлена і многочлена, суми, різниці, добутку двох многочленів у многочлен; розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, за формулами скороченого множення та із застосуванням декількох способів; використання зазначених</p>	<p>Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази.</p> <p>Тотожність. Тотожні перетворення виразу.</p> <p>Степінь з натуральним показником. Властивості степеня з натуральним показником.</p> <p>Одночлен. Піднесення одночленів до степеня. Множення одночленів. Многочлен. Подібні члени многочлена та їх зведення. Степінь многочлена.</p> <p>Додавання, віднімання і множення многочленів.</p> <p>Формули квадрата двочлена, різниці квадратів, суми і різниці кубів.</p> <p>Розкладання многочленів на множники</p>

перетворень у процесі розв'язування рівнянь, доведення тверджень	
---	--

На наше переконання до програми доцільно зробити декілька зауважень:

- підтема «Формули скороченого множення» дуже складна для вивчення та запам'ятовування, тому доцільно було б вивчати даний розділ у 8 класі;
- в програмі не зазначено вивчення теми «Ділення многочленів», тому у випускників шкіл не сформовано уміння ділити многочлени.

Аналіз підручників «Алгебра. 7 клас».

Навчання математики у 7-х класах загальноосвітніх навчальних закладів здійснюється за підручниками: «Алгебра. 7 клас» (автори В.Р.Кравчук, Г.В.Янченко) видавництва «Підручники і посібники» 2015, «Алгебра. 7 клас» (автори Г.П.Бевз,) видавництва «Освіта» 2015, «Алгебра. 7 клас» (автори А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонський, М.С.Якір) видавництва «Гімназія» 2015, «Алгебра. 7 клас» (автори М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова) видавництва «Зодіак-ЕКО» 2015р..

Підручники з алгебри створено відповідно до Державного стандарту та програми з алгебри для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів.

Основні методичні засади побудови підручника «Алгебра. 7 клас» (автори Г.М.Янченко, В.Р.Кравчук)[17] є тотожними до тих, яких дотримано і в підручниках «Математика, 5» та «Математика,6» цих авторів, що сприяє наступності у навчанні.

Викладений матеріалу підручника направлений на формування в учнів прийомів мислення, характерних для математики. Підручник передбачає різнорівневу диференціацію навчання. Він містить рубрику «Для тих, хто хоче знати більше» та систему завдань різних рівнів складності. У систему завдань початкового та середнього рівнів (рівень А та частково рівень Б)включені всі основні типи вправ на формування обов'язкових умінь та навичок учнів. Задачі рівня В розраховані на учнів з математичними

здібностями, їх можна застосовувати при виконання вправ колективно та індивідуально, також під час факультативних занять й підготовки до олімпіад.

Основна мета матеріалу підручника полягає у розумінні та засвоєнні учнями цінностей як загальнолюдських, так і духовних. Даний матеріал знаходиться у рубриці «Цікаво знати». Підручник має рубрику «Вправи для повторення». Матеріали рубрики можна застосовувати для актуалізації опорних знань, умінь та навичок учнів. Теоретичний матеріал є доступним та зрозумілим для учнів, містить детальні пояснення всіх перетворень та достатню кількість прикладів. Краще усвідомлення змісту теоретичного матеріалу забезпечує рубрика «Усно».

Система вправ згрупована таким чином, щоб попередня вправа готувала учня до виконання наступної, це забезпечує принцип наступності, коли поступово ускладнюються вправи. У класах з різною підготовкою даний підручник дозволяє використовувати різноманітність роботи з розв'язування вправ. Для класів зі слабкою математичною підготовкою краще використовувати вправи рівня А, частково – вправи рівня Б, а для індивідуальної роботи можна застосувати - вправи рівня В. Вправи рівня А доцільно розв'язувати не всі у тому класі, де учні з хорошою математичною підготовкою, в основному доцільно працювати з вправами рівня Б і частково – з В.

Рубрика «Приклади розв'язування вправ» відіграє особливу роль у підручнику, адже містить розв'язки до основних завдань.

Системи запитань та завдань знаходяться у кінці параграфа, вони спрямовані на допомогу узагальнення й систематизації знань, умінь й навичок.

За допомогою використання підручника дитина має змогу здійснювати самоконтроль та самооцінку освітніх досягнень. З цією метою можна використовувати вправи для самоперевірки чотирьох рівнів складності, які подано в кінці кожного параграфа.

Підручник «Алгебра. 7 клас»(автор Г.П.Бевз) [1]

Структура підручника «Алгебра, 7 клас» аналогічна до структури підручників «Математика 5 клас» і «Математика 6 клас» авторів Г.П та В.Г. Бевз, що забезпечує наступність вивченні матеріалу, зручність та доступність у користуванні як учнями, так і вчителями [2, 3].

Кожний новий розділ у підручнику розпочинається певним зображенням з відповідною цитатою, окрім цього там міститься пояснення суті теми та стислий огляд змісту. Кожен розділ розбито на рубрики: «Завдання для самостійної роботи», «Історичні відомості», «Головне в розділі», «Запитання для самоперевірки», «Готуємося до тематичного оцінювання».

Кожний параграф підручника містить такі структурні елементами: основний теоретичний та додатковий матеріал, представлений у рубриці «Хочеш знати ще більше?», запитання з рубрики «Перевірте себе». У кінці кожного параграфу міститься добірка задач «Вправи для повторення», основне призначення яких полягає повторенні попередньо-вивченого матеріалу чи актуалізації опорних знань для наступного уроку.

Нумерація задач – безперервна. Майже кожен номер містить декілька однотипних завдань, що дає змогу ефективно формувати в учнів відповідні уміння. Система вправ розрахована на різний рівень підготовки учнів. Завдання, які є обов'язковими для виконання, позначені «кружками». Завдання різних рівнів та для виконання вдома окремо не позначені. Завдання підвищеної складності для обдарованих учнів відсутні.

Теоретичний матеріал подано у традиційному вигляді та у відповідності з навчальною програмою.

Структура підручника «Алгебра. 7 клас» (автори А.Г.Мерзляк, М.С.Якір) [22] подібна до структури підручників цих авторів курсу математики 5 та 6 класів [24].

У підручнику матеріал подано доступною та неформальною мовою, що дозволяє, за потреби, учням самостійно опрацювати навчальний текст. Також

у підручнику наявна достатня кількість прикладів для розв'язування типових задач; математичних термінів, виділених жирним шрифтом, правил та математичних тверджень.

З метою самоперевірки засвоєного теоретичного матеріалу, після кожного пункту наведено спеціальні питання, які теж можна застосовувати з метою контролю знань.

Цікавим є те, що автори підручнику мотивують учнів до отримання нових знань на початку кожного параграфа. Освітній матеріал параграфу завершується рубрикою «Підсумки», яка містить наступні розділи: «Було введено такі поняття», «Ви вивчили, ви ознайомилися, ви дізналися».

У підручнику відповідно до рівнів навчальних досягнень учнів розподілено за рівнями складності весь дидактичний матеріал до кожного пункту. З цією метою спеціальними символами позначена нумерація задач. Організувати роботу відповідно до індивідуальних особливостей учнів та їх різного рівня знань дозволяє вчителю численний і різноманітний дидактичний матеріал. Сусідні вправи, зазвичай, групуються як пари аналогічних задач. Таке ранжування допомагає вчителю організувати засвоєння учнями способів розв'язування типових задач під час виконання домашньої роботи.

Ті завдання, що рекомендовані для виконання вдома позначено червоним кольором, ті номери задач, які на розсуд учителя можна розв'язувати усно, відповідно до індивідуальних особливостей учнів, зафарбовано - синім кольором.

Значна увага приділена роботі спрямована на запам'ятовування та закріплення знань. З цією метою після кожного пункту запропоновано групу задач на повторення, та розділ «Вправи для повторення за курс алгебри 7 класу».

Окрім цього, виділена окрема рубрика «Готуємось до вивчення нової теми» у вправах на повторення до кожного пункту, в якій розміщені відомості з курсу математики 5 і 6 класів, які необхідно.

Задачі підвищеної складності позначено значком «зірочка», які не є обов'язковими для виконання, їх доречно застосовувати в роботі математичного гуртка або з обдарованим дітьми. Вказівки до розв'язування цих задач подані у розділі «Відповіді. Вказівки».

Рубрика «Учимося робити нестандартні кроки» є завершальною у кожному пункті, в якій згруповано задачі, для виконання яких необхідно мати розсудливість, творчість та кмітливість, окрім спеціальних алгебраїчних знань. Вище перераховані особливості дітей, допоможуть їм навчитися приймати нетипові рішення не лише в математиці, а й у повсякденному житті.

Після кожного параграфу розміщено рубрику «Завдання в тестовій формі. Перевір себе», сутність якої полягає в розширенні вмінь самоконтролю та узагальнення знань учнів.

У підручниках А.Г. Мерзляка та В. Кравчук спочатку розглядається розкладання многочленів на множники способом групування та винесення спільного множника за дужки, а потім тема «Формули скороченого множення». Автор Г.П. Бевз пропонує у своєму підручнику спочатку вивчити теми «Різниця квадратів двох виразів» та «Квадрат двочлена», а потім вивчати розкладання многочлена на множники способом групування та винесення спільного множника за дужки.

2.3. Методичні особливості вивчення основних понять та формування практичних умінь і навичок з теми «Многочлени»

У дослідженнях науковців поняття «методика (методична система)» визначають як ширше поняття ніж «технологія», адже воно дає відповідь на питання «у чому полягає сенс навчання?», а «технологія» - шукає способи, методи та засоби навчання та управління даним процесом.

У працях А. Новікова методичну систему навчання розкрито як загальну спрямованість навчання. Способами реалізації цілей і змісту, втіленням психологічних механізмів навчання у цій системі виступають

методи. Доречність застосування методичної системи полягає в тому, що стає можливим полегшити процес вибору певних методів і зробити її більш цілісною, доцільною [24].

Деталізуємо, як втілюється формування поняття «многочлена» у шкільній математиці. Відповідно до сучасних умов засвоєння навчального матеріалу слід розрізняти принаймні три етапи формування будь-яких математичних понять.

На **першому етапі** необхідно забезпечити загальне сприйняття головної складової навчального матеріалу, без надлишкової деталізації, із використанням усіх способів його подання (вербального, графічного, образного тощо). Цей етап пов'язаний із мотивацією, цілепокладанням, формуванням орієнтаційних схем розв'язування типових задач у основному за зразком.

На цьому етапі здійснюється контрольна-оцінювальна діяльність. Цей етап є фундаментом, основою для переходу на наступний рівень засвоєння.

Під час опанування нового матеріалу значне місце посідає процес актуалізації опорних знань. Без повного й глибокого відтворення потрібних знань і вмінь важко досягнути активності і певної самостійності учнів класу при поясненні нового матеріалу. Тому, підготовчий етап реалізується шляхом втілення таких завдань:

- прояв опорних знань, умінь та певних прийомів пізнавальної діяльності (актуалізація опорних знань);
- застосування чуттєвого досвіду учнів і уявлень про термін відповідно до наукового розуміння поняття;
- озвучення теми і мотивація навчальної діяльності.

Підготовка до вивчення нового матеріалу проводиться переважно у процесі виконання учнями системи вправ спрямованої на формування нового поняття. Добираючи такі вправи, вчитель має враховувати особливості нового матеріалу: теоретичні знання (поняття, закономірності), нові випадки усних або письмових обчислень, розв'язування задач нового виду.

На другому етапі, основному, необхідно реалізувати всі цілі, поставлені на початку вивчення відповідного навчального матеріалу. Він значно відрізняється рівнем складності операційного складу навчальної діяльності, повнотою подання навчального матеріалу, його зв'язків із попереднім, рівнем обґрунтування. На цьому етапі посилюється увага до формування орієнтаційних схем вищого рівня.

Вибір методів навчання залежить від мети, змісту навчального предмета, індивідуальних особливостей кожної дитини і від рівня здобутих ними раніше ЗУН.

Після викладу нового матеріалу, доречно повторити опрацьований на уроці новий матеріалу за допомогою запитань. Якщо це складно зробити дітям, тоді педагог повторно пояснює незрозуміле. [42;с.170].

Можна запропонувати такі запитання для перевірки рівня засвоєння нового матеріалу:

- 1.Що таке «многочлен». Наведіть приклади многочленів.
- 2.Який многочлен називають многочленом стандартного вигляду?
- 3.Що називають степенем многочлена? Наведіть приклад многочлена другого степеня.
- 4.Як помножити одночлен на многочлен?
- 5.Як помножити многочлен на многочлен?

Третій етап – завершальний – полягає в осмисленні результатів освітньої діяльності щодо засвоєння навчального матеріалу, його застосуванні. Продуктивна діяльність є головною ознакою цього етапу.

Розв'язування задач, виконання завдань різних видів, зокрема, контрольних, є основними видами робіт цього етапу. Важливе місце на цьому етапі відведено рефлексивній діяльності, зокрема корекційній. Для цього етапу властиве усвідомлення шляхів поглиблення знань і умінь, створення умов для самоосвіти.

Після пояснення нового матеріалу доцільно застосовувати його первинне закріплення під безпосереднім керівництвом учителя. Головна мета

якого, полягає в тому, щоб дізнатися, чи зрозуміли діти новий матеріал, і показати, як його застосувати.

З метою глибшого осмислення нового матеріалу на даному етапі, необхідно групувати інформацію на невеликі частини, подавати зразки розв'язання прикладів і задач.

Доречно використовувати таку форму роботи, яка передбачає розв'язування задач і вправ одним із учнів на дошці, а однокласники виконують відповідні записи в своїх зошитах. Часто застосовується метод коментування при розборі вправ, а потім їх розв'язання на дошці.

Беручи до уваги наявність дидактичних матеріалів на даному етапі закріплення та узагальнення учнівських знань, педагог може уточнювати зміст роботи, варіювати завдання, визначати конкретну форму їх виконання (фронтальну, колективно-групову, індивідуальну), особливості використання диференційованого підходу до індивідуальних особливостей учнів з різним рівнем знань, засоби зворотного зв'язку [4;с.212].

Пропонуємо наступні форми організації роботи:

- робота з підручником та записами на дошці;
- навчальна робота з використанням індивідуальних завдань, карток;
- робота в групах або парах.

Доречним вважаємо повторити сутність поняття «многочлен» та його зв'язок із одночленом. Алгебраїчний вираз, який містить числа і букви пов'язані тільки двома діями – множенням і піднесенням до натурального степеня називають одночленом.

Так, наприклад, всі алгебраїчні вирази є одночленами. Степінь числа, одночлена, вважають, що дорівнює нулю. Щоб помножити декілька одночленів, необхідно помножити їх коефіцієнти та перемножити степені з однаковими основами. Для того, щоб піднести одночлен до степеня, потрібно піднести його коефіцієнт до степеня і помножити показник степеня кожної букви на показник степеня, до якого підноситься одночлен. Алгебраїчна сума кількох одночленів називається многочленом.

Окремим випадком многочлена вважається одночлен. Якщо одночлени записані в стандартному вигляді, збігаються чи відрізняються тільки коефіцієнтами, тоді їх називаються подібними.

Основою для введення поняття «многочлен» є поняття «буквений вираз», його школярі вивчають ще в п'ятому класі. Під час вивчення понять «числового і буквеного виразу» (вирази, рівняння) застосовують таке означення: «Записи, до яких входять числа і букви, сполучені знаками дій, називаються виразами. Якщо до виразу входять лише числа, то його називають числовим, а вираз, що містить хоча б одну букву, - буквеним» [10].

Програма 5-го класу передбачає вивчення буквених виразів над множинами натуральних чисел і дробових чисел, а у 6-му класі - звичайні дроби, раціональні числа і дії над ними. У 7-му класі вже з'являється поняття «лінійного рівняння з однією змінною», учні знайомляться з цілими виразами, які деталізуються вивченням одночленів та многочленів. Тому, процесу ознайомлення з темою «Многочлени», у курсі математики основної школи, передуює тема «Одночлени». Учні вивчають означення одночлена та його стандартний вигляд. Далі підводиться узагальнення даної теми та плавний перехід до вивчення многочлена через призму наступних тем: стандартний вигляд многочлена, додавання і віднімання многочленів, множення одночлена на многочлен, множення многочлена на многочлен, розкладання многочлена на множники винесенням спільного множника за дужки, розкладання многочлена на множники способом групування, формули скороченого множення [10].

Формування поняття «многочлен» базується на вже сформованому понятті «одночлен». За сучасними підручниками алгебри одночлен розглядають як добуток чисел, змінних та їх степенів. Учні 7 класу повинні вміти зводити одночлен до стандартного вигляду. Нагадаємо, що одночлен такий одночлен, який містить тільки один числовий множник, що стоїть на

першому місці і степені різних змінних називають одночленом стандартного вигляду [10].

Зводячи подібні члени виконується дія зведення многочлена до стандартного вигляду. Такі перетворення знайомі школярам з п'ятого та шостого класів під назвою зведення подібних доданків. Основне завдання вчителя під час вивчення даного матеріалу, навчити дітей теоретично орієнтуватися в ньому, володіти правилом його виконання: щоб звести подібні члени, потрібно додати їх коефіцієнти і приписати до отриманого числа співмножником спільну буквену частину подібних членів та практично виконувати необхідні дії. До того ж, школярі повинні добре володіти правилом розкриття дужок, перед якими стоїть додатній чи від'ємний знак.

У п'ятому та шостому класах учні вивчали такі перетворення як множення одночлена на многочлен, під час ознайомлення з розподільним законом множення числа щодо операції додавання. Під час виконання дій, щодо оберненого перетворення, окремі учні можуть мати певні труднощі, пов'язані з розкладанням многочленів на множники, коли використовують спосіб винесення спільного множника за дужки.

Після розв'язування декількох вправ доречно представити учням правило розкладання многочленів на множники шляхом винесення спільного множника за дужки. Разом з учнями рекомендуємо скласти наступний алгоритм дій:

- відшукати спільний множник усіх членів многочлена;
- кожен член многочлена подати у вигляді добутку двох множників, з яких один спільний;
- винести спільний множник за дужки, застосовуючи розподільний закон множення.

Знання зазначеного алгоритму сприяє швидкому та якісному формуванню практичних умінь при розв'язуванні вправ на застосування даного правила. Учням потрібно уміти:

- знаходити найбільший спільний дільник всіх коефіцієнтів членів;

- помножити його на степені змінних з найменшим показником, з яким вони входять до всіх членів многочлена.

Програма 7-го класу орієнтує на застосування п'яти формул скороченого множення:

$$(a + b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

У школярів не викликає труднощів процес доведення даних формул, проте такі проблеми з'являються у деяких учнів при їх застосуванні. Кращому запам'ятовуванню та вмінню практично використовувати формули сприяють навички учнів словесно формулювати їх, та геометрично тлумачити.

