

УДК 378

КУРС: «ПРАКТИКУМ З РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ» ДЛЯ МАГІСТРІВ – МАЙБУТНІХ ВИКЛАДАЧІВ МАТЕМАТИКИ

Заїка О.В.

Глухівський національний педагогічний університет
імені Олександра Довженка

У статті розкрито можливість формування професійного викладача математика засобами курсу «Практикум з розв'язування задач з вищої математики». Розкрито предмет, мету та завдання даного курсу, методiku організації та проведення занять. Наведені приклади задач, які доцільно розглядати в даному курсі.
Ключові слова: конкретно-наукові знання, практикум з розв'язування задач, математичний наліз, алгебра і теорія чисел, вища геометрія.

Постановка проблеми. Здатність людини розуміти, «відчувати» математику та успішно здійснювати математичну діяльність вчені пов'язують з наявністю в неї розвинуеного математичного мислення і володінням математичними здібностями, математичною компетентністю. Математичне мислення – це абстрактне, теоретичне мислення, об'єкти якого позбавлені будь-якої дійсності і можуть інтерпретуватися довільним чином аби при цьому зберігалися задані між ними відношення. До поняття «мислення» в психології є різні підходи. Наприклад, під мисленням розуміють узагальнене та опосередковане відображення предметів та явищ дійсності. Мислення – це процес безперервної взаємодії людини з об'єктом пізнання, що включає аналіз і синтез, абстрагування та узагальнення. Ми будемо розуміти під «мисленням» психологічний процес пізнання, пов'язаний із відкриттям суб'єктивно нового знання, з розв'язуванням задач, з творчим перетворенням дійсності [3].

Під математичною компетентністю будемо розуміти системну властивість особистості, що виявляється в наявності глибоких і міцних знань із предмету, в умінні застосовувати отримані знання в новій ситуації, здатності досягати значних якісних результатів і підвищувати ефективність здійснюваної діяльності [4, с. 8].

Математична здібність – здібність розуміти сутність математичних систем, символів, методів і доведень, а також здібність заучувати, утримувати їх у пам'яті, репродукувати, комбінувати з іншими системами, символами, методами, застосовувати при розв'язуванні математичних задач [6].

Аналіз останніх публікацій. Отже, цими поняттями, зокрема, визначається професіоналізм викладача математики. Питанню професійної підготовки вчителя математики присвячено багато праць науковців та методистів, зокрема, проблемою фахової підготовки майбутніх вчителів математики займаються В.Г. Бевз, М.І. Жалдак, Н.В. Кутай, Г.О. Михалін, М.В. Працьовитий, О.В. Семеніхіна, В.О. Швець та ін. Однак, питання професійної підготовки завжди залишаються актуальними.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Базовою характеристикою будь-якого фахівця є професійна компетентність. Професійні знання, вміння та якості особистості, якими повинен володіти магістр математики, задано переліком кваліфікаційних вимог. Серед них є: всебічне і глибоке знання вищої математики (математичного аналізу, вищої геометрії,

алгебри і теорії чисел); досконале володіння методикою викладання математики у різних типах навчальних закладів; наявність високого рівня математичної й інформаційної культури. Окремі аспекти цього можна реалізувати під час навчання студентів-магістрантів спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) курсу «Практикум з розв'язування задач з вищої математики».

Мета статті – розкрити особливості організації навчального процесу курсу «Практикум з розв'язування задач з вищої математики».

Виклад основного матеріалу. Невід'ємним компонентом професійної компетентності викладача математики є методологічна компетентність. У структурі методологічної компетентності майбутнього вчителя математики можна виділити: методологічні знання, методологічні вміння та навички. Методологічні знання складаються з декількох структурних рівнів. На сьогодні найпоширенішою є структурна модель методологічних знань, в якій виокремлено чотири рівні: філософський; загальнонауковий; конкретно науковий; рівень процедур і технік дослідження [5].

До методологічних знань конкретно наукового рівня відносять знання про: предмет навчальної дисципліни; конкретнаукові методи навчальної дисципліни; фундаментальні поняття; фундаментальні відношення між поняттями; фундаментальні теоретичні факти (означення, аксіоми, теореми); зв'язок з іншими навчальними дисциплінами; межі застосовності знань; історію розвитку.

