

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Заїка О.В. Різні види геометрії та особливості їх навчання // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 3(13). – С. 62-66.

Zaika O. Different Types Of Geometry And Features Of Its Study // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 3(13). – P. 62-66.

УДК 378

О.В. Заїка

*Глухівський національний педагогічний університет
імені Олександра Довженка, Україна
ksuwazaika@gmail.com*

РІЗНІ ВИДИ ГЕОМЕТРІЇ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЇХ НАВЧАННЯ

Анотація. У статті автор розглядає різні види вищої геометрії, які вивчають студенти - майбутні вчителі математики: аналітичну, диференціальну, проєктивну геометрії та основи геометрії. Проаналізовано предмет вивчення та основний метод кожної із навчальних дисциплін. Розглянуто особливості організації вивчення теоретичного матеріалу, з метою формування методологічних знань студентів з курсу вищої геометрії. Запропоновано створювати: таблиці, що містять теми курсу та зв'язок між ними; опорні конспекти кожної теми з виділенням фундаментальних понять та тверджень, під час створення яких необхідно стимулювати студентів до використання математичних символів. Такі таблиці та опорні конспекти сприяють узагальненню та систематизації теоретичного матеріалу курсів, відображають зв'язок між темами курсу та між різними навчальними дисциплінами. Проаналізовано основні типи математичних задач з кожної геометрії, з'ясовано, що переважна більшість задач з аналітичної та диференціальної геометрії є задачі на складання рівнянь, та отримання за їх дослідженням властивостей досліджуваних геометричних об'єктів; у курсі проєктивної геометрії переважають задачі на побудову; в основах геометрії – задачі на доведення. Запропоновано використання під час навчання вищої геометрії задач, які містять зовнішньо та внутрішньо дисциплінарні зв'язки.

Ключові слова: аналітична геометрія, проєктивна геометрія, диференціальна геометрія, основи геометрії, методика навчання вищої геометрії.

Постановка проблеми. Методологічна компетентність виступає основним критерієм визначення відповідності того, хто навчається, вимогам того рівня освіти, який від нього вимагається. Методологічна компетентність майбутнього вчителя математики – це властивість особистості, що виявляється в готовності і здатності майбутнього вчителя математики використовувати методологічні знання, вміння і навички для отримання нового знання, для творчого осмислення власного досвіду [6]. Методологічні знання – сукупність інтелектуальних інструментальних засобів, що забезпечують сприйняття нової інформації, осмислення, розуміння. Їх необхідно розвивати у студентів під час навчання всіх математичних дисциплін, зокрема й вищої геометрії.

У педагогічному вищому навчальному закладі за галузевим стандартом 2010 року студенти вивчають різні види геометрії: аналітичну, диференціальну і топологію, проєктивну і методи зображень, основи геометрії (де ознайомлюються не тільки з евклідовою геометрією, а й геометрією М.Лобачевського, Б.Рімана, сферичною геометрією). Кожна із геометрій має свій предмет вивчення та основний метод, але в методиці навчання цих дисциплін є як відмінне так і спільне.

Аналіз актуальних досліджень. Проблеми методиці навчання вищої геометрії присвячені роботи багатьох науковців, які або досліджують особливості певної дисципліни, або певної навчальної теми. Так питанням вивчення аналітичної геометрії присвячені роботи Махомети Т. (зокрема проблемі вивчення ліній та кривих другого порядку [7]), Григор'єва В. [1] (використанню комп'ютерних технологій) та інших. Вивченню проєктивної геометрії присвячене наше дисертаційне дослідження [2], над проблемою вивчення даного

курсу працюють Шаповалова Н., Панченко Л., Чемерис О. та ін. Особливостям вивчення топології присвячена стаття Шаповалової Н. і Панченко Л. [9], де розкрито особливості курсу та можливості організації навчального процесу. Проблема вивчення курсу «Основи геометрії» присвячена наша стаття [3]. У своєму дисертаційному дослідженні Тягай І. [8] розкриває можливості використання інтерактивних методів навчання під час вивчення різних математичних дисциплін, зокрема і з вищої геометрії.

Мета статті – з'ясувати можливості формування елементів методологічних знань (зокрема конкретно наукового рівня) майбутніх вчителів математики під час навчання різних видів геометрії.