У цілому обсяг обчислювальної роботи при вивченні алгебри в 7-9 класах досить великий, тут поєднуються різні види і засоби обчислень, і після закінчення основної школи учні повинні володіти цілим комплексом знань, навичок і умінь, пов'язаних з виконанням обчислень.

Обчислення називають усним, коли його виконують, нічого не записуючи або лише умову і результат. Програма орієнтує вчителів на раціональне поєднання усних і письмових видів роботи.

Процес первинного закріплення відбувається після пояснення нового матеріалу та під особистим керівництвом вчителя. Головна мета якого ґрунтується в тому, щоб з'ясувати, наскільки зрозуміли та оволоділи учні новим матеріалом та чи вміють його практично застосувати. Процес первинного закріплення матеріалу зазвичай передбачає дослівне його відтворення та розв'язування математичних завдань з коментуванням.

Доречно застосовувати таку форму роботи як розв'язування задач і вправ з виконанням їх на дошці з відповідним коментуванням, при цьому, інші учні виконують ці ж записи в зошитах. Часто використовують пояснювальний розбір вправ, а потім розв'язання їх на дошці [4;с.220].

Розв'язування вправ з відповідним коментуванням досить нелегке завдання, тому, що для детального пояснення матеріалу необхідно не лише знати правила, а й уміти практично їх застосовувати. Відповідно до цього, під час первинного закріплення матеріалу першим робить коментар педагог, далі ті учні, які мають відмінні знання, а потім – бажаючі, ба за викликом вчителя. Така потреба виникає лише в тому випадку, якщо учні не мають відповідних навичок.

Головна мета розв'язування вправ з коментуванням полягає в формуванні повного усвідомлення учнями отриманих знань, досконале володіння способами виконання конкретних дій [4;с.220].

Розглянемо детально, як відбувається формування практичних навичок при вивченні многочленів.

Для того, щоб звести одночлен до стандартного вигляду необхідно виконати основні дії множення одночленів, для цього доречно застосувати алгоритм зазначеного перетворення.

Використовуючи розподільну властивість множення і правило множення одночленів можна виконати перетворення добутків одночлена і многочлена та двох многочленів у многочлен стандартного вигляду.

Варто звернути увагу і на те, що не всі автори однаково трактують «зведення подібних членів». Одні цей вираз застосовують до перетворень, що полягають у заміні многочленів, всі члени якого подібні, тотожним йому одночленом, інші зведення подібних членів розуміють ширше: так називають спрощення многочлена, в якого не обов'язково всі члени подібні. Наприклад, В. Л. Гончаров зведення подібних членів називає і таке «спрощення алгебраїчної суми»:

$$p - 2p + 3q + 4q + 5p - 6q = (p - 2p + 5p) + (3q + 4q - 6q) = 4p + q.$$

Поняття зведення подібних членів ґрунтується не лише на розподільному законі множення, а й на переставному і сполучному законах додавання. Такі перетворення краще називати не зведенням подібних членів, а зведенням многочлена до нормального вигляду.

Під час розв'язування таких вправ спочатку бажано підкреслити подібні члени однаковими лініями, подумати, в якій послідовності краще записати результат. Результат записують в порядку спадання степенів змінної.

Рекомендовано при вивченні цієї теми розв'язувати не лише одноманітні вправи на зведення подібних членів, зведення многочленів до стандартного вигляду, а й інші вправи, наприклад такі:

1. Розв'язати рівняння: $3a + 7 + 2a = 8$.
2. Обчислити значення многочлена: $3x^2 - x + 15x^3 - 2 - 15x^3 + 7x^2 - 3x$ при $x = 1,5$.

У даному завданні слід спростити многочлен та підставити значення x .

Розглянемо методика формування практичних навичок та вмій з теми «Дії над многочленами». Додавання многочленів у школі Г.П. Бевз рекомендує пояснити наступним чином. [3,с.36]

Щоб додати два многочлени, їх записують у дужках, сполучають знаком «плюс», а потім розкривають дужки і зводять подібні члени. Наприклад,

щоб додати $x^3 + 3x^2 - 5$ і $-x^3 + 5x$, пишемо:

$$(x^3 + 3x^2 + 5) + (-x^3 + 5x) = x^3 + 3x^2 + 5 - x^3 + 5x = 3x^2 + 5x + 5.$$

За допомогою цього методичного прийому можна пояснити і віднімання многочленів.

Обов'язково необхідно зауважити, що можна знайти суму і різницю будь-яких многочленів.

Більшість вправ на додавання і віднімання многочленів можна записувати «ланцюжком», як показано вище. Але бажано хоча б на двох-трьох прикладах показати учням, як ці дії виконувати «у стовпчик»:

$$\begin{array}{r} 3a^2 - 2ab + b^2 \\ - a^2 + 3ab - 2b^2 \\ \hline 2a^2 - 5ab + 3b^2 \end{array}$$

Зрозуміло, що при вивченні цього матеріалу не можна обмежуватись прикладами, бажано запропонувати учням і кілька текстових задач. Насамперед йдеться про задачі на складання рівнянь, наприклад таких: «На заводі в трьох цехах працює 1300 чоловік. У першому цеху на 50 робітників більше ніж у другому, а в третьому на 150 робітників більше ніж у першому. Скільки робітників у кожному цеху?»[3;с.38]

Щоб скласти рівняння за умовою цієї задачі, треба виконати додавання трьох множників. Справді, якщо позначимо, наприклад, кількість робітників у першому цеху буквою x , тоді в другому буде $x - 50$, а в третьому $x + 150$ робітників. Отже,

$$x + (x - 50) + (x + 150) = 1300, \text{ звідки } 3x + 100 = 1300, x = 400 \text{ і т.д.}$$

Такі задачі бажано розв'язувати під час вивчення додавання і віднімання многочленів. На подібних задачах найкраще пояснити учням, для чого треба вміти додавати і віднімати многочлени.

Проаналізуємо методику формування умінь та навичок з теми «Множення многочленів». Щоб помножити многочлен на одночлен треба кожен член многочлена перемножити на цей одночлен і результати додати. Це правило треба закріпити розв'язування достатньої кількості прикладів. Бажано починати з найпростіших і поступово їх ускладнювати. Тільки коли учні безпомилково стануть розв'язувати такі вправи середньої трудності, можна буде перейти до множення многочлена на многочлен.

Учням треба нагадати, що в алгебрі букви можуть позначати будь-які числа – додатні, від'ємні, нуль, для пояснення правила множення многочленів краще розглядати многочлени тільки додатні. Коли перейдемо до конкретних прикладів, тоді треба брати многочлени і додатні, і від'ємні.

Зрозуміло, що многочлени можна множити двома різними способами: помножити кожний член першого многочлена на перший член другого, потім на другий член і т.д.

Записувати множення многочленів можна по-різному. Найчастіше компоненти записують у рядок. Варто також показати учням, як такі многочлени множити в стовпчик:

$$\begin{array}{r}
 x^2 + x - 1 \\
 * \quad x + 2 \\
 \hline
 x^3 + x^2 - x \\
 + \quad 2x^2 + 2x - 2 \\
 \hline
 x^3 + 3x^2 + x - 2
 \end{array}$$

На одному-двох прикладах можна показати також, як множити многочлени за допомогою таблиці:

	$x^2 + x - 1$
x	$x^3 + x^2 - x$
	+
2	$2x^2 + 2x - 2$
	$x^3 + 3x^2 + x - 2$

При вивченні множення многочленів треба запропонувати учням багато різних вправ на формування практичних умінь та навичок множення многочленів. Бажано також дати учням кілька задач геометричного змісту, розв'язання яких вимагає множення многочленів (наприклад, обчислення площ деяких фігур за даними розмірами) [3;с.42].

Рекомендуємо розглянути кілька рівнянь, розв'язання яких включає множення многочленів, наприклад:

$$\begin{aligned}
 (x - 1)(x - 2) - (x + 3)(x + 4) &= 0 \\
 3x^2 - (3x + 2)(x - 1) &= 8,
 \end{aligned}$$

а також кілька текстових задач, що зводяться до таких рівнянь.

Такі дії, як розкладання многочлена на множники шляхом винесення спільного множника за дужки виконуються обернено до представлення добутку одночлена і многочлена у вигляді многочлена, тоді як розкладання многочлена на множники шляхом групування – до перетворення добутку двох многочленів у многочлен. Шкільні підручники не акцентують увагу учнів на такому корисному для усвідомлення матеріалу, взаємозв'язку. Такий приклад формує у свідомості дітей систему знань про тотожні перетворення виразів та робить процес розуміння сутності обернених перетворень доступнішим, формує алгоритми їх виконання.

Як уже зазначалося, елементарними вміннями при винесенні спільного множника за дужки учні оволодівають у попередніх класах. У 6 класі в учнів уже сформовані навички застосувань переставного та сполучного законів множення при обчисленні числових виразів. Відновити їх допоможуть пропедевтичні вправи типу:

а) обчислити раціональним способом:

$$23,7 \cdot 19,9 + 23,7 \cdot 80,1; \quad 7,28^2 + 7,28 \cdot 2,62;$$

б) знайти значення виразу $3,28x - x^2$ при $x = 2,28$.

Мета таких вправ показати учням практичну доцільність розглядуваного перетворення.

При розкладанні многочленів на множники шляхом винесення спільного множника за дужки науковці пропонують такі головні етапи: знаходження та винесення за дужки спільного множника та запис того многочлена, що утворився в дужках. Послідовність виконання таких дій формується на основі розв'язання ряду прикладів.

Після розв'язування пропедевтичних вправ і з'ясування сутності поняття «розкладання многочлена на множники» та способу такого розкладання, що зветься винесенням спільного множника за дужки, учням пропонують розкласти на множники вираз $3,28x^2 - x^3$. Записавши його у вигляді $3,28xx - xxx$, бачимо, що тут спільним множником може бути x або

$xx = x^2$. Постає питання: який з них виносити за дужки? При розв'язуванні цього прикладу корисно розглянути обидва випадки:

$$3,28x^2 - x^3 = 3,28xx - xxx = x(3,28x - xx);$$

$$3,28x^2 - x^3 = 3,28xx - xxx = xx(3,28 - x) = x^2(3,28 - x).$$

Аналіз першого результату показує, що члени двочлена, записаного в дужках, мають ще спільний множник x , який у свою чергу можна винести за дужки. Процес розкладання на множники не закінчено. Варто зауважити, що практично завжди за дужки виносять степінь змінної з найбільшим можливим показником. У даному випадку це x^2 .

Далі розкладають на множники многочлен $5x^7 + 2x^5 - 3x^3$. За поданим вище правилом відшуковують спільний множник x^3 . Для полегшення відшукання виразу, що стоятиме в дужках після винесення спільного множника, подають кожний член даного многочлена у вигляді двох множників, один з яких - x^3 . Зробити це можна, використовуючи основну властивість степеня. Записують $5x^7 + 2x^5 - 3x^3 = x^3 \cdot 5x^4 + x^3 \cdot 2x^2 - x^3 \cdot 3$ [13;с.103].

Дальші перетворення не викликають труднощів і виконуються виключно на основі розподільного закону множення.

Слід звернути увагу учнів, що спільним множником є змінна з найменшим з усіх показником три, що входить до вказаного многочлена.

Слід керуватися наступним правилом, коли коефіцієнтом многочлена є не взаємно прості числа, множник, який виноситься за дужки, має містити найбільший спільний дільник модулів коефіцієнта, узятий із знаком плюс або мінус..

Після розв'язування тренувальних вправ здобувачі освіти разом з педагогом складають алгоритм виконання цього тотожного перетворення:

- визначити спільний множник членів многочлена. Коефіцієнтом зазначеного множника є найбільший спільний дільник модулів коефіцієнтів членів многочлена, взятий із знаком плюс або мінус. Змінні слід включити у

спільний множник з найменшим показником, який вони мають у даному многочлені;

- подати добуток, що складається зі спільного множника та множника многочлена;

- застосувати розподільний закон множення та винести спільний множник за дужки.

Вдосконаливши уміння виконувати зазначений алгоритм письмово, здобувачі освіти згодом виконують його усно. Письмове виконання зазначеного алгоритму, полегшує формування відповідних умінь та коректує поширені помилки, які при цьому допускають учні.

Зазначений алгоритм та сформовані уміння визначати спільний множник многочлена, належать до способу групування. Найважчим для учнів у даній темі є вірно виконати групування членів многочлена. Відповідні навички в учнів формуються у процесі розв'язування тренувальних вправ на застосування методу групування. Слід враховувати, що підручник не містить завдань підвищеної складності (зокрема попереднього подання одного члена многочлена у вигляді суми тощо). З подібними прийомами учнів корисно познайомити при проведенні позакласних занять [13;с.104].

При вивченні теми «Розкладання многочленів на множники способом винесення спільного множника за дужки» доцільно спиратися на вже відомі учням знання із курсу 6-го класу - розкладання на множники числа.

Розкласти на множники можна і многочлени:

$$ab + ac = a(b + c)$$

Розкласти многочлен на множники означає подати його як добуток кількох многочленів. Описати спосіб розкладання многочленів на множники називають способом винесення спільного множника за дужки.

Матеріал даної теми є складним для сприймання учнів, тому для усвідомлення матеріалу слід розв'язати достатню кількість різноманітних завдань. Починають з усних вправ такого виду:

- встановіть спільний множник членів многочлена: $8 + 4b$;
 $15x - 10$; $3a + 3ab$;

- чи правильно розкладено на множники многочлен $6a + 6 =$
 $= 6(a + 0)$; $6a + 6 = 6(a + 6)$; $6a + 6 = 6(a + 1)$?

Після первинного ознайомлення учнів з новими поняттями переходять до письмових і більш складних вправ такого виду:

- розкласти на множники многочлен: $12x^3y - 18x^2y^2$;

$$5b(a - c) + 3(a - c)$$

- знайти значення виразу $8,5a^2 + a^3$, якщо $a = 1,5$.

- розв'язати рівняння $4x^2 + 5x = 0$, $x^2 - 5x = 0$

Для учнів із високим рівнем знань слід використати більш складні завдання наступних типів:

- винесіть за дужки спільний множник: $a^n + a^{n+2}$,
 $2^{n+m} + 2^n$

- доведіть, що значення виразу: $15 \cdot 16^7 - 4^{14}$ ділиться на 14;

- доведіть, що коли: $a + b = 4$, то $a^3b^2 + a^2b^3 - 4a^2b^2 = 0$

Підтема «Розкладання многочленів на множники способом групування» дуже складна для розуміння учнями 7 класу. Вивчення цього способу розкладання многочленів на множники слід починати із прикладу на множення многочленів.

Наприклад, виконаємо множення двочлена $(a - b)$ на двочлен $(x + y)$ у такий спосіб:

$$(a - b)(x + y) = a(x + y) - b(x + y) = ax + ay - bx - by.$$

Проводячи перетворення у зворотному порядку, многочлен

$ax + ay - bx - by$ можна розкласти на два множники $a - b$ і $x + y$:

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= (ax + ay) + (-bx - by) = a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y). \end{aligned}$$

Для первинного засвоєння учнями нового матеріалу пропонуємо виконати усне завдання: вказати у кожному многочлені спільний множник його членів, та назвати цей множник. І подати декілька многочленів.

Після первинного засвоєння приступають до письмових вправ такого виду: розкладіть на множники. Спочатку розв'язати прості, а після вдалого виконання більш складні завдання.

Для урізноманітнення завдань можна запропонувати виконати наступні вправи:

1. Знайдіть значення виразу:

$$p^2 + pq^2 - q^3, \text{ якщо } p = 1,5, q = 0,5.$$

2. Розв'яжіть рівняння:

$$(x^2 - x)(6 + 5x + x^2) = x^3(x + 4) - 5.$$

3. Розкладіть на множники:

$$a^2 - 7a + 10$$

$$x^2 + 5x + 4$$

Пропонуємо ознайомитись із методикою вивчення формул скороченого множення. Формулами скороченого множення прийнято називати найпростіші (при $n = 2$ і $n = 3$) випадки формули бінома Ньютона.

$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \dots + nab^{n-1} + b^n$ і формули:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$\text{при } n = 2, (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$\text{при } n = 2, a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$\text{при } n = 3, (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$\text{при } n = 3, a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Іноді їх називають формулами множення, або формулами скороченого множення і ділення.

За старою програмою сім формул скороченого множення діти вивчали у 6 класі, а зараз їх вивчають у 7 класі. Раніше було прийнято вивчати ці формули в такому порядку:

$$(a \pm b)^2, (a + b)(a - b), (a \pm b)^3, (a \pm b)(a^2 \pm ab + b^2).$$

Але не всі методисти визнали таку послідовність вивчення формул скороченого множення вдалою. Краще починати не з формули для знаходження квадрата суми, а з формули різниці квадратів. Чому?

По-перше, коли треба вперше пояснити учням термін «формули скороченого множення», то формула $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ значно краще підходить для цього: в ній справді учні бачать формулу скороченого множення.

По-друге, «різницю квадратів» можна ілюструвати значно кращими прикладами, які переконливіше показують доцільність її вивчення. Кожний погодиться, що приклад

$$50,5^2 - 49,5^2 = 100 \cdot 1 = 100$$

переконливіший і красивіший, ніж, скажімо

$$32^2 = (30 + 2)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 2 + 2^2 = 1024.$$

По-третє, формула «різниця квадратів» набагато важливіша, ніж «квадрат суми», а тому, щоб вона краще запам'яталася, бажано починати з неї [4;с.44].

Розглянемо методику вивчення формули різниці квадратів. Як ми вже зазначили, починати розділ краще з формули «різниця квадратів». Перед цим бажано коротко розкрити мету вивчення розділу.

- Ми вчили вже множення многочленів і вміємо помножити будь-які многочлени. Але деякі многочлени доводиться множити дуже часто, тому корисно пам'ятати результати і щоразу не виконувати множення, а зразу писати відповідь. Цим ми займатимемося кілька наступних уроків. Йдеться про те, щоб запам'ятати результати множення найпростіших многочленів, насамперед таких: $a + b$ і $a - b$. Далі ми доведемо кілька тотожностей, які потрібно буде пам'ятати. Їх називають формулами скороченого множення.

Спочатку вводимо одну формулу, яку називають різницею квадратів

$$(a + b)(a - b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2,$$

$$\text{або } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Ця рівність – тотожність, вона є вірною при будь-яких значеннях виразів a і b .

Слід зауважити учням, що a і b – не лише числа, а й будь-які вирази. Коли формулу виведено і записано на дошці, вчитель зауважує, що цю формулу треба добре запам'ятати. Після цього зразу можна перейти до розв'язування тренувальних вправ.