Під час підготовки майбутнього спеціаліста, викладачам ВНЗ необхідно забезпечити його всіма основними знаннями загальнонаукового рівня. Готуючи майбутніх вчителів математики, навчаючи магістрів, є можливість узагальнити їх знання з основних математичних дисциплін, таких як математичний аналіз, вища алгебра та вища геометрія, завдяки вивченню курсу «Практикум з розв'язування задач з вищої математики». Цей курс розрахований на 240 годин (8 кредитів ECTS), і складається лише з практичних занять.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є методи розв'язування задач з вищої математики (алгоритмічних та прикладних).

Мета викладання дисципліни: узагальнити та систематизувати знання основних і найбільш важливих в ідейно-теоретичному і практичному відношенні питань з курсів математичного аналізу, диференціальних рівнянь, комплексного аналізу, лінійної алгебри, алгебри і теорії чисел, аналітичної, диференціальної, проективної гео-

метрії та основ геометрії; розвинути вміння використовувати набуті знання для розв'язування задач, що пов'язують теоретичні відомості з декількох математичних дисциплін.

Основними завданнями вивчення дисципліни є: узагальнення та систематизація знань у студентів основних фактів теорій математичних курсів; розвинення у студентів здатності оперативно використовувати для розв'язування задач відомі з фундаментальних курсів алгоритми і синтетичним шляхом створювати нові; формування вмінь добре оформлювати розв'язання задачі, аргументувати логічні кроки і використовувати відповідну символіку; формування вміння розв'язувати задачі, що пов'язані одразу з декількома математичними дисциплінами; розвинення вміння розв'язувати прикладні задачі (умови яких містять нематематичні поняття) шляхом створення і дослідження математичних моделей реальних об'єктів, процесів та явищ.

По закінченню вивчення курсу студенти повинні:

знати: теоретико-множинну і логічну символіку; основні поняття алгебри і теорії чисел (алгебраїчна операція, група, кільце, поле, векторний простір, лінійна залежність і лінійна незалежність, базис і розмірність простору, лінійні оператори, матриці і визначники, прості числа, подільність, конгруенції, многочлени та інше); групову та структурну точки зору на геометрію, основні факти евклідової та неевклідових геометрій (означення, властивості та дії над векторами; координатний метод, його застосування; означення та властивості геометричних образів першого та другого порядків; основні поняття геометричних перетворень, їх властивості та застосування; основні поняття проєктивного простору, різні системи аксіом та вимоги до них тощо); основні поняття математичного аналізу (функція, послідовність, ряд, границя, неперервність, похідна, інтеграл, міра, метричний простір та основні елементарні функції дійсної та комплексної змінної, диференціальні рівняння тощо); знати застосування диференціального та інтегрального числення, а також диференціальних рівнянь до розв'язування практичних задач.

вміти: оперативно використовувати для розв'язування задач відомі з фундаментальних курсів алгоритми і синтетичним шляхом створювати нові; добре оформлювати розв'язання задачі, аргументувати логічні кроки і використовувати відповідну символіку; розв'язувати задачі, що пов'язані одразу з декількома математичними дисциплінами; розв'язувати прикладні задачі.

Особливість вивчення даного курсу полягає в тому, що теоретичну базу студенти отримали під час навчання на молодших курсах, тому успіх навчання залежить від наявності у студента-магістранта методологічних знань конкретно наукового рівня із зазначених дисциплін. Якщо викладачі, які працювали з ними раніше, не виділяли цих знань зі своїх дисциплін, то це може нести негативний вплив на засвоєння даного курсу. Як вихід із ситуації є організація роботи наступним чином.

Оскільки в даному курсі не передбачено лекційних занять, то при виділенні змістовних модулів перший доречно присвятити розв'язуванню завдань для перевірки рівня математичної культури (задачі з алгебри та теорії чисел, з вищої геометрії, з математичного аналізу), які носять переважно теоретичний характер, та спираються на знання студентами фундаментальних понять та тверджень зазначених курсів.