Виклад основного матеріалу. До методологічних знань конкретно наукового рівня відносять знання про: предмет навчальної дисципліни; конкретна наукові методи навчальної дисципліни; фундаментальні поняття; фундаментальні відношення між поняттями; фундаментальні теоретичні факти (означення, аксіоми, теореми); зв'язок з іншими навчальними дисциплінами; межі застосовності знань; історію розвитку [4]. Проаналізуємо, що є предметом вивчення кожного із виду геометрій. Як зазначається у монографії Кугай Н.В. [4] предметом вивчення є:

- аналітична геометрія – геометричні об'єкти (лінії першого і другого порядку, а також елементи векторної алгебри);
- диференціальна геометрія – геометричні об'єкти (переважно криві та поверхні, їх сімейства будь-якого порядку);
- топологія – властивості геометричних фігур та їх взаємного розташування, що зберігаються під час гомеоморфізму (топологія досліджує властивості топологічних просторів як в малому (локальні), так і в цілому (глобальні));
- проєктивна геометрія – проєктивні властивості фігур, тобто ті властивості, які пов'язані з взаємною належністю точок і прямих (саме ці властивості є інваріантними відносно всіх центральних проєктувань);
- основи геометрії – аксіоматичний (дедуктивний) метод обґрунтування наукових геометричних систем (зокрема, різні аксіоматичні обґрунтування евклідової геометрії (параболічної геометрії), неевклідових геометрій М. Лобачевського (гіперболічна геометрія), Б. Рімана (еліптична геометрія)).

Основним методом є:

- аналітична геометрія – метод координат та векторний метод (які сприяють застосуванню методів алгебри до дослідження геометричних об'єктів);
- диференціальна геометрія і топологія – методи математичного аналізу (граничний перехід, методи диференціального та інтегрального числення);
- проєктивна геометрія – метод центрального проєктування (його можна розглядати як композицію проєктування і перерізу);
- основи геометрії – аксіоматичний метод (причому цей метод у своєму історичному розвитку виступає і предметом вивчення).

Можна зробити висновок, що аналітична і диференціальна геометрія мають спільний предмет вивчення: вони досліджують криві та поверхні, причому диференціальна геометрія розширює знання студентів про ці геометричні об'єкти. Топологія і проєктивна геометрія вивчають властивості фігур, що зберігаються під час виконання певного відображення. В той самий час проєктивна геометрія розширює кругозір студентів, виводячи їх із евклідової геометрії, а отже є фундаментом для вивчення неевклідових геометрій: сферичної, М. Лобачевського, Б. Рімана, які розглядаються в «Основах геометрії». Тому «Основи геометрії» можна вважати узагальнюючою дисципліною, в якій розкривається аксіоматична побудова різних видів геометрії.

Розглянемо спільне у методиці проведення лекційних занять із зазначених дисциплін. Зазначені нижче складові цієї методики спрямовані на формування методологічних знань майбутніх вчителів математики.

Так під час першої лекції викладач має назвати предмет дослідження навчальної дисципліни, її методи, зв'язки з іншими дисциплінами (які необхідні для її вивчення), оглядово повідомити студентам про фундаментальні поняття, що лежать в основі навчальної дисципліни. Запропонувати студентам розглянути питання про історію розвитку відповідного виду геометрії, її основних понять та методів, зв'язок з іншими галузями науки, виробництва, техніки у вигляді проєктів або доповідей.

Доцільно продемонструвати таблицю, що містить теми курсу та зв'язок між ними. По кожному із розділів, що складається з декількох тем, складаємо матрицю суміжності – це квадратна матриця, кількість рядків якої дорівнює кількості тем у розділі. Заповнюємо матрицю по горизонталі. Якщо тема з номером, вказаним в діагональній клітинці, пов'язана з іншою темою, то заповнюється клітинка на перетині з відповідним стовпчиком, де вказується степінь зв'язку між темами (1 – для вивчення даної теми необхідно мати загальне уявлення про іншу тему; 2 – під час вивчення теми часто використовуються посилання на поняття іншої теми; 3 – у процесі вивчення найбільш складних понять даної теми необхідними є чіткі знання основних понять та тверджень з іншої теми). Якщо теми даного розділу пов'язані з темами із іншого розділу, то до матриці додається ще один стовпчик, де вказується розділ, тема та степінь зв'язку [2].