Спочатку краще записувати проміжні перетворення, наприклад:

$$(0,3x + ay)(0,3x - ay) = (0,3x)^2 - (ay)^2 = 0,9x^2 - a^2y^2,$$

і лише пізніше, коли учні добре запам'ятають формулу, можна пропонувати зразу писати відповідь:

$$(0,3x + ay)(0,3x - ay) = 0,9x^2 - a^2y^2.$$

Тільки після того, як учні засвоять основне (добре знатимуть формулу і навчатися користуватися нею для множення многочленів), можна розглянути і кілька інших питань, пов'язаних з цією формулою. Насамперед – про використання формули для усних обчислень.

$$\text{Наприклад, } 31 \cdot 29 = (30 + 1)(30 - 1) = 900 - 1 = 899.$$

У учнів формують вміння не лише розкласти на множники $(a - b)(a + b)$ різницю квадратів $a^2 - b^2$, але й згортати $(a - b)(a + b)$ у різницю квадратів $a^2 - b^2$:

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, і показують як, користуючись нею, можна набагато спростити обчислення різниць квадратів, наприклад:

$$41^2 - 39^2 = (41 + 39)(41 - 39) = 160.$$

Можна показати учням і геометричну інтерпретацію формули. Якщо з квадрата площею a^2 вирізати квадрат площею b^2 , дістанемо фігуру площею $a^2 - b^2$. Такі ілюстрації допомагають пов'язати абстрактну формулу з конкретними предметами і цим самим трохи оживляють матеріал.

Пропонуємо для ознайомлення методик у вивчення формул квадрат суми і різниці. Формулу «квадрат суми» можна вивести безпосереднім

множенням. Вивівши формулу, вчитель повинен допомогти учням запам'ятати її тут же на уроці. Для цього можна запропонувати:

- Уважно подивіться на цю формулу, щоб коли я зітру її, ви могли знову написати.

Потім треба її зітерти з дошки і запропонувати, щоб хто-небудь з учнів знов написав або продиктував її. Після цього перейти до розв'язування тренувальних вправ. Спочатку можна дозволяти детальні записи, наприклад:
 $(2m + x^3)^2 = (2m^2) + 2 \cdot 2m \cdot x^3 + (x^3)^2 = 4m^2 + 4mx^3 + x^6$,
 і тільки коли учні вірно виконуватимуть такі вправи, можна порадити їм (тим, хто зможе) зразу записувати відповіді.

Спостерігаються випадки, коли окремі учні, хоч і знають формули, але користуватись ними не вміють. Їм інколи допомагають такі записи формул, в яких компоненти позначені не буквами, а різними «віконцями», наприклад:

$$(\square + \circ)^2 = \square^2 + 2 \square \circ + \circ^2$$

Написавши таку «формулу», вчитель пропонує учневі:

- Запиши в кожному прямокутнику $2m$, а в кожному колі x^2 і розстав показники степенів і знаки.

Щоб сформувати навички безпомилково і швидко користуватися формулою, треба розв'язати немало прикладів. Не треба боятися, що ці приклади одноманітні, учні цієї одноманітності не помічають. Приклади слід поступово ускладнювати. З часом можна пропонувати наступні вправи:

1. Записати у вигляді квадрата двочлена вираз $\dots(9x^2 + 6xt + t^2)$.

2. Замість крапок поставити потрібні одночлени:

$$(2c + \dots) = 4c^2 + \dots + 9x^2$$

3. Знайди помилки в записі.

Тільки після того, як учні запам'ятають формулу і навчаться швидко і безпомилково користуватися нею, можна показати, як з її допомогою підносити до квадрата числа, як її зобразити геометрично.

«Квадрат різниці» може дозволити учням записувати і так:

$$a^2 - b^2 = a^2 + b^2 - 2ab.$$

«Якщо від квадрата площею a^2 відрізати прямокутник площею ab , потім прикласти квадрат площею b^2 і знов відрізати прямокутник площею ab , то у результаті залишиться квадрат з площею $(a - b)^2$ ».

ав	а – в
b^2	ав

Можна відрізати з цупкого паперу фігури із здвоєних квадратів і два прямокутники й, пояснюючи учням, накладати прямокутники на першу фігуру. Якщо ці прямокутники прикласти до першої фігури, то дістанемо ще одну ілюстрацію для формули «квадрат суми».[3;с.48]

ав	b^2
a^2	ав

Досвід показує, що майже завжди в класі є учні, які плутають «квадрат різниці» і «різницю квадратів», тому треба і під час опитування, і в спеціальних диктантах пропонувати учням «написати квадрат різниці чисел a , b та їх різницю квадратів». Але й під час вивчення формул, якщо є потреба, варто ще раз спинитися на цих виразах. Бажано зробити наголос: $a^2 - b^2$ – різниця квадратів, бо тут два квадрати, тоді як $(a - b)^2$ – квадрат різниці, бо тут один квадрат (один показник степеня).

Розглянемо методичні особливості вивчення теми «Куб двочлена». У підручниках дана тема розкрита недостатньо, вона вводиться як додатковий матеріал.

Формулу «куб двочлена» найкраще виводити безпосередньо множенням: $(a + b)^3 = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Геометрично ілюструвати формулу можна за допомогою спеціально розрізаного куба. Якщо ребро куба дорівнює $a + b$, то об'єм його $(a + b)^3$. Розріжемо такий куб трьома взаємно перпендикулярними площинами, паралельними його граням і віддаленими від них на b . В результаті дістанемо

два менших куби з об'ємами a^3 та b^3 , три призми загальним об'ємом $3a^2b$ і три інших призми загальним об'ємом $3ab^2$.

Формулу «куб різниці» виводять безпосередньо множенням. Але краще дістати її як наслідок з попередньої:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Розглянуті формули іноді зручно подати в іншому вигляді:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b),$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b).$$

Корисно запропонувати учням довести ці формули самостійно (як задачі на доведення). Але запам'ятовувати їх не обов'язково.

Пропонуємо ознайомитись із методикою вивчення теми «Сума і різниця кубів». Дві останні формули скороченого множення за новою програмою розглядаються разом з іншими формулами. Доводити їх найкраще безпосереднім множенням:

$$(a^2 - ab + b^2)(a + b) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3,$$

$$\text{отже } (a^2 - ab + b^2)(a + b) = a^3 + b^3.$$

Можна цю формулу проілюструвати й геометрично.

Нехай маємо два куби, ребра яких дорівнюють a і b ($a > b$). Вирізвавши з більшого куба прямокутний паралелепіпед з розмірами $a, b, a - b$ і поставивши цей паралелепіпед і менший куб на частину, що залишилася від більшого куба, дістанемо пряму призму з висотою $a + b$. Площа її основи дорівнює $a^2 - b(a - b) = a^2 - ab + b^2$. Отже, об'єм цієї призми $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$. Він дорівнює також сумі об'ємів двох даних кубів:

$$a^3 + b^3.$$

$$\text{Отже, } (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3.$$

Формулу «різниця кубів» можна також виводити різними способами.

Якщо скористатися вже відомою формулою «суми кубів», то дістанемо:

$$a^3 - b^3 = a^3 + (-b)^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

Цю формулу можна дістати і безпосереднім множенням.

Порівняно не важко ілюструвати цю формулу геометрично, якщо при вершині куба з ребром a вирізати куб з ребром b ($b < a$), то здобутий многогранник матиме об'єм $a^3 - b^3$. Розріжемо його площинами на три прямокутних паралелепіпеди. З них не важко скласти призму (не опуклу) висотою $a - b$. Площа основи цієї призми дорівнює $a^2 + ab + b^2$, а об'єм – $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

Звідси і випливає, що $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$.

При вивченні формул скороченого множення треба розв'язати багато тренувальних вправ. Бажано в цей час пропонувати учням доводити тотожності, розв'язувати рівняння, обчислювати значення виразів при даних значеннях букв. Не варто обминати задачі на доведення властивостей цілих чисел.

Під час вивчення формул скороченого множення, відповідно до діючої програми, основна увага приділяється формуванню вмінь виконувати перетворення виразів використовуючи зазначені формули. Слід сформувати у учнів розуміння того, що традиційні a і b у відповідних формулах можуть позначати будь – які вирази (числа, змінні, одночлени і навіть многочлени), а не лише одночлени, що складаються з одного множника. Такому розумінню формул сприяє використання на практиці термінології : $(a + b)^2$ – квадрат суми двох виразів (а не чисел), $(a - b)(a + b)$ – добуток різниці двох виразів та їх суми тощо. Глибшому усвідомленню такого підходу сприяє виконання завдань, де потрібно утворити квадрат суми чи різниці двох даних виразів і подати його у вигляді многочлена, чи записати добуток суми і різниці названих виразів з наступним перетворенням у многочлен.

Певні складнощі можуть мати учні при застосуванні відповідних формул до перетворення виразів $(-n + 4)^2$, $(-z - 2)^2$ та подібних їм. Пояснюється це тим, що для такого застосування необхідно подати зазначені вирази (подумки чи письмово), що стоять у дужках, у вигляді суми чи різниці. Доцільно розв'язати різні варіанти таких вправ з наступним встановленням найраціональнішого способу:

$$(-n + 4)^2 = (-n)^2 + 2(-n) \cdot 4 + 4^2 = n^2 - 8n + 16;$$

$$(-n + 4)^2 = (4 - n)^2 = 16 - 8n + n^2;$$

$$(-z - 2)^2 = (-z)^2 - 2(-z) \cdot 2 + 2^2 = z^2 + 4z + 4;$$

$$(-z - 2)^2 = (-1)^2(z + 2)^2 = z^2 + 4z + 4.$$

Доцільне усвідомлення учнями тотожностей

$$(-a - b)^2 = (a + b)^2; \quad (a - b)^2 = (b - a)^2,$$

та застосування їх при розв'язуванні відповідних вправ [13;с.105].

Особливу увагу необхідно надати виконанню вправ на обернені перетворення. Важливе значення цих вправ полягає в тому, що прийоми, які при цьому відпрацьовуються, знаходять широке застосування у подальшому опануванні алгебри – квадратних рівнянь та нерівностей, квадратичної функції та інше.

Розглянемо систему таких вправ.

1.Подати вираз у вигляді квадрата двочлена.

Щоб виконати дане завдання, необхідно, щоб вираз був тричленом або його можна було записати у вигляді тричлена. Переконавшись, що ця умова виконується, перетворення здійснюється у такій послідовності:

а)встановити члени тричлена, які можна подати у вигляді квадратів одночленів, і виконати зазначене перетворення;

б)утворити подвоєний добуток встановлених одночленів і порівняти його з третім членом даного тричлена. Якщо обидва вирази рівні або відрізняються лише знаками, роблять остаточний висновок щодо можливості виконання поставленого завдання;

в)встановити знаки коефіцієнтів членів двочлена. Якщо коефіцієнт третього члена тричлена додатній, то коефіцієнти членів двочлена однакові, і різні, в іншому випадку;

г)виконати запис даного виразу у потрібному вигляді[13;с.106].

Варто підкреслити, що відповідь у кожному випадку не є однозначною.

Наприклад,

$$4a^2 - 28ab + 49b^2 = (2a - 7b)^2 \text{ або } 4a^2 - 28ab + 49b^2 = (-2a + 7b)^2.$$

Проте, на практиці, як правило, записують лише один її варіант.

Навички виконання поданого перетворення закріплюються згодом при розв'язуванні вправ, що передбачають розкладання на множники виразів виду $9x^2 + 12xy + 4y^2 - 4$, $4b^2 - a^2 - 10a - 25$ та інші.

Безпосередньо до розглянутих приєднуються вправи на доповнення виразу до многочлена, який можна подати у вигляді квадрата двочлена:

- Вказати значення n виразу $16x^2 + n + 25y^2$, щоб вираз можна було подати у вигляді квадрата двочлена?

- Впишіть одночлени у рівність так, щоб утворилася тотожність:

$$(\dots - 3x)^2 = 49b^2 - \dots + 9x^2;$$

$$(8a - \dots)^2 = \dots - \dots + 9b^2;$$

$$(5x + \dots)^2 = \dots + 20xy + \dots$$

Міркування при виконанні цих завдань аналогічні до наведених вище.

Розглянуті вправи готують учнів до складніших випадків застосувань формул скороченого множення – виділення з даного виразу квадрата двочлена. Досвід переконує в доцільності розгляду цих вправ саме тут, у 7 класі при вивченні формул скороченого множення, а не у 8 класі в темі «Квадратні рівняння».

Розв'язування цього типу вправ доцільно почати «з кінця», тобто показати учням, як з тричлена, що тотожно дорівнює квадратові двочлена, можна утворити скільки завгодно тричленів, що у квадрат двочлена перетворити не можна. Оскільки в навчальній практиці застосування такої задачі в переважній більшості випадків доводиться мати справу з тричленами, що відрізняються від потрібних лише коефіцієнтом при квадраті одного з членів двочлена, то на цьому і треба акцентувати увагу учнів. Змінюючи, наприклад, у тричлені коефіцієнт першого чи третього члена, маємо: $p^2 - 10pn + 24n^2$; $6p^2 - 10pn + 25n^2$; $p^2 - 10pn + 16n^2$ і т.д. Утворені вирази доцільно записати у вигляді

$$p^2 - 10pn + 24n^2 = p^2 - 10pn + 25n^2 - n^2;$$

$$6p^2 - 10pn + 25n^2 = 5p^2 + p^2 - p^2;$$

$6p^2 - 10pn + 25n^2 = 5p^2 + p^2 - 10pn + 25p^2$ і т.д.[13;с.107].

Далі корисними виявляються, наприклад вправи такого змісту.

Дано різницю $c - 2n$, утворити тричлен, перші два члени якого знаходять за формулою квадрата різниці двох виразів, а третій дорівнює $3n^2$. Подати утворений вираз у вигляді суми тричлена, що дорівнює квадрату різниці даних виразів, і певного одночлена.

Після проведення такої підготовчої роботи безпосередньо переходять до виділення з даного тричлена квадрата двочлена.

2.4. Аналіз типових помилок та корекція знань під час вивчення многочленів

Вивчаючи математику, здобувачі освіти мають запам'ятовувати велику кількість математичних відомостей: формул, властивостей математичних операцій. Вони з труднощами засвоюють теоретичні знання, плутають та перекручують формули і правила, що є причиною здійснення різних помилок. Творчий вчитель не лише може передбачити помилки учнів, а й використає їх для корекції знань та формування вмінь. Кожний вид завдань має свої характерні помилки, які можуть бути грубі, не грубі і недоліки.

Грубі помилки найчастіше трапляються, які здобувачі освіти мають неусвідомлене засвоєння означень, незнання найважливіших правил, алгоритмів, формул.

Не грубі відбуваються через неуважність під час виконання обчислень.

До недоліків належать записи відповідей у вигляді, що допускають спрощення.

Ефективність роботи вчителя математики залежить від того, наскільки своєчасно він буде виявляти помилки та недоліки та проводитиме корекцію сформованих умінь [15;с.22].

Проблема полягає в тому, що вчителі не достатньо уваги надають помилкам, які виникають при вивченні многочленів. Ще одна проблема – майже всі уроки класичного типу, недостатньо нестандартних уроків.

Серед грубих помилок можна виділити наступні типи:

1. Помилки при винесенні спільного множника за дужки.

Під час пояснення нового матеріалу потрібно наголосити, що потрібно віднайти змінну з найменшим степенем у кожному члені многочлена. За коефіцієнт спільного множника взяти найбільший за значенням модуля спільний дільник усіх коефіцієнтів многочлена (у випадку, якщо всі коефіцієнти – цілі числа). Ці теоретичні твердження ілюструються відповідними прикладами.

При вивченні цієї теми необхідно звернути увагу на типові помилки, яких припускаються учні, виносячи спільний множник за дужки:

- втрачають одиницю в тому члені многочлена, який дорівнює за модулем множнику, що виносять за дужки:

$$2x^2 - 3x^2 - x = x(2x^2 - 3x)$$

- помиляються при обчисленні показників степеня у членів, які залишають у дужках після перетворення:

$$a^6 - a^2 = a^2 (a^3 - 1)$$

- неправильно виносять числовий множник за дужки:

$$2a + 4b = 4(2a + b), \text{ або } 4 - 2a = 4(2 - a). [10]$$

Виконавши обернену дію, можна перевірити наявність помилок у перетвореннях.

Запис кожного члена многочлена у вигляді добутку двох множників, з яких один спільний, значно полегшує формування відповідного вміння і попереджує поширені помилки, які при цьому допускаються учнями.

На практиці доцільно сформулювати спеціальне правило, для встановлення спільного множника членів многочлена. Для цього потрібно:

а) знайти найбільший спільний дільник всіх коефіцієнтів членів многочлена;

б) помножити його на степені змінних з найменшим показником, з яким вони входять до всіх членів многочлена.

2. Труднощі при групуванні членів многочлена.

Відомо, що розкладання многочленів на множники способом групування ґрунтується на вмінні виносити спільний множник за дужки. Основні труднощі виникають при вдалому групуванні членів многочлена.

3. Помилки при застосуванні формул скороченого множення:

- застосування формул квадрата суми та різниці;
- застосування формул різниці квадратів;

Певні труднощі відчувають учні при застосуванні формул квадрата суми та різниці до перетворення виразів $(-n + 4)^2$, $(-z - 2)^2$ та подібних їм. Пояснюється це тим, що необхідно подати вирази (подумки чи письмово), що стоять у дужках, як суму чи різницю. Важливо розглянути різні варіанти виконання таких вправ з наступним визначенням найраціональнішого способу:

$$(-p + 2)^2 = (-p)^2 + 2(-p)2 + 2^2 = p^2 - 4p + 4;$$

$$(-p + 2)^2 = (2 - p)^2 = 4 - 4p + 4.$$

Поширеною помилкою при перетворенні квадрата суми чи різниці двох виразів у многочлен є записи: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - b^2$. Слід одразу звернути увагу учнів на такий помилковий запис, застерігши від їх використання. Для корекції вмінь можна використати вправи на встановлення вірного запису рівності, що є тотожностями [13;с.105].

При розкладанні многочленів на множники з використанням тотожності різниці квадратів $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ основна трудність для учнів становить подання даного двочлена у вигляді різниці квадратів. Справді, коли мова йде про запис виразів $k^2 - n^2$, $(3b)^2 - (2a)^2$, $(a + p)^2 - k^2$ у вигляді добутку, утруднень майже не виникає. Помилки можуть виникнути при виконанні аналогічного перетворення, наприклад двочлена $0,04b^2 - 9a^6$. Справа в тому, що в цьому випадку фактично треба розв'язати два завдання:

- подати вираз $0,04b^2 - 9a^6$ у вигляді різниці квадратів;
- розкласти утворений двочлен на множники.

Зазвичай, у підручнику, і на практиці про перше перетворення не говорять, а безпосередньо починають з другого, розглядаючи двочлен $0,04b^2 - 9a^6$ як різницю квадратів, неправомірно приписуючи йому, таким чином, назву виразу, до якого треба спочатку звести даний. Між тим, потрібен досить тривалий час для того, щоб учні навчилися вільно виконувати зазначене перетворення усно; ігнорування цієї особливості не сприяє успішному формуванню відповідного уміння.