Тому для відтворення необхідних знань можна поступити наступним чином. Студентів поділяємо на міні-групи, кожна з яких має виділити в певній навчальній дисципліні: фундаментальні поняття та твердження, створити опорні конспекти, що пов'язують їх. Людині легше запам'ятати теоретичний матеріал, якщо він має вигляд опорного конспекту (при цьому виконується така закономірність [1]: сприйняття матеріалу полегшується, якщо він розташований в певній, строго продуманій системі, що вимагає мінімальних зусиль з боку органів чуття; сприйняття об'єктів, розташованих хаотично, здійснюється неохоче і вимагає значних вольових зусиль). Так, наприклад, з курсу проєктивної геометрії для фундаментального поняття поляра, можна скласти наступну схему (рис. 1).

Ця робота буде, зокрема, підготовкою майбутнього викладача математики до своєї професійної діяльності. Оволодіння знаннями, вміннями та навичками з точки зору психології безпосередньо пов'язані з наступними сторонами пізнавальної діяльності: з пізнавальними інтересами, мотивами навчання, відношенням до навчання тощо. В розумовій діяльності студента при розв'язуванні задачі можна відокремити дві взаємопов'язані сторони. По-перше, відбувається пригадування тих знань, які є необхідними для розв'язання поставленої задачі: поняття, теореми тощо; а також відтворення прийомів розумової діяльності, що були раніше засвоєні. По-друге, виконуються певні дії на заданому матеріалі, які тісно пов'язані з відтворенням знань: відбувається сприйняття заданого матеріалу, абстрагування суттєвих ознак в даних предметах, їх узагальнення тощо [2].

Сам курс складається із трьох змістових модулів.



Рис. 1. Поляра та її властивості

Джерело: розроблено автором

Перший модуль пов'язаний із розв'язуванням задач, що носять в основному теоретичний характер, та вимагають глибоких знань як раз такі основних фундаментальних понять.

Наприклад. З'ясувати, чи є лінійна комбінація розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь розв'язком цієї системи.

Чи правильне твердження: якщо функція обмежена, то вона набуває в деяких точках області визначення найбільшого та найменшого значень?

Яким рухом буде композиція осьової симетрії та паралельного перенесення на вектор, який не паралельний осі симетрії?

Чи належить теорія вимірювання довжин відрізків геометрії Лобачевського? Евклідовій геометрії? Абсолютній геометрії?

А також фундаментальних тверджень. Наприклад.

1. Знайти всі підгрупи циклічної групи $G = \langle a \rangle$, якщо $|a| = 10$. (необхідно пригадати, що таке циклічна група та як знайти її підгрупу, а також, що означає символ $|a| = 10$ (порядок) і як його шукати).

2. Знайти геометричне місце стаціонарних точок для інтегральних кривих диференціального рівняння $y'' = x - 4y^2 + 6$. (необхідно пригадати, що таке геометричне місце точок, стаціонарні точки та їх знаходження).

3. У якої алгебраїчної кривої другого порядку ексцентриситет дорівнює $\sqrt{2}$? (пригадати, що таке ексцентриситет, у якої кривої другого порядку він більше одиниці, як його обчислюють).

У другому модулі пропонується розв'язувати задачі, які: пов'язують декілька тем однієї дисципліни; різні дисципліни.

Наприклад.

1) З точки P , що лежить ззовні кривої другого порядку, побудувати дотичні до неї, якщо крива задається трьома точками, дві з яких лежать з точкою P на одній прямій, а третя точка – є точкою дотику, та однією дотичною в заданій точці (необхідно пригадати, що дотичні з точки P проходять через точки перетину полярів з кривою другого порядку. Для побудови полярів, у нас є точка дотику, а другу точку, шукаємо як четверту гармонічну точку до точки P . Провівши поляр, використовуючи теорему Паскаля для тривершинника, у якого задані дві дотичні, шукаємо точку, що належить до кривої та побудованої полярів. Через знайдену точку проводимо

дотичну з точки P . Отже, задача містить теми: повний чотиривершинник, теореми Паскаля, поняття полярів).

2) Знайти відстань від точки $(x_1, f(x_1))$, де x_1 – точка екстремуму функції $f(x) = x^2 + x^{-2}$, до прямої $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, якщо $a = \text{НСД}(159, 234)$, b – остача від ділення числа 2^{112} на 7. (задача містить поняття аналітичної геометрії, математичного аналізу та алгебри і теорії чисел).