На початку лекційного заняття необхідно наголошувати на меті лекції та вказувати, з якими темами вона тісно пов'язана. Підводити підсумки лекційного заняття доцільно таким чином. Студентам ставиться завдання назвати фундаментальні поняття теми: такі, що вперше з'явилися у ній й такі, що були вивчені раніше; аналогічно – фундаментальні твердження. Доречним буде демонстрація опорного конспекту розглянутої теми у вигляді таблиці, блок-схеми тощо. Після закінчення вивчення теми студентам необхідно запропонувати скласти наступну таблицю 1 [5]. Під час складання такої таблиці необхідно стимулювати студентів до використання математичних символів, щоб таблиця була лаконічною.

Таблиця 1

Опорний конспект теми	
Тема	
Мета:	
Відомі поняття та твердження: Поняття: Твердження:	Зв'язок з іншими темами
Нові фундаментальні поняття, твердження, відношення	Застосування нових знань
Опорний конспект у вигляді блок-схеми	

Як приклад, розглянемо тему «Форми першого ступеня» курсу «Проективна геометрія та методи зображень» (таблиця 2).

Таблиця 2

Опорний конспект теми	
Тема: Форми першого ступеня	
Відомі поняття та твердження: прямолінійний ряд точок і пучок прямих, складне відношення чотирьох точок, взаємно-однозначна відповідність.	Зв'язок з іншими темами: для вивчення теми необхідні знання із теми: «Повний чотиривершинник». Є фундаментальною для вивчення тем: «Проективні форми першого ступеня із спільним носієм», «Проективна теорія конічних перерізів», «Проективна геометрія форм другого ступеня».
Нові фундаментальні поняття, твердження, відношення: поняття: перспективно відповідні елементи першого ступеня, проективна відповідність. твердження: про перспективність двох форм першого ступеня; умови, що визначають проективну відповідність форм першого ступеня; алгоритм побудови відповідних елементів проективних форм першого ступеня. відношення: належності, перетину.	Застосування нових знань: Основні поняття та алгоритм побудови відповідних елементів використовується під час побудови вписаних (описаних) у (навколо) криві другого порядку правильних багатокутників. Використовується в художньому мистецтві.

Виконання завдання зі створення таких опорних конспектів до кожної теми курсу сприятиме формуванню методологічних знань майбутніх учителів математики, узагальненню та систематизації знань з навчальної дисципліни.

Проаналізуємо, які задачі розглядаються на практичних заняттях під час вивчення виділених нами геометрій. Аналітична геометрія розв'язує в основному задачі на складання рівнянь, що задають геометричні об'єкти, та розкривають їх властивості, а отже, спрямовані на розвиток логічного мислення студентів. Щоправда до складу аналітичної геометрії в рамках модулю «Геометричні перетворення», розглядаються ще елементи конструктивної геометрії (де задачі розв'язують за допомогою циркуля та лінійки). Аналогічно у курсі диференціальної геометрії теж переважна більшість задач стосуються складання певного рівняння, що характеризує ту чи іншу криву, поверхню, та дослідження властивостей цих об'єктів.

Проективна геометрія розглядає переважно конструктивні задачі (якщо в основу її вивчення покласти синтетичний підхід [2]), які розв'язуються за допомогою однієї лінійки (чим відрізняється від конструктивної евклідової геометрії), а тому сприяють розвитку просторової уяви студентів. Крім того до даної дисципліни входить теорія зображень, що сприяє формуванню у студентів вміння виконувати правильні зображення просторових фігур на площині.

В основах геометрії переважна більшість задач є на доведення (незалежності аксіом, несуперечливості), що пов'язано із вмінням складати математичні моделі. Крім того, практичні заняття з даної дисципліни доречно проводити у вигляді семінарсько-практичних, або із широким залученням інтерактивних форм навчання, зокрема роботи у парах, виконання певних досліджень (проектів) тощо.