Зазначених труднощів можна уникнути, дотримуючись такої послідовності виконання вправ:

- розкладання на множники виразів, що є різницею квадратів:

$$x^2 - y^2; (2p)^2 - n^2; (0,1a)^2 - (2b)^2; (x + y)^2 - k^2 \text{ та інші.}$$

Застосування цього виду перетворень до обчислень значень виразів, доведення тверджень, розв'язування рівнянь:

- розкладіть на множники вирази, які можна подати у вигляді різниці квадратів, що включають такі завдання:

-запишіть у вигляді квадрата одночлена вирази: 16 ; b^4 ; $4a^2$; a^2b^2 ; 36^{n-} ;

- розкладіть з використанням попередніх результатів на множники вирази: $b^4 - 16$; $4a^2 - b^4$; $a^2b^2 - 25a^4b^2$;

- розкладіть на множники вирази: $16b^4 - 9$; $0,04a^2 - c^2$; $a^4 - 1$;
 $(3x + 2)^2 - 25x^2$;

При виконанні зазначених вправ, на перших порах доцільне письмове подання учнями даних виразів у вигляді різниці квадратів; згодом ця операція може виконуватися усно [13;с.108].

4. Помилки при розкритті дужок.

Досить часто учні порушують правило розкриття дужок. Багато учнів забуває, що в дробовому виразі, записаному за допомогою риски, остання замінює собою дужки. Все це призводить до помилкових записів виду:

$$a) (5x - 1) - (-1 + 3x) = 5x - 1 - 1 + 3x = 8x - 2$$

$$б) 1 - \frac{a^2 + b^2}{2ab} = \frac{2ab - a^2 - b^2}{2ab}$$

Для роз'яснення таких помилок можна використати числові приклади:

$$а) (500 - 1) - (-1 + 300) = 499 - 299 = 200$$

$$б) (500 - 1) - (-1 + 300) \neq 800 - 2 \neq 200$$

Для усунення помилок Г.М. Возняк та Я.С. Галана пропонують спеціальні методи корекції знань[7;с.27].

Таблиця 2.2
Методи корекції знань

Метод аналогії	
Допущені помилки	Допоміжні вправи для усунення помилок
$7a + 3a = 10a^2$	$7 \text{ км} + 3 \text{ км} = 10 \text{ км}$
$5a - 2a = 3$	$5 \text{ грн} - 2 \text{ грн} = 3 \text{ грн}$
$9x - x = 9$	$9 \text{ кг} - 1 \text{ кг} = 8 \text{ кг}$
$a^7 - a^4 = a^3$	$5 \text{ м}^3 - 2 \text{ м}^2 = \dots$
$(2^n + 3^n)^2 = 4^n + 6^n + 9^n$	$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
$m^2(a + b) - n^2(a + b)$ $= (a + b)(m^2 - n^2)(a + b)$	$m^2k - n^2k = k(m^2 - n^2),$ $k = a + b$
Метод використання числових обчислень	
$a^2 + (-a)^2 = 0$	$4^2 + (-4)^2 = 16 + 16 = 32$
$a - (-b + c) = a + b + c$	$100 - 87 = 100 - (80 + 7)$ $= 100 - (90 - 3) =$ $= 100 - (-3 + 90)$
Докладний послідовний запис без пропуску окремих операцій тотожних перетворень	
$(x + y)^2 = x^2 + y^2$	$a^2 = a \cdot a, (x + y)^2 = (x + y)(x + y) =$ $x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = x^2 - y^2$	$(x - y)^2 = (x - y)(x - y)$ $= x^2 - xy - yx + y^2$ $= x^2 - 2xy + y^2$
$(2x + 3y)(4a + 5b) = 8ax + 15by$	$a(x + y) = ax + ay;$ $a = c + k, (c + k)(x + y) = (c + k) \cdot$ $x + (c + k) \cdot y = cx + cy + kx + ky$
$2^n + 4^n = 6^n$	$2^n + 4^n = 2^n + (2^2)^n = 2^n +$ $(2^n)^2 = 2^n(1 + 2^n)$
Метод контрольного прикладу	
$2a + 3b = 5ab$	$2 \text{ грн} + 3 \text{ м} = 5 \text{ грн} \cdot \text{м} - ?$
$13a + 7a = 20a^2$	$13 \text{ грн} + 7 \text{ грн} = 20(\text{грн.})^2 - ?$
$7a + 2 - 3b = 9a - 3b$	$7 \text{ кг} + 2 - 3 \text{ км} = 9 \text{ кг} - 3 \text{ км} - ?$

Важливим у роботі над помилками є аналіз контрольної роботи. Можна запропонувати різні підходи до його проведення [15;с. 25].

1.Для учнів, які мають високий рівень знань, вчитель пропонує індивідуальні або творчі завдання. Інші працюють з учителем, розв'язуючи вправи, у яких допущені помилки. Такі учні отримують домашнє завдання із подібними завданнями, що викликали труднощі у виконанні.

2.На початку уроку пригадати основні положення теоретичного матеріалу. За допомогою мультимедійних засобів на екран висвітлити розв'язання тих завдань, у яких допущені помилки. Учні самостійно знаходять помилки у своїх зошитах і коментують розв'язання. Таке коментоване розв'язування завдань проходить дуже активно, учні з'ясовують усі незрозумілі питання. І на закінчення пропонується самостійна робота за індивідуальними картками, яка перевіряється після уроку.

3.Якщо кількість учнів не велика (наприклад, сільська школа), пропонуємо такий підхід. Учитель записує помилки учнів з кожного завдання і виставляє оцінки у свій зошит. На уроці учням роздають зошити без виправлених помилок і оцінок. На дошці висвітлюють розв'язки всіх завдань

контрольної роботи. Учні простим олівцем виправляють свої помилки, а ті завдання, які розв'язали неправильно або зовсім не розв'язали, записують після слів «Робота над помилками». Самостійно виставляють собі оцінку і здають зошит учителю. Учні, які виконали роботу на високому рівні, тим часом працюють індивідуально над завданнями підвищеної складності або на повторення. Після цього всі учні пишуть самостійну роботу, складену за помилками, які допущені в контрольній роботі. Тоді вчитель оголошує виставлені ним оцінки за контрольну роботу.

Виправити помилки та неточності, допущені в письмових роботах, також допомагає дискусія. Вона сприяє розвитку критичного мислення, дає змогу визначити власну позицію, поглибити знання. Розвиток критичного мислення допомагає учневі самостійно аналізувати теоретичний матеріал, формує вміння помічати помилки або логічні порушення у твердженнях інших учнів, аргументувати свої думки, змінювати їх, якщо вони неправильні.

2.5. Особливості використання сервісу LearningApps.org при вивченні многочленів

У сучасних умовах життя інформаційні технології досить видко розвиваються, тому підростаючій особистості потрібно вчитися ними користуватися. Інтернет відкриває широкі горизонти для використання інформаційних засобів в освітній діяльності. Оскільки, пріоритетним у навчальному процесі є взаємодія учнів між собою та вчителем, то в умовах дистанційної освіти доречно використовувати програмове забезпечення. Сучасні інформаційні технології навчання забезпечують швидкий темп уроку, доступність до унаочнення навчального матеріалу, можливість оперативного повторення раніше вивченого тощо.

При вивченні алгебри у 7 класі, а особливо теми «Многочлени» з розділу «Цілі вирази» доречно в умовах віддаленого навчання застосовувати інформаційно-комунікаційні технології. Цікавим допоміжним засобом при

вивченні дано теми є сервіс LearningApps.org, який забезпечує підтримку уроків математики та сприяє реалізації особистісно-зорієнтованого підходу до навчання. При використанні даного засобу в дітей формуються уміння самостійно перевіряти власні знання, обирати необхідні завдання відповідно до того що потрібно перевірити; розвиває вміння аналізувати, співставляти, обирати головне; розвиває навички комп'ютерної грамотності тощо.

Даний засіб дистанційного навчання розвиває не тільки учнів, а й учителя, урізноманітнює його роботу; робить її приємною, успішною, результативною, полегшує працю, забезпечує професійне зростання.

Завданням сучасного вчителя є навчити учнів використовувати власні знання на практиці, підвищувати якість навчання та розвивати інформаційну компетентність особливо при використанні дистанційної форми освіти.

LearningApps.org [35] є сервісом Web 2.0, який спрямований на підтримку освітніх процесів за допомогою використання невеликих інтерактивних модулів. Дані інтерактивні модулі можна застосовувати безпосередньо як навчальні ресурси або як завдання для самостійної роботи учнів. Метою роботи LearningApps.org є створення загальнодоступної бібліотеки незалежних блоків, які називаються Вправи, корисно, що їх можна повторно використовувати та змінювати. Вправи не обмежені певними сценаріями чи програмами, тому їх не варто розглядати як повноцінні уроки чи завдання, проте їх можна застосовувати при вивченні будь якої теми уроку чи його частини.

Даний сервіс цілком зручний у користуванні, так вправи на ньому розташовані у зручному візуальному порядку, у вигляді сітки зображень. За допомогою наведеного вказівника «миші» можна побачити тип вправи та рейтинг її на сайті (проте, це прямо пропорційно залежить від кількості переглядів та оцінок користувачів сайту). Усі вправи згруповано за певними категоріями, що відповідають виду завдання, яке потрібно буде виконати учням, серед них: вибір, розподіл, послідовність, заповнення, онлайн-ігри, інструменти.

Кожна група включає в себе кілька доступних шаблонів вправ. Перед тим, як створити власний навчальний ресурс, можна переглянути опис та зразки шаблонів вправ [27].

Розглянемо можливості використання цього сервісу при вивченні многочленів. Так, за допомогою LearningApps.org можна створювати такі варіанти вправ:

- завдання «Знайти пару» (додавання та віднімання многочленів, множення многочленів на одночлен, ділення многочленів на одночлен), потребує узгодження двох груп многочленів між собою по-парно;
- Завдання «Заповнити пропуски в тексті», тобто вписати відповідне визначення чи формули, що стосуються теми «Многочлени»;
- завдання «Розставити по-порядку» (алгоритм множення, ділення, додавання та віднімання многочленів), учням потрібно виставити правильний порядок дій відповідно до умови завдання;
- завдання «Класифікація многочленів» передбачає розкладання многочленів на множники;
- завдання «Вікторина з вибором правильної відповіді» тотожна до вищезазначеного завдання, спрямована на вміння учнів розкладати многочлени на множники;
- завдання типу «Співвідношення в сітці» сутність якого полягає в спрощенні виразу (многочлени) у верхньому рядку та відповідно знайти правильну відповідь у нижньому рядку[35].

Тобто, даний засіб дистанційного навчання є не лише корисним при вивченні многочленів у курсі алгебри 7 класу, а й цікавим стимулом до навчання школярів, який розвиває інтерес до алгебри та математики в цілому.

2.6. Розробка програми та змісту факультативу для 7 класу з теми «Многочлени. Їх застосування в математиці»

Факультативні заняття – це форма навчальної роботи, що сприяє розвитку здібностей і інтересів учнів у поєднанні із загальноосвітньою підготовкою з обраного предмету і на її основі. Концепція профільного навчання передбачає таку організацію освітнього процесу, яка б найкраще забезпечувала особистісно-орієнтоване навчання і сприяла створенню власної освітньої траєкторії учня [23;с.287].

На факультативних заняттях, вчитель має змогу поглибити знання здібних учнів та сформувані інтерес до вибору подальшої професії. Особливого значення набувають такі форми навчальної діяльності, як уроки, які передбачають поглиблене вивчення як окремих тем, так і всього предмета в цілому – факультативи, предметні гуртки, курси за вибором тощо.

Факультативний курс - навчальний курс, зміст якого безпосередньо не пов'язаний із загальнообов'язковим навчальним змістом і який обирається для поглиблення знань та умінь учнів.

Проведення факультативних курсів має наступні завдання:

- розвиток творчих здібностей здобувачів освіти з урахуванням їх індивідуальних особливостей та пізнавальних інтересів;
- орієнтація на самовизначення учнів, підготовку здобувачів освіти до активної інтелектуальної праці;
- впровадження ідей всебічного розвитку особистості дитини включаючи загальний, інтелектуальний та морально-етичний розвиток;
- більш детальне ознайомлення з окремими предметами певної галузі освіти;
- створення сприятливих умов для роботи з обдарованими здобувачами освіти, як інтелектуально так і творчими учнями [41].

Проведення факультативних курсів має свої особливості:

- не примусовість у виборі здобувачами освіти;
- неповторність змісту, тематика обговорення стосується не лише навчальних предметів, а й виходить за її межі;

- застосування х форм і методів навчальної діяльності, які передбачають активність учнів;
- навчальні досягнення учнів не оцінюють у балах.

Факультатив

«Многочлени. Їх застосування в математиці».

Пояснювальна записка

В основу даної програми покладені принципи: систематизації знань отриманих при вивченні основного курсу; прикладний напрямок; висока ступінь узагальнення програмного матеріалу, розвиток інтересу учнів до самостійного набуття знань.

Матеріал передбачений даною програмою доповнює і поглиблює знання з теми «Многочлени», «Розв'язування текстових задач», «Систем рівнянь».

Програма розрахована на один рік навчання для учнів 7 класу загальноосвітніх шкіл.

Опановуючи зміст програми, учні зможуть поглиблювати знання, розширювати їх, оволодівати новими вміннями, навчитися самостійно працювати з додатковою літературою. Виконання завдань в кожній темі сприяє формуванню умінь та навичок практичної діяльності.

Вивчення даного курсу допоможе учням засвоїти вміння розв'язувати задачі з більш високим рівнем складності, точно і коректно формулювати теоретичні положення і висловлювати власні думки при вирішенні задач, правильно користуватися математичною термінологією і символікою, застосовувати раціональні способи розв'язання задач.

Факультативний курс містить теми з математики, які б сприяли розвитку логічного мислення, що є однією зі складових частин підготовки учнів до майбутнього засвоєння складнішого матеріалу.

Розгляд на факультативі розв'язування текстових задач на рух, роботу, суміші і сплави є підготовкою до розв'язування завдань із многочленами.

Вивчення учнями бінома Ньютона сприяє формуванню умінь розв'язувати задачі на розклад бінома або знаходження певного його члена. Вивчення формул Крамера для розв'язування систем лінійних рівнянь з трьома змінними та знаходження визначників третього порядку, сприяє швидшому освоєнню нового матеріалу у старшій школі.

Програма розрахована на 34 години – 1 година на тиждень.

Мета і завдання:

- виявлення і розвиток математичних здібностей учнів;
- формування стійкого інтересу до предмету;
- підсилення ролі теоретичного узагальнення;
- навчання нестандартним методам розв'язання задач;
- підвищення ефективності самостійної роботи;
- навчання принципам математичного моделювання;
- активація пізнавальної діяльності учнів;
- розвиток логічного мислення;
- орієнтація на професії пов'язані з математикою.

Основні вимоги до знань і умінь учнів

№п/п	Розділ	Вимоги
1	Розв'язування текстових задач. Задачі на суміші і слави; роботу; рух назустріч і в протилежному напрямках; рух в одному напрямку; рух по річці; про ділення на частини; задачі на співвідношення між натуральними числами.	Учні повинні знати: означення буквеного та числового виразів. Учні повинні уміти: обчислювати буквені та числові вирази; складати буквені або числові вирази до умов задач.
2	Многочлени. Розкладання многочленів на множники. Многочлени. Дії над	Учні повинні знати: означення многочлена, подібних членів многочлена,

	<p>многочленами. Множення многочлена на многочлен. Піднесення двочлена до степеня. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона. Квадрат суми декількох доданків розкладання на множники. Ділення многочлена на многочлен. Ділення многочлена з остачею. Схема Горнера. Розкладання многочленів на множники методом невизначених коефіцієнтів. Теорема Безу і її наслідки. Застосування теореми Безу для розкладання на множники.</p>	<p>теореми Безу; різні методи ділення многочленів.</p> <p>Учні повинні уміти: застосовувати на практиці різні методи ділення многочленів, трикутник Паскаля, біном Ньютона, схему Горнера, теорему Безу.</p>
3	<p>Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома і трьома змінними.</p> <p>Дослідження систем з параметрами. Формули Крамера для знаходження розв'язків системи рівнянь. Визначники. Системи трьох рівнянь з трьома змінними.</p>	<p>Учні повинні знати: правило Крамера, означення визначника.</p> <p>Учні повинні уміти: досліджувати системи з параметром; застосовувати формули Крамера; розв'язувати системи із двома та трьома змінними.</p>

Тематичне планування

№п/п	тематика занять	Кількість годин
1.	Розв'язування текстових задач	13 годин
1	Задачі про ділення на частини	2

2	Задачі на суміші і сплави	2
3	Задачі на роботу	2
4	Задачі на рух назустріч і в протилежних напрямках	3
5	Задачі на рух в одному напрямку	2
6	Задачі про рух по річці	2
2.	Многочлени. Розкладання многочленів на множники	13 годин
1	Многочлени. Дії над многочленами.	1
2	Множення многочлена на многочлен.	1
3	Піднесення двочлена до степеня. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона.	2
4	Квадрат суми декількох доданків. Розкладання на множники.	2
5	Ділення многочлена на многочлен. Ділення многочленів з остачею. Схема Горнера.	2
6	Розкладання многочленів на множники методом невизначених коефіцієнтів.	2
7	Теорема Безу і її наслідки.	2
8	Застосування теореми Безу для розкладання на множники.	2
3.	Розв'язування системи лінійних рівнянь з двома і трьома змінними	7 годин
1	Дослідження систем з параметрами.	3
2	Формули Крамера для знаходження розв'язків системи рівнянь. Визначники.	2
3	Системи трьох рівнянь з трьома змінними.	2
4	Підсумковий урок.	1 година.

Список рекомендованої літератури для вчителя:

1.Бевз Г. Методика викладання алгебри. Посібник для вчителя.-К.: Рад.шк., 1971.-270 с.

2.Годованюк Т.Л. Методичні вказівки щодо використання історичних матеріалів під час проходження педагогічної практики. Умань.:АЛМГ.2008.190с.

3.Лоповок С. Факультативний курс з математики 7 клас. *Математика*. №37-38.2007.с.23-30.

Список рекомендованої літератури для учнів:

1. Шунда Н. М. Збірник задач з алгебри для 7-9 класів: Навч. посібник. - К.: Техніка, 2003. - 416 с. ISBN 966-575-099-22.

2. Басанько А.М. За лаштунками підручника з математики: Зб. розвиваючих задач для учнів 5—7-х кл.. Київ: Генеза, 2017. 160 с.

Висновки до II розділу

Отже, розглянувши методичні особливості вивчення многочленів у основній школі варто зазначити, що ця тема дуже важлива не лише для подальшого освоєння курсу алгебри школярами, а й буде корисною у подальшому житті.

Проаналізувавши Навчальну програму для 5-9 класів, ми визначили, що першому розділу «Цілі вирази» відведено 30 годин на вивчення та опрацювання учнями, основу даного розділу складають тем пов'язані з діями над многочленами.

Нами було проаналізовано методичні особливості вивчення основних понять з теми дослідження та формування умінь та навичок з теми «Многочлени».