І третій модуль присвячений розв'язуванню прикладних задач, для розв'язування яких необхідно скористатися поняттями та твердженнями різних математичних дисциплін.

Наприклад. Земля рухається по траєкторії, що є деяким геометричним місцем точок, яке володіє такою властивістю, що сума відстаней від будь-якої його точки до двох фіксованих точок є величиною стала. Відомо, що Сонце знаходиться в одній з цих фіксованих точок. Найменша відстань від Землі до Сонця наближено дорівнює 147,5 млн. кілометрів, а найбільша – 152,5 млн. кілометрів. Записати рівняння траєкторії руху Землі, знайти велику піввісь та ексцентриситет (аналітична геометрія).

З мідного круга радіусом R вирізають сектор з центральним кутом α і з нього скручують конічну лійку. При якому значенні кута α об'єм лійки буде найбільшим? (математичний аналіз та геометрія).

Школяр витратив деяку суму грошей на покупку олівця, авторучки і книги. Якщо б книга коштувала в 5 разів дешевше, авторучка – в 2 рази дешевше, а олівець – в 2,5 рази дешевше, ніж насправді, то та ж покупка коштувала б 8 грн. Якщо б книга коштувала в 2 рази дешевше, авторучка – в 4 рази дешевше, а олівець – у 3 рази дешевше, то за ту ж покупку школяр заплатив би 12 грн. Скільки коштує вся покупка і що дорожче: олівець чи авторучка? (алгебра).

Висновки. Даний курс при правильній організації навчального процесу сприяє: формуванню професійної компетентності майбутнього викладача математики; узагальненню та систематизації знань студентів з фундаментальних математичних дисциплін (математичного аналізу, вищої алгебри та геометрії); розвитку вмінь розв'язувати алгоритмічні, евристичні, прикладні задачі зазначених дисциплін.

Список літератури:

- Груденов Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике / Груденов Я. И. – М.: Педагогика, 1987. – 158 с.
- Ительсон Л. Б. Лекции по общей психологии / Ительсон Л. Б. – М.: АСТ, Харвест, 2002. – 896 с.
- Заїка О. В. Методична система навчання проєктивної геометрії в педагогічних університетах: дис. ... кан.пед. наук: 13.00.02 / Заїка Оксана Володимирівна; НПУ імені М. П. Драгоманова. – К., 2013. – 257 с.
- Зіненко І. М. Методика навчання алгебри та початків аналізу учнів гуманітарного ліцею на засадах компетентнісного підходу: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / І. М. Зіненко; Херсон. держ. ун-т. – Херсон, 2011. – 20 с.
- Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики / Н. В. Кугай. // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – 2014. – № 26 (329). – С. 56–61.
- Семенец С. Зміст і структура математичних здібностей учнів / С. Семенец, Л. Семенец [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://eprints.zu.edu.ua/20690/1/semenets_zmist_i_struktura_mat_zdibnostej.pdf

Заика О.В.

Глуховский национальный педагогический университет
имени Александра Довженко

**КУРС: «ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ»
ДЛЯ МАГИСТРОВ – БУДУЩИХ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Аннотация

В статье раскрыта возможность формирования профессионального преподавателя математики во время обучения курса «Практикум по решению задач по высшей математике». Раскрыто предмет, цели и задачи данного курса, методику организации и проведения занятий. Приведены примеры задач, которые целесообразно рассматривать в данном курсе.

Ключевые слова: конкретно-научные знания, практикум по решению задач, математический анализ, алгебра и теория чисел, высшая геометрия.

Zaika O.V.

Glukhov O. Dovzhenko National Pedagogical University

**COURSE: «PRACTICAL WORK ON SOLVING THE PROBLEM
IN HIGHER MATHEMATICS» FOR MAGISTERS –
FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS**

Summary

The article deals with the possibility of formation of a professional mathematics teacher during the training course «Practical work on solving problems in higher mathematics.» The disclosed subject matter, purpose and objectives of this course, methods of organization and carrying out of employment. Examples of tasks that are appropriate to consider in this course.

Keywords: specific scientific knowledge, a practical solution of problems mathematics, mathematical analysis, algebra and number theory, higher geometry.