На практичних заняттях з вищої геометрії необхідно широко використовувати задачі, які містять в собі поняття кількох тем (використання внутрішніх зв'язків) та кількох навчальних дисциплін (зовнішні зв'язки). Так, наприклад, задача, що містить зовнішні зв'язки: поєднання тем «Похідна» (математичний аналіз), «Пряма лінія в просторі» та «Криві другого порядку» (аналітична геометрія): «Написати рівняння кола, центр якого знаходиться в точці $(f(1); f'(1))$, а радіус $f''(1)$, де $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 6$. Знайти рівняння прямої, що проходить через центр цього кола і є паралельною до прямої $5x + y = 7$ ».

Для розв'язання задачі «Через точку $P(0; -5)$ за допомогою однієї лінійки побудувати дотичні до кривої, яка задана в системі координат загальним рівнянням: $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$ » необхідно пригадати алгоритм зведення кривої другого порядку до канонічного виду (аналітична геометрія) та правила побудови полярів (проективна геометрія).

Доречно пропонувати студентам самим складати такі задачі. Це сприятиме баченню місця навчальної дисципліни серед інших дисциплін, її важливості, можливості застосування.

Оскільки ми готуємо майбутнього вчителя математики, то необхідно демонструвати застосування кожної із геометрій (за можливості) до розв'язування задач шкільного курсу геометрії (наприклад, векторний та координатні методи курсу аналітичної геометрії; задачі на побудову перерізів – проективна геометрія тощо).

Висновок. Кожна із розглянутих геометрій, яка вивчається у педагогічному ВНЗ, має свої особливості, але методика навчання має бути спрямована на розвиток у студентів логічного, просторового, математичного мислення; вчити їх узагальнювати навчальний матеріал, створювати алгоритми, схеми розв'язування задач. Всі перераховані види геометрії мають високий потенціал для формування методологічних знань майбутніх учителів математики.

Список використаних джерел

1. Григор'єва В.Б. Використання інформаційних комп'ютерних технологій при викладанні курсу аналітичної геометрії у вищій школі прикладі педагогічного програмного засобу "аналітична геометрія" [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://ite.kspu.edu/webfm_send/519 (дата звернення 25.09.2017)
2. Заїка О. В. Методична система навчання проективної геометрії в педагогічних університетах : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Заїка Оксана Володимирівна. – К., 2013. – 257 с.
3. Заїка О.В. Особливості організації практичних занять з курсу «Основи геометрії» / Заїка О.В. // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (педагогічні науки). – Бердянськ : БДПУ, 2013. №4. – С.53-59.
4. Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики: монографія / Н. В. Кугай. – Харків: ФОРМ Панов А. М., 2017. – 336 с.
5. Кугай Н. В. Нейролінгвістичне програмування як технологія формування методологічних знань майбутнього вчителя математики / Н. В. Кугай, О. В. Заїка // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики»: до 70-річчя кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М. П. Драгоманова 11-13 травня 2017 р., м. Київ. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. – С. 181-182.
6. Кугай Н.В. До питання про методологічну компетентність майбутнього вчителя математики / Кугай Н.В. // «Молодь і ринок». – 2014.- №11(118). – С.165-168.

7. Махомета Т.М. Методика вивчення ліній і поверхонь у курсі аналітичної геометрії в педагогічних університетах: дис....канд.пед.нак: 13.00.02 / Тетяна Миколаївна Махомета. – Київ, 2014. – 237 с.
8. Тягай І. М. Форми інтерактивного навчання математичних дисциплін майбутніх учителів математики: дис....канд.пед.нак: 13.00.02 / Тягай Ірина Михайлівна [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.npu.edu.ua/images/file/vidil_aspirant/dicer/%D0%94_26.053.03/Tiagai.pdf (дата звернення 25.09.2017)
9. Шаповалова Н., Панченко Л. Особливості навчання топології для підвищення компетентності майбутніх вчителів математики і фізики // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім.А.С.Макаренка, 2015. – № 1 (4). – С. 47-53.