Аналіз типових помилок під час вивчення зазначеної теми показав, що учні швидко забувають теоретичні знання, плутають та перекручують формули і правила, що й призводить до різних помилок. Завдання вчителя – не тільки застерігати учнів від помилок, а й використовувати помилки в навчальному процесі.

Також, нами було детально розглянуто особливості використання сервісу learningapps.org як ефективного інструменту при вивчення многочленів у основній школі. Різноманітність його інструментів дає змогу активізувати активність учнів як на уроках алгебри, так і під час виконання певних самостійних чи домашніх завдань.

У результаті проведеної нами роботи, ми розробили програму та зміст факультативу з теми «Многочлени. Їх застосування в математиці» для учнів 7 класу з метою покращення наявних знань у дітей та формування нових практичних навичок, виховання любові до математики як науки.

ВИСНОВКИ

Зазначена тема дослідження є актуальною тому, що включає основні означення та формули, які є основою для подальшого вивчення алгебри в старшій школі. Теоретичний матеріал з теми «Многочлени» дуже складний для сприйняття та запам'ятовування учнями, містить велику кількість правил та формул для вивчення й запам'ятовування. Тому, особлива увага в магістерській роботі звертається на методичні прийоми запам'ятовування та розрізнення формул скороченого множення. У роботі були проаналізовані сучасна програма та шкільні підручники з алгебри з даної теми, значну увагу приділено особливостям введення основних понять та формування практичних умінь і навичок при вивченні многочленів.

У першому розділі роботи, який називається «Зміст навчального матеріалу з теми «Многочлени» в основній школі», розглянуто теоретичний матеріал з даної теми; наведено систему практичних завдань на формування вмінь та навичок при вивченні многочленів, представлено різноманітність засобів дистанційного навчання при вивченні многочленів.

У другому розділі «Методичні особливості вивчення теми «многочлени» з розділу «Цілі вирази» у основній школі (7 клас)» наведено вікові та психологічні особливості дітей підліткового віку; подано аналіз діючої програми та підручників, запропоновано методичні особливості вивчення многочленів у школі, охарактеризовано типові помилки учнів, які виникають при розв'язуванні вправ та систему корекції знань. Проаналізовано сервіс learningapps.org як допоміжний засіб при вивченні многочленів. Запропоновано розробку факультативу з теми «Многочлени. Їх застосування в математиці».

Дана магістерська робота може бути використана вчителями при підготовці та проведенні уроків з даної теми.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. Алгебра: Підручник для 7 класу. К.: Освіта, 2015. 191с.
2. Бевз Г. Математика: Підручник для 6 класу. К.: Генеза, 2015. 304с.
3. Бевз Г. Методика викладання алгебри. Посібник для вчителя. К.: Рад.шк., 1971. 270с.
4. Богданович М. Методика викладання математики в початкових класах: навчальний посібник. Тернопіль: Навч.книга. Богдан, 2006. 336с.
5. Великий енциклопедичний словник. К.: «Просвіта», 2005. 480с.
6. Возняк Г.М., Галана Я.С. Запобігання математичним помилкам учнів: методичні рекомендації. К.: Рад.шк.. 1989. 87с.
7. Глейзер Г.И. История математики в школе IV-VI классы. М.: Просвещение, 1981. 238с.
8. Годованюк Т.Л. Методичні вказівки щодо використання історичних матеріалів під час проходження педагогічної практики. Умань.: АЛМГ. 2008. 190с.
9. Грозян Ю. Актуальність проблеми вивчення многочленів у середній школі. URL: [http:// teacherjournal.com.ua](http://teacherjournal.com.ua). (дата звернення: 13.10.2023).
10. Демченко С., Острогляд Н. Розвиток та стосунки у підлітковому віці (11-13 р.). *Психолог*. 2008. №15. С.18-22.
11. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. *Математика в школі*. 2011. №12. С.2-5.
12. Дубінчук О. Методика викладання алгебри в 7 – 9 кл. К.:Рад.шк., 1991. 252с.
13. Забєлишинська М.Я. Математика: навчально-практичний довідник. Х.: «Ранок», 2010. 384с.
14. Кирик І. Робота над помилками як одна з основних форм подолання прогалин у знання і вміннях учнів з геометрії. *Математика в*

школі, 2008. - №6. – С.22-25.

15. Кравчук В. Алгебра: Підручник для 7 кл. Тернопіль: підручник і посібник, 2015. 224с.

16. Кравчук В. Математика: Підручник для 6-го класу. Тернопіль: Підручник і посібник, 2006. 272с.

17. Лоповок С. Факультативний курс з математики 7 клас. *Математика*. №37-38. 2007. с.23-30.

18. Манько Л.А. Розкладання многочленів на множники винесенням спільного множника за дужки. *Математика в школах України*. №33. 2011. С.16-18.

19. Мерзляк А. Алгебра: Підручник для 7 класу. Х.: Гімназія, 2015.

20. Мерзляк А. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання з алгебри для 7 класу/ А. Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, Ю.М. Рабінович, М.С. Якір. Х.: Гімназія, 2007. 112с.

21. Мерзляк А. Математика: Підручник для 5 класу. Х.: Гімназія, 2008. 288с.

22. Методика викладання математики в середній школі./ упоряд. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. Х.: Основа.1992. 304с.

23. Методична система та інтенсивні технології навчання.URL: <http://libua-ru.net/diss>(дата звернення: 23.10.2023).

24. Мироненко Л. Дії з многочленами. *Математика в школах України*. №34. 2011. С.21-24.

25. Навчальні програми для 6-9 класів (Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти, 2011 рік) URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas> (дата звернення: 27.10.2023).

26. Нечай Г.М. Впровадження освітнього сервісу WEB 2.0 в навчальний процес сучасної школи на прикладі використання LearningApps.org. URL: <https://www.slideshare.net/ssuser61b681/web-20-learning-appsorg> (дата звернення: 25.10.2023).

27. Ночевчук М.В. Множення многочлена на многочлен. *Математика в школах України*. 2010. №33. С.12-14.
28. Оновлення платформи Classroom. Блог Workspace. URL: <https://workspaceupdates.googleblog.com/search/label/Google%20Classroom> (дата звернення: 26.10.2023).
29. Організація середовища дистанційного навчання в середніх загальноосвітніх навчальних закладах: посіб. / за наук. ред. Ю. М. Богачков. К.: Педагогічна думка, 2012. 160 с.
30. Офіційний сайт ClassDojo URL: <https://www.classdojo.com/uk-ua> (дата звернення: 29.10.2023).
31. Офіційний сайт Classtime URL: <https://www.classtime.com/uk.html> (дата звернення: 29.10.2023).
32. Офіційний сайт LearningApps.org URL: <https://learningapps.org/index.php?category=2&s=> (дата звернення: 29.10.2023).
33. Офіційний сайт Moodle. Особливості платформи. URL: <https://docs.moodle.org/401/en/Features> (дата звернення: 29.10.2023).
34. Офіційний сайт Zoom. URL: <https://explore.zoom.us/en/collaborationtools/> (дата звернення: 29.10.2023).
35. Переваги дистанційної освіти в Україні. URL: <http://www.forest.lviv.ua/statti/distance.html> (дата звернення: 29.10.2023).
36. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. М.: ИКТЦ «Лада», 2013. 192с.
37. Положення про дистанційне навчання у навчальних закладах. URL: <http://ipo.kpi.ua/ua/distance/pologenie10-01-12.html> (дата звернення: 28.10.2023).
38. Потапов М.К., Александров В.В., Пасиченко П.И. Алгебра и анализ элементарных функций. М.: Наука. 1980. 560с.
39. Ручинська Л.М. Множення многочлена на одночлен. *Математика в школах України*. 2011. №32. С.26-28.
40. Садовченко А.В. Місце факультативів у системі математичної

освіти. URL: <http://goroozv.dnepredu.com./uk/site/naukovo-metodichna-robot.html> (дата звернення: 28.10.2023).

41. Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе. *Математика в школе*. 1998. №6. С.27-30.

42. Скрипченко О.В., Долинська Л.В., Огороднійчук З.В. Вікова та педагогічна психологія: навч. посіб. К.: Просвіта, 2001. 416с.

Скурідіна С.А. Застосування різних способів розкладання многочлена на множники. *Математика в школах України*. 2011. №4. С.26-28.

43. Слєпкань З.І. методика навчання математики: Підручник. К.: Вища школа. 2006. 582с.

44. Снегурова В. И. Методическая система дистанционного обучения математики учащихся общеобразовательных школ: автореф. дис. на соискание научн. степени докт. пед. Наук: 13.00.02. Санкт-Петербург, 2010. 46 с.

45. Соколовська І. Я готуюсь до уроку алгебри: 7 клас. К.: Ред. Загальнопед. газ., 2005. 112с.

46. Уварова О.П. Формули скороченого множення. *Математика в школах України*. 2011. №1-2. с.42-46.

47. Чумак Л.О. Можливості сервісу GoogleClassroom для організації навчального процесу. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*, 2018. № 6. с. 65-70.

48. Чумак О.Я. Застосування формул скороченого множення для перетворення цілих виразів. *Математика в школах України*. 2011. №3. с.25-27.

49. Шверненко І.Е. Розкладання многочлени на множники. *Математика в школах України*. 2005. С.31-57.

ДОДАТКИ

Додаток А

Система занять з теми «Многочлени»

Тема 1: Многочлени. Дії над многочленами.

Мета: узагальнити знання учнів із теми «Дії над многочленами» та вміння виконувати дії з многочленами; розвивати пізнавальний інтерес учнів, логічне мислення, культуру математичної мови та записів; виховувати любов до предмета, самостійність, почуття відповідальності за свої дії, вміння співпрацювати.

Тип уроку: узагальнення й систематизація знань, умінь і навичок.

Обладнання: роздавальний матеріал, презентація з умовами завдань.

Епіграф уроку:

Навчатися можна тільки весело...

Щоб перетравлювати знання,

Потрібно поглинати їх з апетитом.

А. Франс

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

Повідомляємо тему, мету уроку.

-Відомий французький письменник ХІХст. Анатоль Франс одного разу зауважив: «Навчатися можна тільки весело...Щоб перетравлювати знання, потрібно поглинати їх з апетитом». Ці слова ми візьмемо за епіграф нашого уроку, на якому ви не просто зможете пригадати матеріал із теми «Дії над многочленами», але й поповнити свої знання. Сьогодні ми вирушаємо в захопливу подорож математичним океаном.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

Але, щоб узяти участь у подорожі, слід придбати путівки, вартість яких визначають не гроші, а знання. Для того щоб отримати ці путівки, необхідно повторити теоретичний матеріал з теми.

Аукціон розпродажу путівок

1. Вираз, поданий у вигляді суми одночленів.
2. Доданки, які мають один і той самий буквений множник.
3. Многочлен, який є сумою одночленів стандартного вигляду, серед яких немає подібних членів.
4. Найбільший зі степенів одночленів, які утворюють многочлен.
5. Властивість множення, яку використовують під час множення одночлена на многочлен.
6. Спосіб розкладання многочленів на множники.

Самоперевірка

-Діти, перевірте, чи правильно ви дали відповіді в зошитах. (звіряють з відповідями на слайді: 1. Многочлен, 2. подібні, 3. многочлен стандартного вигляду, 4. степінь многочлена, 5. розподільна, 6. групування.).

ІІІ. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК.

ГРА «Знайди помилку»

Виконайте дії:

$$1) (5x+4y)+(8x+17y)=13x+21y; \text{ «+»}$$

$$2) (25a-4b)-(16a+10b)=9a-6b; \text{ «- »}$$

$$3) 4y(5-2x)=20y-8x; \text{ «-»}$$

$$4) (2x+3)(x-4)=2x^2-5x-12. \text{ «+»}$$

Учні обмінюються зошитами і перевіряють роботи одне одного.

ГРА «Підводні рифи».

Ми наближаємося до підводних рифів! Чи зможемо ми їх обминути? Кожен із рифів у нашому математичному океані – це завдання підвищеної складності.

Завдання 1.

Розставте дужки так, щоб була тотожність:

$$x^2-2x+1-x^2-2x-1=2$$

$$x^2-2x+1-x^2-2x-1=0$$

$$x^2-2x+1-x^2-2x-1=-2$$

Завдання 2.

Доведіть, що різниця $(\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc}) - (\overline{ba} + \overline{ca} + \overline{cb})$: 18

Доведення:

Маємо: $(\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc}) - (\overline{ba} + \overline{ca} + \overline{cb}) = (10a + b + 10a + c + 10b + c) - (10b + a + 10c + a + 10c + b) = (20a + 11b + 2c) - (20c + 11b + 2a) = 20a + 11b + 2c - 20c - 11b - 2a = 18a - 18c = 18(a - c)$. Очевидно, що число $18(a - c)$: 18. Доведено.

Завдання 3.

Спростити вираз:

$$1) x^{n+1}(x^{n+6} - 1) - x^{n+2}(x^{n+5} - x^3)$$

$$2) x^{n+2}(x^2 - 3) - x^n(x^{n+2} - 3x^2 - 1), \text{ деп } -N.$$

$$\text{Відповідь: } 1) x^{n+5} - x^{n+1}$$

$$2) x^{n+4} - x^{2n+2} + x^n$$

Завдання 4.

Доведіть, що при будь-якому значенні змінної а значення виразу

$3a(a^2 - 4) - 2a^2(1,5a + 4a^4) + 6(2a - 1)$ є від'ємним числом.

Доведення:

$$3a(a^2 - 4) - 2a^2(1,5a + 4a^4) + 6(2a - 1) = 3a^3 - 12a - 3a^3 - 8a^6 + 12a - 6 = -8a^6 - 6.$$

Вираз $-8a^6$ при будь-якому значенні а набуває від'ємного значення .

Отже, значення виразу $-8a^6 - 6$ є від'ємним при будь-якому а.

Доведено. 5) Доведіть, що значення виразу $(n+39)(n-4) - (n+31)(n-3)$ кратне 7 при всіх натуральних значеннях n.

$$6) \text{ Доведіть тотожність Лагранжа Ж.Л. } (a^2 + b^2 + c^2)(m^2 + n^2 + k^2) - (am + bn + ck) = (an - bm)^2 + (ak - cm)^2 + (bk + cn)^2.$$

«Мозкова атака»

-Але поки ми були зайняті й втратили пильність, нас захоплюють до полону пірати.

(Картки із задачею лежать на партах).

Довжина ділянки, де розміщено табір піратів, на 10 м більша за його ширину. Її площу пірати вирішили збільшити на 400 м^2 . Для цього її довжину збільшили на 10 м, а ширину – на 2 м. Знайдіть площу нової ділянки.

Учні висловлюють свої ідеї, коментарі, шляхи розв'язування. Наприкінці обговорюємо й оцінюємо запропоновані ідеї.

	Була	Стала
Довжина	$X+10$	$X+20$
Ширина	X	$X+2$
Площа	$X(x+10)$	$(x+20)(x+2)$

IV.ПІДСУМОК УРОКУ.

-Ось і добігла наша подорож до кінця. А тепер розкажіть, що ви вивчали на уроці? Що дізналися нового? Чи здобули нових умінь?

Тема 2: Множення многочлена на многочлен.

Мета: продовжити формування вмінь та навичок множити многочлени; розвивати логічне мислення; виховувати уважність, упевненість у власних силах, бажання здобувати знання.

Обладнання: картки із завданнями.

Девіз уроку: «Знати, мислити, вміти, діяти».

ХІД УРОКУ

1. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

2. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

Інтерактивна вправа «Мікрофон»

1. Який вираз називають одночленом?
2. Що називають степенем одночлена?
3. Дайте означення многочлена.
4. Що називають членами многочлена?
5. Які члени многочлена називають подібними?
6. Що називають степенем многочлена?
7. Сформулюйте правило множення многочлена на многочлен.
8. Як помножити три многочлени? Чотири?

3. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ.

-Відомий давньогрецький філософ і вчений Арістотель (384-322 до н е.) казав : «Розум полягає не тільки в знанні, але й в умінні застосовувати знання до справи».

На сьогоднішньому уроці, що присвячений многочлену, у вас буде нагода це показати. На уроці виконаємо множення многочленів, дізнаємося про історію цього терміна та про зв'язок алгебри з геометрією. Тема, яку ми вивчаємо, є фундаментальною у формуванні вмінь виконувати тотожні перетворення виразів.

4. ФОРМУВАННЯ УМІНЬ І НАВИЧОК.

1. Інтерактивна частина

1) Учні працюють у міні-групах. Кожна група одержує картку, яку треба заповнити. Після виконання вправ групи по колу обмінюються картками. Учні групи перевіряють завдання, що виконала сусідня група, після чого картки здають учителю на перевірку.

ЗРАЗОК КАРТКИ

Заповнити таблицю

№	вираз	назва	ступінь	коефіцієнти
1	$7bm$			
2	7			
3	$7xy+8$			
4	$7xy+xy+3$			
5	$-b$			
6	$7xy-5x+x-5$			

2) Заповнити порожні клітинки (умови записані на дошці)

A) $(a+b)(c-d) = \square - ad + bc \square bd$,

B) $(3m^2 - p)(m^2 + p) = 3 \square + 3m^2p \square - p^2$.

3) Знайдіть помилку в розв'язанні й наведіть правильне розв'язання.

A) $(c-8)(d+1) = cd - 8c + c + 8d + 8$.

B) $(a^2 + ab - b^2)(a - d) = 2a^2 + a^2b + 2ab - 2ab - ab^2 - 3b$.

4) Виконайте множення многочленів $(a+b)(-a^2+ab-b^2)$.

2. Виконання творчих завдань

1) продовжте запис: $(\Delta + \circ)(\square + \clubsuit)$

2) поясніть зміст формули $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + db$.

Використовуючи малюнок

a	
b	

cd

Висновок: це геометрична інтерпретація множення двох многочленів. З рисунка бачимо, що площа прямокутника зі сторонами $(a+b)$ і $(c+d)$ дорівнює сумі площ чотирьох прямокутників, які дорівнюють ab, ad, bc, bd . Проте таким способом цю рівність можна ілюструвати лише для додатних чисел. Цей запис демонструє зв'язок алгебри і геометрії.

Історична довідка про множення многочленів

Стародавні вавилоняни знали формули множення многочленів ще 4000 років тому, але тоді не існувало сталого символічного запису, тому ці формули виражали словесно. Та й узагалі алгебраїчні задачі стародавні вавилоняни розв'язували геометрично, подаючи величини у вигляді прямолінійних відрізків. Добуток чисел a і b розглядали як площу прямокутника зі сторонами a і b , а число a^2 – як площу квадрата зі стороною a тощо. Такі словесні записи були громіздкими, а тому їх використання гальмувало розвиток алгебри як науки. Лише у XVIII ст. Ньютон першим серед видатних учених повністю відмовився від геометричної алгебри, реформувавши її на новій сучасній основі.

Різні способи множення многочленів

Записувати множення многочленів можна по різному. Найчастіше компоненти записують у рядок, як це робили ми. Але бажано знати, що многочлени, як і числа, можна множити у стовпчик, наприклад:

$$x^2+x-1$$

$$\times \quad \underline{x+2}$$

$$2x^2+2x-2$$

$$+ \quad \underline{x^3+x^2-x}$$

$$x^3+3x^2+x-2$$

А зараз ознайомимося зі способом множення двох многочленів за допомогою таблиці.

	x^2	x	-1
x	x^3	x^2	$-x$

2	$2x^2$	$2x$	-2
x^3+3x^2+x-2			

Завдання: виконайте множення $x-1$ на $x^4+x^3+x^2+x+1$ одним із указаних способів.

5.ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК.

Виконання письмових вправ.

1.Спростіть вираз $(x+2)(x-5)-(x-3)(x+4)$ і знайдіть його значення $x=-55$.

2.Розв'яжіть рівняння:

$$1)(2x-3)(4x+3)-8x^2=33$$

$$2)(2x-6)(8x+5)+(3-4x)(3+4x)=55$$

3.Виконайте множення:

$$1)(x+2)(x-1)(x-4)$$

$$2)(2x+1)(x+5)(x-6)$$

$$3)(x^2-2x+3)(x^2+2x-3)$$

4.Доведіть, що при будь-якому значенні змінної значення виразу $(x+3)(x^2-4x+7)-(x^2-5)(x-1)$ дорівнює 16.

5.Доведіть тотожність Леонарда Ейлера:

$$(p^2+cg^2)(r^2+cs^2)=(pr+cgs^2)+c(ps-gr)^2.$$

Тема 3: Піднесення двочлена до степеня. Трикутник Паскаля.

Біном Ньютона.

Мета: поглибити знання з теми «Формули скороченого множення»; ознайомити з трикутником Паскаля та біномом Ньютона; розвивати вміння обчислювати двочлен за допомогою бінома Ньютона; розвивати кмітливість; виховувати самостійність.

Обладнання: картки із завданнями.

Хід уроку

I.ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

II.АКТУАЛІЗАЦІЯ ТА МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ.

-«У математики існує своя мова – це формули»,- так говорила видатна жінка математик С.Ковалевська.

Вирушимо з вами у загадковий світ формул. Які формули ви знаєте? Щоб вирушити в подорож потрібно виконати завдання записані на дошці, а відповіді до них на картках.

$$1.(2x+4y)(2x+4y) \quad \text{а)} 9x^2-36xy+36y^2$$

$$2.(x+y)(x+y) \quad \text{б)} x^2+2xy+y^2$$

$$3.(3x-6y)(3x-6y) \quad \text{в)} 4x^2+16xy+16y^2$$

III. ФОРМУВАННЯ НОВИХ ЗНАНЬ.

-Ви уже знайомі із формулою квадрата двочлена. Сьогодні ви дещо поглибите свої знання з даної теми.

Виконайте завдання:

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=$$

$$(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2=$$

$$(a+b)^4=(a+b)(a+b)^3=$$

-Наведені формули дозволяють помітити деяку закономірність, з допомогою якої можна записати формулу для $(a+b)^n$, де n -будь-яке натуральне число.

-Хто вже помітив цю закономірність?

Вірно, всіх членів буде $(n+1)$; ми маємо суму добутків степенів першого та другого члені, де перший член суми є добутком n -го степеня першого члена і нульового степеня другого (a^n), у кожному наступному добутку суми степені першого члена зменшується на одиницю, другого – збільшується на одиницю, тому що останній член суми є добутком нульового степеня першого члена і n -го – другого.

Коефіцієнт при кожному члені можна знайти за допомогою «трикутника Паскаля».

$$\begin{array}{cccc} 1 & & & \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 3 & 1 \end{array}$$

4 1 4 6 4 1

Правило утворення рядків «трикутника Паскаля» просте: кожний рядок може бути отриманий з попереднього рядка: в проміжку між будь-якими сусідніми числами верхнього рядка пишеться сума цих чисел, а по краях пишуть одиниці. Номер рядка показує, в якій степінь підноситься двочлен $(a+b)$, а числа цього рядка є коефіцієнтами відповідних членів.

-А якщо n – велике число, наприклад 100?

Зрозуміло, що за допомогою трикутника Паскаля обчислення однозначно тривале і затратне. Тому застосовують загальну формулу для обчислення $(a+b)^n$. Ця формула називається формулою бінома Ньютона. Ця формула була відома ще в Xст. в арабських країнах.

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n,$$

$$\text{Де } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad 0! = 1, \quad k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k \quad \text{для } k \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Завдання

Із формули бінома Ньютона отримати формулу для $(a-b)^n$,

Замінивши $d = -b$ у формулі $(a+d)^n$.

IV. ЗАСТОСУВАННЯ УМІНЬ І НАВИЧОК.

Завдання

1. Обчислити за допомогою трикутника Паскаля та бінома Ньютона:

$$(a+b)^5 = \quad \quad \quad (x+y)^{10} =$$

$$(a+b)^6 = \quad \quad \quad (z-m)^9 =$$

$$(a-b)^7 = \quad \quad \quad (b-m)^{23} =$$

2. Знайти розклад біномів:

$$(x^2-3)^8 = \quad \quad \quad (n^4+8m)^3 =$$

3. Знайдіть четвертий член розкладу бінома $(b+2)^7$.

4. Знайдіть середній член розкладу $(n-m)^8$.

Тема 4: Розкладання многочленів на множники. Урок-подорож у «Країну многочленів».

Мета уроку: повторення, узагальнення і систематизація знань з теми «Многочлени. Способи розкладання многочленів на множники»; активізація діяльності учнів у процесі навчання; підвищення інтересу учнів до вивчення предмета.

Обладнання: мультимедійний проектор, комп'ютер, карточки з завданнями, тестова програма, кубик з завданнями, підручники.

Тип уроку: урок узагальнення і систематизації.

Хід уроку

I. Постановка мети і формулювання завдань уроку

У людини багато потреб. З давніх-давен люди вивчають, досліджують Всесвіт. Завдяки відкриттям Коперника і Галілея, люди дізналися, що таке Сонячна система. До її складу входять 9 великих планет: Меркурій, Венера, Земля, Марс, Юпітер, Сатурн, Уран, Нептун, Плутон та їхні супутники, велика кількість малих планет, комет, метеоритів.

Ми з вами вирушаємо у подорож по Всесвіту. Побувавши на всіх дев'яти планетах і виконавши певні завдання і вказівки, ми дізнаємося, де знаходиться наша Сонячна система.

Протягом уроку ви повинні бути уважними, щоб в кінці уроку розгадати і прочитати слово.

У цій подорожі ви маєте застосувати всі знання, які ви отримали з теми: **«Многочлени та способи розкладання многочленів на множники».**

А тепер я запрошую вас до подорожі. (Роздаю учням прямокутники трьох кольорів.)

II. Актуалізація опорних знань

Перша наша зупинка – планета Меркурій.

1. Повторення.

Називаєте номер картки й отримуєте запитання. Червоний колір – визначення, жовтий – формула, зелений – приклад.

(За всі правильні відповіді отримуєте літеру).

Запитання:

1. Що таке многочлен?
2. Як многочлен записується у стандартному вигляді?

$$(a + b)^2 =$$

$$a^2 - b^2 =$$

$$a^3 + b^3 =$$

Друга наша зупинка – планета Венера.

1. Повторимо алгоритм розкладання многочлена на множники.

– Винести спільний множник за дужку, якщо він є.

– Перевірити, чи не є вираз у дужках різницею квадратів, різницею або сумою кубів.

– Якщо це тричлен, то перевірити, чи не є він квадратом двочлена.

(Знову отримуєте літеру)

III. Розв'язування вправ

Третя наша зупинка – планета Земля.

Шестеро учнів розв'язують рівняння, записані на гранях «Кубика-Архімедика».

$$5x^5 - x^4 = 0$$

$$10a^3 - 2a^2 = 0$$

$$x - x^3 = 0$$

$$4y^3 - 4y = 0$$

$$x^3 - 25x = 0$$

$$4a^3 - 100a = 0$$

$$1) \quad x = 0, x = 0,2$$

$$2) \quad a = 0, a = 0,2$$

$$3) \quad x = 0$$

По два рівняння мають однакові розв'язки.

Решта учнів перевіряють готові завдання і виправляють помилки:

$$1) (a + b)^2 = a^2 + b^2$$

$$2) a^2 - 36 = (a - 6)^2$$

$$3) (6x + 1)^2 = 36x^2 + 1$$

$$4) (a - b)^2 = a^2 - b^2$$

Пролітаємо швидко четверту зупинку – планета Марс.

П'ята наша зупинка – планета Юпітер.

«Шифровка»

Розшифруйте вислів ученого Едісона.

Учні дописують праву частину формули, підбирають слово і розшифровують вислів.

$$A^2 - 2ab + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(a - b)(a + b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(a + b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2a^2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4 - b)(4 + b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ключ.

Навчити	Мислити	найважливіше	цивілізації	людину	завдання
$4a^2$	$(a-3)(a+3)$	$(a-b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	$16-b^2$	a^2-b^2

(Найважливіше завдання цивілізації – навчити людину мислити)

Шоста наша зупинка – планета Сатурн.

Завдання в групах.

Учні діляться на 4 групи за кольором. Кожна група отримує завдання, розв'язують, обговорюють і представник з кожної групи розв'язує на дошці і коментує.

1 група:

Розкласти многочлен на множники: $8a^3 + 4a^2b - 2ab^2 - b^3$.

3. група:

Довести, що $97^3 + 78^3 + 97^2 - 78^2$ ділиться на 175.

4. група:

Довести тотожність:

$$(a + 1)^4 = a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1.$$

Пролітаємо сьому зупинку – планета Уран.

Восьма наша зупинка – планета Нептун.

Завдання: довести тотожність Діофанта:

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

V. Підсумок уроку

Дев'ята наша зупинка – планета Плутон.

Підсумуємо вивчене на уроці та на попередніх уроках.

Що потрібно знати для того, щоб вміти розкладати многочлени на множники?

Учні відповідають.

А тепер подивимося, які літери ми зібрали, побувавши на всіх планетах.

Складемо з цих літер слово. Слово ГАЛАКТИКА.

Отже, наша Сонячна система знаходиться в Галактиці, яка називається Чумацький шлях.

Тема 5: Квадрат суми декількох доданків. Розкладання на множники.

Мета: продовжити формувати в учнів навички використання вивчених способів розкладання на множники; виховувати самостійність, активність; розвивати логічне мислення.

Обладнання:

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

Око бачить далеко, а розум ще далі.

З народної мудрості

Розгадайте математичний сканворд

1.57·43 2.99² 3.87² – 13² 4.61²

1→				
				2←
				3←
4→				

Вписати результати дій у відповідні клітинки, у виділеному стовпчику учні прочитають число 2003.

III. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ.

-Допоможіть Незнайку розкласти на множники такі вирази:

а) x^8+x^4-2 ; б) y^4-4 ; в) a^5-a^2-a-1 ; г) y^4+y^2+1 .

-Допоможемо Незнайку пригадати, які способи розкладання на множники ви знаєте.

-Учень, розкладаючи многочлени на множники, зробив такі записи:

А) $4x^2y+8x^2y+4x^2=4x^2(y^2+2y+1)$

Б) $8x^3-y^3=(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

В) $2ax^2-2ay^2=2a(x^2-y^2)$

Чи з усіма відповідями ви погоджуєтеся?

IV. ПОВІДОМЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ.

-Як піднести до степеня декілька доданків? Спробуємо піднести до квадрата три доданки: $(a+v+c)^2=(a+v+c)(a+v+c)=a^2+v^2+c^2+2av+2ac+2vc$.

Спробуйте піднести до квадрата чотири доданки: $(a+v+c+p)^2$.

V. ЗАСТОСУВАННЯ І УДОСКОНАЛЕННЯ НАВИЧОК.

1. Піднесіть до квадрата: $(6a^2+8b^4+9p^6)$, $(2x+4y^7+10p)$.

2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x(x+2)(6-x)=16-x(x-2)^2$$

$$2) 4(3y+1)^2-27=(4y+9)(4y-9)+2(5y+2)(2y-7)$$

$$3) 81\left(\frac{1}{3}x-1\right)\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x+1\right)-3x(x-2)^2=12x^2$$

3. Замість зірочки запишіть вираз, щоб рівність була правильною:

$$1) (6a^5+*)^2=*+*+49b^4$$

$$2) (*-7y^7)^2=81b^4 - *+*$$

$$3) (4a^3+*)^2=*+40a^3b^7+*$$

4. Доведіть, що число $16^4 - 4^7 + 2 \cdot 2^{10}$ кратне 25.

5. Розв'яжіть рівняння з модулем:

$$1) |x-5|=0$$

$$2) |x+2|=3$$

$$3) |x|+9=11$$

$$4) |3x-1|+1=9$$

6. Доведіть тотожність Ж.Л. Лагранжа:

$$(a^2+b^2+c^2)(m^2+n^2+k^2) - (am+bn+ck)^2 = (an - bm)^2 + (ak - cm)^2 + (bk - cn)^2.$$

Тема 6: Ділення многочлена на многочлен. Ділення многочлена з остачею. Схема Горнера.

Мета: ознайомити з основними методами ділення многочлена на многочлен; розвивати практичні навички ділення многочленів «кутом» та за допомогою схеми Горнера; виховувати культуру математичних записів.

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

-Давним – давно Конфуцій говорив: «Три шляхи ведуть до знань: шлях роздумів – це шлях найблагородніший, шлях наслідування – найлегший, шлях досвіду – найгіркіший».

III. ПОВІДОМЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ.

-Сьогодні ми навчимося ділити многочлен на многочлен. Ділення многочлена на многочлен можливе, якщо степінь многочлена діленого більше або дорівнює степеню многочлена дільника.

Перший спосіб ділення «кутом».

Приклад, поділити x^3+x-2 на $x-1$

Розв'язання:

$$\begin{array}{r}
 x^3+x-2 \mid x-1 \\
 \underline{x^3-x^2} \quad x^2+x+2 \\
 x^2+x \\
 \underline{x^2-x} \\
 2x-2 \\
 \underline{2x-2} \\
 0
 \end{array}$$

Приклад, поділити x^4+2x^2-5 на x^2+2x+2 .

Розв'язання:

$$\begin{array}{r}
 x^4+2x^2-5 \mid x^2+2x+2 \\
 \underline{x^4+2x^3+2x^2} \\
 2x^3-5 \\
 \underline{2x^3-4x^2-4x} \\
 4x^2+4x-5 \\
 \underline{4x^2+8x+8}
 \end{array}$$

$$-4x-13$$

Звідси x^2-2x+4 є ціла частина, а $(-4x-13)$ – остача від ділення.

Основне правило ділення: поділити старший член діленого на старший член дільника і одержати перший член частки. Перемножити дільник на перший член частки і добуток відняти від діленого. Таким чином отримаємо остачу. Старший член остачі поділити на старший член дільника і одержимо другий член частки. Продовжити ділення до тих пір, поки не отримаємо в остачі вираз старший член якого не ділиться на старший член дільника.

Другий спосіб ділення з остачею виконують за допомогою схеми Горнера. Саме при діленні многочлена на двочлен $(x-a)$, (де a – будь-яке число) зручно користуватися схемою Горнера.

Приклад, $2x^6 - x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 1$, при $a=-1$.

X^6	X^5	X^4	X^3	X^2	x	X^0
2	-1	0	3	-2	0	1
2	-3	3	0	-2	2	-1

де остача (-1) .

-Як же користуватися схемою Горнера?

Старший коефіцієнт зносимо без змін. Кожний наступний коефіцієнт є сумою попереднього помноженого на x^0 і коефіцієнта, що стоїть над шуканим.

IV.ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ і НАВИЧОК.

1.Поділити а) x^4-x^3+2x+1 на x^2-2x+3 ; б) $2x^4+2x^2-5x+1$ на $4x^3+2x^2-x+3$.

2.Користуючись схемою Горнера знайти остачу і частку від ділення многочлена на $(x-a)$:

1) $2x^5+7x^4-8x^2+3x-5$, $a=1$

2) x^5+5x^3-8x+3 , $a=3$.

3) $3x^6-2x^4+6x^3-8x+11$, $a=-1$.

4) $5x^5+4x^3-4x^2-1$, $a=2$.

5) $2x^5+x^4-2x^3+3x$, $a=-2$.

Тема 7: Розкладання многочленів на множники методом невизначених коефіцієнтів.

Мета: ознайомити з методом невизначених коефіцієнтів; розвивати практичні навички; виховувати культуру математичних записів.

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

Девіз уроку слова Конфуція: «Три шляхи ведуть до знань: шлях роздумів – це шлях най благородній, шлях наслідування – найлегший, шлях досвіду – найгіркіший.»

Фронтальна бесіда:

1. З якими способами ділення многочленів ви знайомі?
2. Охарактеризуйте ділення «кутом» многочленів.
3. У яких випадках застосовують схему Горнера?

III. ПОВІДОМЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ.

-Неповну частку та остачу можна знайти також використовуючи метод невизначених коефіцієнтів.

Приклад, розділити з остачею x^3+3x+5 на x^2-2x-1 .

$F(x)=g(x) \cdot q(x)+r(x)$, де степінь $r <$ степінь $q(x)$

$$q(x)=ax+b$$

$r(x)=cx+d$ підставимо їх у рівність.

$$x^3+3x+5=(x^2-2x-1)(ax+b)+(cx+d)$$

$$x^3+3x+5=ax^3-2ax^2+ax+bx^2-2bx-b+cx+d$$

$$x^3:1=a \quad a=1$$

$$x^2:0=-2a+b \quad b=2$$

$$x:3=-a-2b+c \quad c=8$$

$$x^0=5=-b+d \quad d=7$$

$$d(x)=x+2 \quad r(x)=8x+7$$

IV. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК.

Завдання:

1. Розділити з остачею $6x^4+5x^3-11x^2+9x-5$ на $3x^2+4x-5$.

2. Розділити з остачею $2x^3+6x+10$ на $2x^2-4x-2$.

3. Розкладіть на множники: $2a-a^2-6b+9b^2$; $81x^2-49x^2y^2+144xy+64y^2$;
 $a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+3abc$.

4. Доведіть, що значення виразу $27^7+9^{11}-81^5$ ділиться на 11.

V. ПІДВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ.

Тема 8: Теорема Безу і її наслідки.

Мета: ознайомити з теоремою Безу та її наслідками; розвивати практичні навички застосування теореми Безу на практиці; виховувати культуру математичних записів.

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

Бесіда з учнями:

1. Якими способами можна поділити многочлен на многочлен?

2. У яких випадках застосовують схему Горнера для ділення многочленів?

III. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ.

Сьогодні ви познайомитесь з теоремою Безу, яку було запропоновано у 18 столітті. Основні праці відомого французького математика з вищої математики. Етьєн Безу зробив значний внесок у теорію рішення системи лінійних рівнянь на ряду з Крамером, сприяв виникненню теорії визначників, з якою ми познайомимось трішки згодом.