References

1. Hryhor'yeva V.B. Vykorystannya informatsiynykh komp'yuternykh tekhnolohiy pry vykladanni kursu analitychnoyi heometriyi u vyshchyy shkoli prykladi pedahohichnoho prohramnoho zasobu "analychna heometriya" [Elektronnyy resurs] – Rezhym dostupu: http://ite.kspu.edu/webfm_send/519 (data zvernennya 25.09.2017) (in Ukrainian)
2. Zayika O.V. Metodychna systema navchannya proektyvnoyi heometriyi v pedahohichnykh universytetakh : dys. ... kand. ped. nauk: 13.00.02 / Zayika Oksana Volodymyrivna. – K., 2013. – 257 s.) (in Ukrainian)
3. Zayika O.V. Osoblyvosti orhanizatsiyi praktychnykh zanyat' z kursu «Osnovy heometriyi» / Zayika O.V. // Zbirnyk naukovykh prats' Berdyans'koho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu (pedahohichni nauky). – Berdyans'k : BDPU, 2013. #4. – S.53-59.) (in Ukrainian)
4. Kuhay N. V. Metodolohichni znannya maybutn'oho vchytelya matematyky: monohrafiya / N. V. Kuhay. – Kharkiv: FOP Panov A. M., 2017. – 336 s.) (in Ukrainian)
5. Kuhay N. V. Neyrolinhvistychno prohramuvannya yak tekhnolohiya formuvannya metodolohichnykh znan' maybutn'oho vchytelya matematyky / N. V. Kuhay, O. V. Zayika // Materialy mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi «Aktual'ni problemy teorii i metodyky navchannya matematyky»: do 70-richchya kafedry matematyky i teorii ta metodyky navchannya matematyky NPU imeni M. P. Drahomanova 11-13 travnya 2017 r., m. Kyiv. – K.: NPU imeni M. P. Drahomanova, 2017. – S. 181-182) (in Ukrainian)
6. Kuhay N. V. Do pytannia pro metodolohichnu kompetentnist maibutnoho vchytelia matematyky / Kuhay N.V. // «Molod i rynek». – 2014.- №11(118). – S.165-168 (in Ukrainian)
7. Makhometa T.M. Metodyka vyvchennya liniy i poverkhon' u kursy analitychnoyi heometriyi v pedahohichnykh universytetakh: dys....kand.ped.nak: 13.00.02 / Tetyana Mykolayivna Makhometa. – Kyiv, 2014. – 237 s.) (in Ukrainian)
8. Tyahay I. M. Formy interaktyvnoho navchannya matematychnykh dystsyplin maybutnikh uchyteliv matematyky: dys....kand.ped.nak: 13.00.02 / Tyahay Iryna Mykhaylivna [Elektronnyy resurs] – Rezhym dostupu: http://www.npu.edu.ua/images/file/vidil_aspirant/dicer/%D0%94_26.053.03/Tiagai.pdf (data zvernennya 25.09.2017) (in Ukrainian)
9. Shapovalova N.V. Osoblyvosti navchannya topolohiyi dlya pidvyshchennya kompetentnosti maybutnikh vchyteliv matematyky i fizyky / Shapovalova N.V., Panchenko L.L. - [Elektronnyy resurs] – Rezhym dostupu: <https://cyberleninka.ru/article/n/osoblyvosti-navchannya-topologiyi-dlya-pidvischennya-kompetentnosti-maybutnih-vchyteliv-matematiki-i-fiziki> (data zvernennya 25.09.2017) (in Ukrainian)

DIFFERENT TYPES OF GEOMETRY AND FEATURES OF ITS STUDY

Oksana Zaika

Glukhiv National Pedagogical University named after Alexander Dovzhenko, Ukraine

Abstract. *In the article the author considers different types of higher geometry which are studied by the students - future teachers of mathematics: analysis, differential, projective geometry and foundations of geometry. Analyzed the subject matter and the main method of each of the academic disciplines. The peculiarities organization learning of theoretical material, with the purpose of formation the methodological knowledge of students in the course of higher geometry. Prompted to create: a table containing the topics of the course and the relationship between them; supporting notes of each topic, highlighting fundamental concepts and claims, the creation of which it is necessary to encourage students to use mathematical symbols. The following tables and supporting notes contribute to the generalization and systematization of theoretical material on courses, reflecting the connection between topics and between different academic disciplines. The basic types of mathematical task in each geometry, it was found that the vast majority of tasks analytical and differential geometry are tasks on writing equations and obtain with their study of the properties of the studied geometric objects in the course of projective geometry is dominated by the tasks of building; the foundations of geometry - problems on proof. Proposed use in teaching of higher geometry tasks that contain externally and internally disciplinary communication.*

Key words: *analytical geometry, projective geometry, differential geometry, geometry basics, methods of teaching higher geometry.*