IV. ПОВІДОМЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ.

Теорема Безу: при діленні з остачею многочлена $f(x)$ на многочлен $(x-x_0)$ остача r є значенням многочлена в цій точці.

Наслідки: якщо для многочлена $f(x)$, $f(\alpha)=0$, то α -корінь даного многочлена.

Приклад: $x^3+9x-26=f(x)$

Дільники -26: 1;-1;2;-2;13;-13;26;-26.

$X=2$ застосуємо схему Горнера

$$1 \quad 0 \quad 9 \quad -26$$

$$2 \quad 1 \quad 2 \quad 13 \quad 0$$

Отже, $r=0$. $X^3+9x-26=(x-2)(x^2+2x+13)$.

VI.ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ і НАВИЧОК.

Завдання: розкласти на множники а) x^3+3x-5 , при $a = -2$, б) $x^3+18x-52$, при $a=2$.

Завдання: знайти остачу від ділення $2x^4+4x^3+x^2-x+1$ на $(x-2)$.

Завдання: розкласти на множники $x^4+4x^3-2x^2-12x+9$.

VII.ПІДВЕДЕННЯ ПІДСУМКУ УРОКУ.

Додаток Б

Завдання

для факультативних занять.

Множення одночлена на многочлен

1.Математичне доміно.

Фініш. Відповідь. Основу залишити, а показники степенів перемножити	Старт. Запитання. Що називають многочленом?
Відповідь. Суму одночленів	Запитання. Що називають одночленом?
Відповідь. Числа, змінні, їх степені й добутки	Запитання. Які доданки називають подібними?
Відповідь. Dodанки з однаковою буквеною частиною	Запитання. Як звести подібні доданки?
Відповідь. Додати їх числові коефіцієнти, а результат помножити на спільну буквену частину	Запитання. Як помножити одночлен на многочлен?
Відповідь. Кожний член многочлена помножити на одночлен, а результати додати	Запитання. Як перемножити одночлени?
Відповідь. Перемножити числові множники, а до буквених застосувати правило множення степенів з однаковими основами	Запитання. Як помножити два степеня з однаковими показниками?

2. Визначте, правильною чи хибною є рівність.

Рівність	позначка
$(2x-x^4) \cdot 4x^5 = 8x^6 - 4x^9$	
$(-4a^2 - 3a^3) \cdot 4a = 16a^3 - 12a^4$	
$-0,3(8x^5 - 10x^4) = -2,4x^6 + 3x^5$	
$x^2(x^3 - x^2 + x) = x^6 - x^4 + x^2$	
$(0,2y^3 + 4y^2 - 2,1y) \cdot 0,3y^2 = 0,06y^5 + 1,2y^4 - 0,63y^3$	
$x^7(-2x^3 + 3x^2 - 7x - 5) = -2x^{10} + 3x^9 - 7x^8 - 5x^7$	

3. Встановіть відповідність між рівняннями та їх коренями.

1) $\frac{x}{5} + \frac{x}{15} = \frac{2}{3}$	А -78
---	-------

2) $\frac{x+2}{4} - \frac{x}{3} = 7$	Б 17
3) $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+5}{2}$	В 2,5
4) $\frac{x-7}{2} - \frac{x+1}{3} = -3$	Г -5
	Д 5

4.Картки для бліщопитування.

1. Виконайте множення одночлена на многочлен.

=

=

=

2. Встановіть відповідність.

1) $4x(3x-2)-2x(5-3x)$	А 6
2) $-2x^2(x^3-3)+6x^2$	Б 2
3) $8x^6-10x^5-4x^4(2x^2-x)$	В 36
	Г 9

Відповідь: 1 _____, 2 _____, 3 _____.



1. Виконайте множення одночлена на многочлен.

$$\square \quad \quad \quad \square \quad \quad \quad \square$$

$$\square \quad \quad \quad \square \quad \quad \quad \square =$$

$$= \quad \quad \quad \square \quad \quad \quad \square =$$

2. Встановіть відповідність.

1) $3a(2a-1)-4a(1-a)$	А 7
2) $-3a^3(a^2-2)-3a^3$	Б 5
3) $6a^7-8a^5-3a^5(2a^2-1)$	В 0
	Г 17

Відповідь: 1 ____, 2 ____, 3 ____.

Варіант 1

Запишіть у порожні місця одночлени такі, щоб утворилася

тотожність:

1) _____ $\cdot (a-2b) = a^3 - 2a^2b$;

2) $(2y-1) \cdot$ _____ $= 10y^4 - 5y^3$;

3) $2a \cdot (\text{_____} + \text{_____}) = 6a^3 + 2ab$.

Варіант 2

Запишіть у порожні місця одночлени такі, щоб утворилася

тотожність:

1) _____ $\cdot (a+4b) = a^2 + 4ab$;

2) $(3x+1) \cdot$ _____ $= 12x^3 + 4x^2$;

3) $3b \cdot (\text{_____} - \text{_____}) = 9b^3 - 12a^2b$.

Варіант 3

Запишіть у порожні місця одночлени такі, щоб утворилися тотожності:

$$1) \underline{\hspace{2cm}} \cdot (7x^2 - 5b) = 7x^4 - 5x^2b;$$

$$2) (3a-2) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6a^4 - 4a^3;$$

$$3) 3y \cdot (\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}) = 9y^3 + 6xy.$$

Множення многочленів.

1. Картки для бліцопитування.

Варіант 1

Заповни порожні місця в тотожності:

$$1) (x-2)(a+1) = x \cdot \underline{\hspace{1cm}} + x \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}}.$$

$$2) (x-3)(x+2) = x \cdot \underline{\hspace{1cm}} + x \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 3 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 3 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = x^2 - \underline{\hspace{1cm}} - 6;$$

$$3) (2a^2+2)(3a^3-1) = 2a^2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2a^2+2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 = \underline{\hspace{4cm}}.$$

Варіант 2

Заповніть порожні місця в тотожності:

$$1) (y+2)(x-1) = y \cdot \underline{\hspace{1cm}} - y \cdot \underline{\hspace{1cm}} + 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}};$$

$$2) (x+4)(x-2) = x \cdot \underline{\hspace{1cm}} - x \cdot \underline{\hspace{1cm}} + 4 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 4 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 8;$$

$$3) (4x^3-2)(2x^2+1) = 4x^3 \cdot \underline{\hspace{1cm}} + 4x^3-2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 = \underline{\hspace{4cm}}.$$

Варіант 3

Заповніть порожні місця в тотожності:

$$1) (y-3)(b-2) = y \cdot \underline{\hspace{1cm}} - y \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 3 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 3 \cdot \underline{\hspace{1cm}};$$

$$2) (x-2)(x+5) = x \cdot \underline{\hspace{1cm}} + x \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 10;$$

$$3) (3x^2+2)(2x^2-1) = 3x^2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 3x^2+2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} - 2 = \underline{\hspace{4cm}}.$$

Варіант 1

1. Спростіть вираз $6x(x-2y) - (7x-2y)(x-y)$.

2. Спростіть вираз $(x+5)(x-2) - (1-x)(3-x)$ і знайдіть його значення при $x = -2$.

Варіант 2

1. Спростіть вираз $(9x-2)(x-2)-4x(x+2)$.

2. Спростіть вираз $(x+6)(x-3)-(2-x)(5-x)$ і знайдіть його значення при $x = -1$.

Варіант 3

1. Спростіть вираз $4a(b-2)-(6a+3b)(b-1)$.

2. Спростіть вираз $(x-4)(x-2)-(x-3)(x+2)$ і знайдіть його значення при $x = -2$.

Формули скороченого множення

1. Математичне доміно.

1	$16-8x+x^2$	а	$\frac{1}{81} a^2$
2	$(c+b)(c^2-bc+c^2)$	б	$0,01 - y^2$
3	$(\frac{1}{9} a)(\frac{1}{9} + a)$	в	c^3+b^3
4	$(0,1-y)(0,1+y)$	г	$16-x^2$
5	$(4+x)(4-x)$	д	$(\frac{1}{4} a^2)+ab+b^2$
6	$(\frac{1}{2}a+b)^2$	е	$8-x^3$
7	$(2-x)(4+2x+x^2)$	є	$(15+d)^2$
8	$225+30d+d^2$	ж	$(15+d)(15-d)$
9	$225-d^2$	з	$a^2+2ab+b^2$
10	$(a+b)^2$	и	c^2-25
11	$(c-5)(c+5)$	і	$(4-x)^2$

2. Картки.

1. Подайте у вигляді многочлена $(0,5x^3+0,2y^4)(0,5x^3-0,2y^4)$.

2. Розв'яжіть рівняння $(x-3)^2-(x+1)^2=12$.

1. Подайте у вигляді многочлена $(c-2)(3-c)-(5-c)(5+c)$.

2. Розкладіть на множники $(a+7)^3-8$.

1. Спростіть вираз $(3x-5)^2-(x+3)^2$. 2. Замість зірочки запишіть вираз, щоб рівність $(6a^5+*)^2=*+*+49b^4$ стала правильною.
1. Подайте у вигляді многочлена $(0,4x^2+0,6y^6)(0,4x^5-0,6y^6)$. 2. Розв'яжіть рівняння $(x+7)^2-(x-2)^2=-15$.
1. Подайте у вигляді многочлена $(3-x)(x-2)-(6-x)(6+x)$. 2. Розкладіть на множники $(x-9)^3-1000$.
1. Спростіть вираз $(2x-6)^2-(x+4)$. 2. Замість зірочки запишіть вираз, щоб рівність стала правильною $(7y^7-*)^2=*-*+81b^4$.

3. Розв'яжіть рівняння:

а) $x(x+2)(6-x)=16-x(x-2)^2$;

б) $4(3y+1)^2-27=(4y+9)(4y-9)+2(5y+2)(2y-7)$;

в) $81\left(\frac{1}{3}x-1\right)\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x+1\right)-3x(x-2)^2=12x^2$.

4. «Лабораторія досліджень».

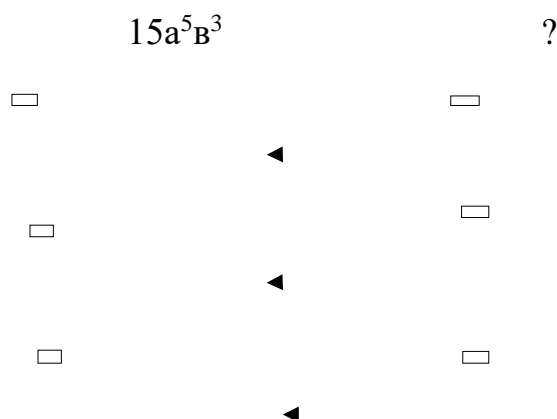
Завдання для досліджень	ВИСНОВОК
$(3a^2)^2=27a^4$	
$-5m^2n\left(-\frac{3}{5}k^2m^2n\right)=3m^5n^2k^2$	
$4xy^2-6y^3+8y^2=2y^2(2x-3y+4)$	
$7(a-b)-x(a-b)=(a-b)(7+x)$	
$2(x-y)+c(y-x)=(x-y)(2-c)$	

5. Логічні вправи.

1) $(\square-15a)(\square+\square)=4c^2-\square$; 2) $(5x+\square)(5x-\square)=\square-0,16y^4$;

3) $100m^4-4n^6=(10m^2-\square)(\square-2n^3)$.

$(3a^4)$ $(5ab^3)$ $\left(\frac{1}{5}a-b\right)\left(\frac{1}{5}a+b\right)$
 ► ◀ ► ◀



6. Завдання на кмітливість.

1) Який вираз зайвий? Поясни.

а) $4a^2 - 16b^2$; $(2a - 4b)(2a + 4b)$; $4a^2 - 16ab + 16b^2$;

б) $9x^2 + 12xy + 4y^2$; $(3x - 2y)^2$; $(3x + 2y)^2$;

в) $27x^3 + 189x^2y + 441xy^2 + 343y^3$; $(3x + 7y)^3$; $(3x + 7y)(9x^2 - 21xy + 49y^2)$.

2). Доведіть, що значення виразу $(2a - b)(2a + b) + (b - c)(b + c) + (c - 2a)(c + 2a)$ не залежить від значення змінних.

3) Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу $(8n + 1)^2 - (3n - 1)^2$ ділиться на 11.

4) Розв'яжіть рівняння $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)(x^4 + 16) = x^8 + 10x$.

5) Знайдіть значення виразу $3^{20} \cdot 6^{20} - (18^{10} - 2)(18^{10} + 2)$.

Розкладання многочленів на множники

1. Розкладіть многочлени на множники (математичне доміно).

А) $3a - 18b$	1. $2t(5t - 1)$
Б) $5mn + 5mk$	2. $3x^2(1 + 5x - 8x^3)$
В) $x^9 - x^4$	3. $3(a - 6b)$
Г) $18ab^2 + 9a^2b$	4. $-5a^6(1 - 4a^2)$
Д) $10t^2 - 2t$	5. $(4x - 3y)(a - b)$
Е) $3x^2 + 15x^3 - 24x^5$	6. $5m(n + k)$

Ж) $-5a^6+20a^8$	$7.9ab(2b+a)$
З) $x(a-b)+y(a-b)$	$8.(x-y)(5a+1)$
І) $a(4x-3y)-b(4x-3y)$	$9.x^4(x^5-1)$
К) $5a(x-y)-(y-x)$	$10.(a-b)(x+y)$

2. Установіть відповідність між «цукерками» та «коробками».

«цукерки»	«коробки»
$20x^3 - 20x^2 + 5x$	$(x-y)^2$
$x^3y^2 - xy^4$	$\frac{1}{8}x(1-4x)(1+4x)$
$\frac{1}{8}x - 2x^3$	$x^2(1+x^2)(1-x)$
$-1 - x^6$	$5x(x-1)^2$
$x^2 - x^3 + x^4 - x^5$	$xy^2(x-y)(x+y)$
$x^2 - xy + y^2$	$-(1+x^2)(x^4+x^2+1)$

3. Математичне лото. Розкладіть многочлени на множники.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Картка відповідей.

$4(p-1)(a+3)$	$xa(1+a)(1-a+a^2)$	$ap(x-1)^2$
$(p-a)(p+a+1)$	$a(p-x)(p+x)$	$-px(a+3)^2$

4. Встановіть відповідність.

$(4y+3)^2$	$4y^2 - 28y + 49$
$(2y-7)^2$	$4y^2 - 12x^2y + 9x^4$
$(1-3y)(1+3y)$	$4x^2 - y^2$
$(2x-y)(y+2x)$	$16y^2 + 24y + 9$

$(y^2+2x^3)^2$	$1 - 9y^2$
$(2y - 3x^2)^2$	$1+8x^3$
$(1+2x)(1 - 2x+4x^2)$	$y^4+4x^3y^2+4x^6$
$(2a - 3b^2)^2$	$4y^2+12x^2y+9x^4$
$(3a - b)^2$	x^2+9y^2+6xy
$(3x^2+2y)^2$	$y^4 - 4x^3y^2+4x^6$
$(x+3y)^2$	$4a^2 - 12ab^2+9b^4$
$(2x - y)(y+2x)$	$4y^2+28y+49$
$(y^2 - 2x^3)^2$	$9a^2+b^2 - 6ab$
$(2y+7)^2$	$4x^2 - y^2$

5. Задачі:

1) Скільки млинців з'їв кожний із гостей на масляній, якщо відомо, що млинців було $89^2 - 11^2$, а гостей – $44^2 - 34^2$ і кожний гість з'їв однакову кількість млинців?

2) У господарів було $(4x+5)^2 - 9$ подарунків, де x – будь-яке натуральне число. Доведіть, що їх можна порівну розділити на чотирьох гостей.

3) Вчитель підготував $16^4 - 4^7 + 2 \cdot 2^{10}$ карток із завданнями для учнів. Доведіть, що карток вистачить для 25 учнів.

4) У шкільній їдальні $5^{12} - 2 \cdot 5^{10}$ стільців. Доведіть, що зазначеної кількості стільців вистачить учням 7 класу, у якому навчається 23 учні.

6. Кросворд.

По горизонталі:

1. Французький математик, який увів символ b^n для позначення степеня. (Декарт)

2. Одночлени, які відрізняються числовими коефіцієнтами. (Подібні)

3. Нульовий степінь числа. (Одиниця)

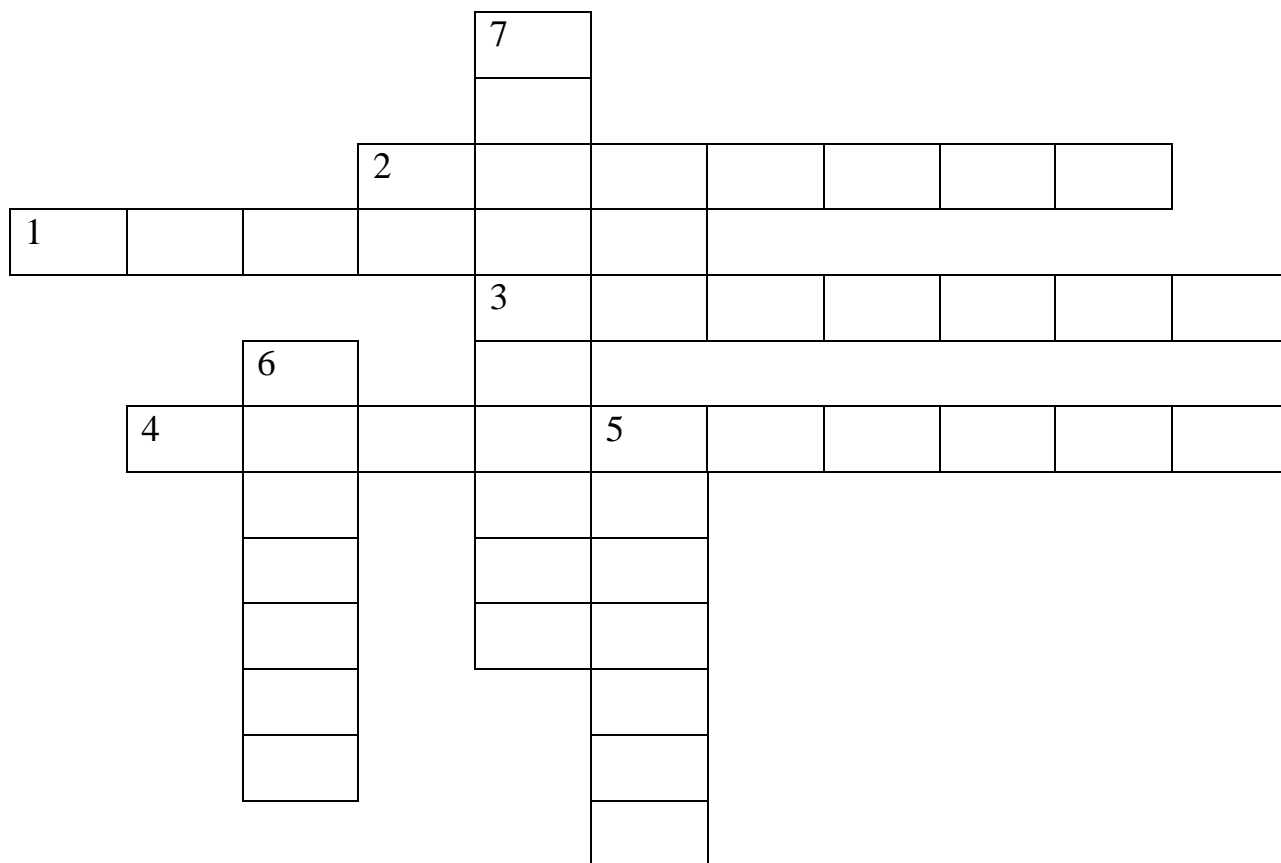
4. Одна з властивостей додавання. (Переставна)

По вертикалі:

5. Як називають вираз x^{10} ? (Степінь)

6. Значення виразу $8+6^0$. (Дев'ять)

7. Перетворення дроби до нескоротного дроби. (Скорочення)



Цікаві задачі на кмітливість

1. Знайти два числа, сума яких 20, а добуток 96.

Розв'язування Діофанта

Він не складав рівнянь: нехай $2x$ є різниця чисел. Тоді більше дорівнює $10+x$, а менше $10-x$. За умовою добуток $(10+x)(10-x)=96$, $\rightarrow 100-x^2=96$, $\rightarrow x^2=4$, отже $x=2$. Шукані числа 12 і 8.

2. Задача про життя Діофанта

Подорожній! Поховано тут Діофанта. І числа розкажуть тобі,	X
---	---

Який довгий шлях він життєвий пройшов	
Шосту частину його життя становило Веселе дитинство.	$\frac{X}{6}$
Минула частина дванадцята – Й пухом покрилося його підборіддя.	$\frac{X}{12}$
Сьому – в бездітному шлюбі прожив Діофант.	$\frac{X}{7}$
Минуло п'ять літ.	5
Ощасливлений він був народженням Первістка – сина, якому судилось лише Половину життя його батька.	$\frac{X}{2}$
І в глибокій журбі Старець закінчив свій шлях на Землі, Де прожив років чотири з часу, Коли сина не стало.	4
Скажи: віку якого досягши, Славетний помер Діофант?	$X = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4.$

Відповідь: 84 роки.

Задача про чотирьох братів.

У чотирьох братів 45 рублів. Якщо кошти першого збільшити на 2 рублі, кошти другого зменшити на 2 рублі, кошти третього збільшити вдвічі, а гроші четвертого зменшити вдвічі, то у всіх буде порівну. Скільки було у кожного?

Розв'язання:

У 4 братів 45 руб.	$x+y+c+v=45$
Гроші першого збільшити на 2 руб.	$X+2$
Гроші другого зменшити на 2 руб.	$Y-2$
Гроші третього збільшити вдвічі	$2c$

Гроші четвертого зменшити вдвічі	$\frac{B}{2}$
То у всіх буде порівну	$X+2=y-2=2c=\frac{B}{2}$

Розділяємо останнє рівняння на три окремих:

$$X+2=y-2; \quad x+2=2c; \quad x+2=\frac{B}{2}, \text{ звідки } y=x+4; \quad c=\frac{x+2}{2}; \quad v=2x+4. \text{ Підставивши ці}$$

значення в перше рівняння, отримаємо:

$$x+x+4+\frac{x+2}{2}+2x+4 = 45, \text{ звідки } x=8. \text{ Потім отримуємо: } y=12, \quad c=5, \quad v=20.$$

Відповідь: 8, 12, 5, 20 .

Задача «Прогулянка»

- Зайди до мене завтра вдень, - сказав старий лікар своєму знайомому.

- Прошу вас. Я вийду о третій годині. Можливо і ви бажаєте прогулятися, тож виходьте в той же час, зустрінемося на півдорозі.

- Ви забуваєте, що я старець, крокую за годину лише 3 км, а ви молода людина, крокуєте при повільному кроці 4 км за годину. Зжальтеся над мною.

- Справедливо. Так як я прохожу на 1 км за годину більше, то щоб зрівняти нас, віддам вам цей кілометр, тобто вийду на чверть години раніше. Достатньо?

- Дуже дякую.

Молодик так і зробив: вийшов з дому о 2.45 і йшов зі швидкістю 4 км за годину. А лікар вийшов о третій і робив по три км за годину. Коли вони зустрілися, старець повернув назад і пішов додому разом з молодиком.

Тільки повернувши до себе додому, зрозумів молодик, що через чверть часу йому довелося загалом пройти не вдвічі, а вчетверо більше, ніж лікар. Як далеко від лікаря до будинку його молодого знайомого?

Розв'язання:

Позначимо відстань між будинками через x , молодик пройшов $2x$, старець $-\frac{x}{2}$; до зустрічі лікар пройшов півшляху $-\frac{x}{4}$, а молодик – решту $\frac{3x}{4}$; свій шлях лікар пройшов за $\frac{x}{12}$ часу, молодик $-\frac{3x}{16}$, до того ж він був на $\frac{1}{4}$ часу

більше, ніж лікар.

Складемо рівняння: $\frac{3x}{16} - \frac{x}{12} = \frac{1}{4}$, звідки $x = 2,4$ км.

Відповідь: від будинку молодика до будинку лікаря 2,4 км.

Миттєве множення

Обчислювачі-віртуози в багатьох випадках полегшують собі обчислювальну роботу, використовуючи нескладні алгебраїчні перетворення.

Наприклад, обчислення 988^2 виконується так:

$$988 \cdot 988 = (988 + 12) \cdot (988 - 12) + 12^2 = 1000 \cdot 976 + 144 = 976\,144.$$

Легко зрозуміти, що в цьому випадку використовують наступні алгебраїчні перетворення:

$$a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a+b)(a-b) + b^2.$$

На практиці ми можемо з успіхом користуватися цією формулою для усних викладок.

Наприклад:

$$27^2 = (27 + 3)(27 - 3) + 3^2 = 729,$$

$$63^2 = 66 \cdot 60 + 3^2 = 3969,$$

$$18^2 = 20 \cdot 16 + 2^2 = 324,$$

$$37^2 = 40 \cdot 34 + 3^2 = 1369.$$

Далі множення $986 \cdot 997$ виконують так:

$$986 \cdot 977 = (986 - 3) \cdot 1000 + 3 \cdot 14 = 983\,042.$$

Що є підґрунтям цього прийому? Представимо множники у вигляді $(1000 - 14) \cdot (1000 - 3)$ і перемножимо ці двочлени за правилами алгебри:

$$1000 \cdot 1000 - 1000 \cdot 14 - 1000 \cdot 3 + 14 \cdot 3.$$

Далі перетворення:

$$\begin{aligned} &1000(1000 - 14) - 1000 \cdot 3 + 14 \cdot 3 = \\ &= 1000 \cdot 986 - 1000 \cdot 3 + 14 \cdot 3 = 1000(986 - 3) + 14 \cdot 3. \end{aligned}$$

Цікавий спосіб перемножування двох трьохзначних чисел, у яких число десятків однакове, а цифри одиниць складає в сумі 10. Наприклад, множення

$$783 \cdot 787$$

виконують так:

$$78 \cdot 79 = 6162; \quad 3 \cdot 7 = 21;$$

результат:

$$616221.$$

Обґрунтування способу зрозуміло з наступного перетворення:

$$\begin{aligned} (780+3)(780+7) &= 780 \cdot 780 + 780 \cdot 3 + 780 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = \\ &= 780 \cdot 780 + 780 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 780(780+10) + 3 \cdot 7 = \\ &= 780 \cdot 790 + 21 = 616200 + 21. \end{aligned}$$

Інший метод для виконання подібного множення простіше:

$$783 \cdot 787 = (785 - 2)(785 + 2) = 785^2 - 4 = 616225 - 4 = 616221.$$

В цьому прикладі нам довелося піднести до квадрата число 785.

Для швидкого піднесення до квадрата чисел, які закінчуються числом 5, дуже зручний наступний спосіб:

$$35^2; \quad 3 \cdot 4 = 12. \quad \text{Відповідь: } 1225.$$

$$65^2; \quad 6 \cdot 7 = 42. \quad \text{Відповідь: } 4225.$$

$$75^2; \quad 7 \cdot 8 = 56. \quad \text{Відповідь: } 5625.$$

Правило полягає у тому, що множать число десятків на число, яке на одиницю більше, і до добутку дописують 25.

Прийом заснований на тому, що якщо число десятків a , то все число можна подати так:

$$10a + 5.$$

Квадрат цього числа як квадрат двочлена дорівнює

$$100a^2 + 100a + 25 = 100a(a+1) + 25.$$

Вираз $a(a+1)$ є піднесення числа десятків на наступне число. Помножити число на 100 і додати 25 – теж саме, що приписати до числа 25.

З цього ж прикладу витікає простий спосіб підносити до квадрата числа, які складаються з цілого числа і $\frac{1}{2}$. Наприклад:

$$\left(3\frac{1}{2}\right)^2 = 3,5^2 = 12,25 = 12\frac{1}{4}. \quad [28]$$

Варіанти контрольних робіт для факультативних занять

Самостійна робота

Множення одночлена на многочлен

I. Визначте, правильною чи хибною є рівність. Правильну рівність позначте «+», неправильну – «-».

Рівність	позначка
1. $(2x - x^4) \cdot 4x^5 = 8x^6 - 4x^9$	
2. $(-4a^2 - 3a^2) \cdot 4a = 16a^3 - 12a^4$	
3. $-0,3(8x^5 - 10x^4) = -2,4x^6 + 3x^5$	
4. $x^2(x^3 - x^2 + x) = x^6 - x^4 + x^2$	
5. $(0,2c^3 + 4c^2 - 2,1c) \cdot 0,3c^2 = 0,06c^5 + 1,2c^4 - 0,63c^3$	
6. $x^7(-2x^3 + 3x^2 - 7x - 5) = -2x^{10} + 3x^9 - 7x^8 - 5x^7$	

II. Установіть відповідність між рівняннями (1-4) та їхніми коренями (А-Д).

1. $x/5 + x/15 = 2/3$	А -78
2. $(x+2)/4 - x/3 = 7$	Б 17
3. $(2x-1)/3 = (x+5)/2$	В 2,5
4. $(x-7)/2 - (x+1)/3 = -3$	Г -5
	Д 5

Відповідь: 1 _____; 2 _____; 3 _____; 4 _____.

Самостійна робота
«Множення многочленів»

Варіант 1.

I. Виконайте множення:

1) $(x-2)(a+1)=$

2) $(x-3)(x+2)=$

3) $(3a^2+2)(3a^3-1)=$

4) $(3x^2+2)(2x^2-1)=$

II. Спростіть вираз

1. $6x(x-2y)-(7x-2y)(x-y)$

2. $(x+5)(x-2)-(1-x)(3-x)$, якщо $x = -2$.

3. $(x-4)(x-2)-(x-3)(x+2)$, якщо $x = -1$.

Варіант 2

I. Виконайте множення:

1) $(y+2)(x-1)=$

2) $(x+4)(x-1)=$

3) $(4x^3-2)(2x^2+1)=$

4) $(2y^2-3)(3y^3-1)=$

II. Спростити вираз

1. $(9x-2)(x-2)-4x(x+2)$

2. $(x+6)(x-3)-(2-x)(5-x)$, якщо $x = -1$.

3. $(x-5)(x+3)+(1-x)(x+4)$, якщо $x = -2$.

Тематичне тестування
«Формули скороченого множення»

Варіант 1.

1. Подайте вираз $(x+3)^2$ у вигляді многочлена.
 А. x^2+6 . Б. x^2+6x+9 . В. x^2+9 . Г. $x^2+18x+6$.
 А. $4a^2+25$. Б. $4a^2-10a+25$. В. $4a^2+10a+10$. Г. $4a^2-20a+25$.
3. Подайте вираз $(a+5)(a-5)$ у вигляді многочлена.
 А. a^2-5 . Б. a^2-25 . В. a^2+25 . Г. $a^2-10a+25$.
4. Подайте вираз $(2a-7)(2a+7)$ у вигляді многочлена.
 А. $4a^2-49$. Б. $4a^2-8a+49$. В. $2a^2+49$. Г. $4a^2-7$.
5. Розкладіть вираз $25x^2-16$ на множники:
 А. $(5x-4)(5x-4)$ Б. $(5x^2-8)(5x-5)$ В. $(5x-4)(5x+4)$ Г. $(25x^2-1)(x+5)$
6. Подайте вираз $(a^3-b^4)(a^3+b^4)$ у вигляді многочлена.
 А. $a^{12}-b^5$. Б. a^6-b^8 . В. $a^{12}-b^8$. Г. a^5-b^6
7. Розв'яжіть рівняння $x^2-49=0$.
 А. 7; -7. Б. 49. В. -49, 49. Г. 25, -25.
8. Розкладіть вираз $(2a-3b)^2-(3a+2b)^2$ на многочлени.
 А. $(a-5b)(a+5b)$ Б. $(5a-b)(-a-5b)$ В. $(5ab-6)(5ab+6)$ Г. $(2a-3b)(3a-2b)$.
9. Спростіть вираз $(5a-10)^2-(3a-8)^2$ і знайдіть його значення при $a=6$.
 А. 295. Б. 310. В. 300. Г. 316.
10. Розкладіть вираз x^2-5x+4 на множники.
 А. $(x-1)(x-3)$. Б. $(x-2)(x-4)$. В. $(x-1)(x-4)$. Г. $(12x-1)(x-2)$.
11. Розв'яжіть рівняння $4(3y+1)^2-27=(4y+9)(4y-9)+2(5y+2)(2y-7)$.
 А. 8. Б. -1. В. -12. Г. 5.
12. Відомо, що $x+y=-7$, $xy=6$. Знайдіть значення виразу x^2y+xy^2 .
 А. -2. Б. -42. В. -15. Г. 0.

Варіант 2.

1. Подайте вираз $(4-y)^2$ у вигляді многочлена.
 А. $16-8y+y^2$. Б. $16+y^2$. В. $8y+y^2+8$. Г. $-y^2+8y+8$.
2. Подайте вираз $(7a+6b)^2$ у вигляді многочлена.

А. $14a^2+12b^2+84ab$. Б. $49a^2+36b^2$. В. $49a^2+84ab+36b^2$. Г. $49a^2-84ab+36b^2$.

3. Полайте вираз $(x^3-x^2)^2$ у вигляді многочлена.

А. x^6+x^4 . Б. $x^6-2x^5+x^4$. В. $x^5-2x^5+x^4$. Г. $x^6-x^5+x^3$.

4. Подайте вираз $(4+x)(4-x)$ у вигляді многочлена.

А. $16-x^3$. Б. $8-x^6$. В. $16-x^2$. Г. $16+x^2$.

5. Розкладіть вираз $36y^2-49$ на множники

А. $36y-49$. Б. $(6y-7)(6y+7)$. В. $(6y+7)(7-6y)$. Г. $(y+5)(6y-5)$

6. Подайте вираз $(a^5-b^3)(a^5+b^3)$ у вигляді многочлена

А. $a^{10}-b^6$. Б. $a^{10}-3ab+b^6$. В. $a^{10}+b^6$. Г. $a^{10}+2a^5b^3-b^6$

7. Розв'яжіть рівняння $y^2-36=0$.

А. 6; -6, Б. 6. В. 36; -36. Г. 0; 36.

8. Спростіть вираз $(2x-3y)^2+(4x+2y)^2$

А. $16x^2+18y^2+8xy$. Б. $20x^2+13y^2+4xy$. В. $15x^2+18y^2$. Г. $4x^2+15y^2+36xy$.

9. Спростіть вираз $(a-2b)^2-(2a+b)^2$ і знайдіть його значення при $a=-2,5$, $b=1,5$.

А. 25. Б. 73. В. 18. Г. 13.

10. Розкладіть вираз x^2+5x+6 на множники

А. $(x+2)(x+3)$. Б. $(x-2)(x-4)$. В. $(x^2-3)(x-3)$. Г. $(x+2)^2(x+3)$.

11. Розв'яжіть рівняння $(2y-3)(3y+1)+2(y-5)(y+5)=2(1+2y)^2+6y$.

А. 2. Б. -3,2. В. -55/21. Г. -7/11.

12. Відомо, що $x+y=-7$ і $xy=6$. Знайдіть значення виразу x^2+y^2 .

А. 41. Б. 39. В. 37. Г. 34.

Контрольна робота

Многочлени. Додавання і віднімання многочленів. Множення одночлена на многочлен.

Варіант 1.

1. Спростіть вирази:

1) $2y(2x - 3y) - 3y(5y - 3x)$;

2) $(2x+3y - 5a) - (6x - 8y - 3a) + (5x - 6y - 9a)$;

3) $7(x - 7) - 3(x - 3)$;

4) $6x^2y^3 - x^2(6x^2y+x - 1)$.

2. Запишіть суму і різницю многочленів у стандартному вигляді:

1) $3x^5 - 3x^3 + x - 8$ та $-3x^5 + 3x^3 - x + 8$.

3. Виконайте множення:

1) $-3c(c^3 + c - 4)$;

2) $-x(a - b + 1)$;

3) $v^5(v^6 - 5v^3 + v - 3)$;

4) $12y^3(y^{15} + y^{20})$.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $9x - 6(x - 1) = 5(x + 2)$.

2) $8(5x - 1) = 0$.

5. Обчисліть значення виразу:

$12 \cdot (2 - 3x) + 35x - 9(x + 1)$, якщо $x = 2$.

6. Довжини сторін трикутника виражаються трьома послідовними числами. Знайдіть їх, якщо периметр трикутника дорівнює 114 см.

Варіант 2

1. Спростіть вирази:

1) $4x(x - 1) - 2(2x^2 - 1)$;

2) $-a^2(3a - 5) + 4a(a^2 - a)$;

3) $(3a^2)^2 - a^3(1 - 5a)$;

4) $-4x^2(y^2 - x^2) + 3y^2(x^2 - y^2)$.

2. Запишіть суму і різницю многочленів у стандартному вигляді:

$$x^3-3x+15 \text{ та } x^3+3x-15.$$

3. Виконайте множення:

1) $3x(x^4+x^2-1)$;

2) $-5a(a^2-3a-4)$;

3) $x^2(x^5-x^3+2x-1)$;

4) $(n^{10}-n^4) \cdot 8n^{15}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $51-10(3-4x)=7(5x+3)$.

2) $6(8x+5)=0$.

5. Обчисліть значення виразу:

$12 \cdot (2-3n) + 35n - 9(n+1)$, якщо $n=2$.

6. Довжини сторін чотирикутника виражаються чотирма послідовними натуральними числами. Знайдіть їх, якщо периметр чотирикутника дорівнює 26 см.