УДК 378.011.3-051:51

Наталія Кугай
Доцент кафедри фізико-математичної освіти та інформатики Глухівського національного педагогічного університету ім. О. Довженка, кандидат педагогічних наук

Микола Калініченко
Завідувач відділу Радіоастрономічної апаратури і методів спостережень Радіоастрономічного інституту НАН України, доктор фізико-математичних наук, м. Київ

ФОРМУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЧНИХ ЗНАНЬ І ВМІНЬ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ "МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ"

У статті розкрито зміст методологічних знань усіх рівнів (філософського, загальнонаукового, конкретно наукового, технологічного) майбутнього вчителя математики на матеріалі навчальної дисципліни "Методи оптимізації". Показано, які методологічні уміння на основі цих методологічних знань можна і доцільно формувати. Наведено конкретні приклади, на яких доцільно формувати окремі елементи методологічних знань і вмінь. Обґрунтовано доцільність застосування для їх формування математичних програмних засобів, зокрема GRAN1 і Matlab. Запропоновано приклади використання методів інтерактивного навчання для формування методологічних знань і вмінь під час навчання дисципліни "Методи оптимізації". Шляхом анкетування студентів з'ясовано індекс висвітлення методологічних знань і вмінь майбутнього вчителя математики та позитивний вплив цього висвітлення на ставлення студентів до навчальної дисципліни.

Ключові слова: *методологічні знання і вміння, майбутній учитель математики, навчальна дисципліна "Методи оптимізації", індекс ставлення, індекс висвітлення.*

Вища школа. — 2018. — № 1

Сучасний стан розвитку суспільства характеризується стрімким зростанням потоку інформації, підвищенням значущості математичного знання у професійній діяльності людства. Зростає не тільки кількість наук, які застосовують математику як засіб розв'язання поставлених задач і як мову, але й обсяг математичних знань, використовуваних цими науками[1]. А тому на перший план виходить ідея використання внутрішніх, прихованих резервів традиційного змісту математичних курсів. Реалізацію цієї ідеї останнім часом все частіше пов'язують із включенням до змісту освіти *методологічних знань і вмінь*, пов'язаних зі шляхами та методами опанування новітніх наукових здобутків людства.

Особливості формування окремих елементів методологічних знань і вмінь під час навчання різних дисциплін у ЗОШ і ВНЗ розглядаються у працях О. Вегнер, А. Жохова, Л. Зоріної, Т. Іванової, Н. Кадуліної, Н. Кочергіної, О. Сотнікової, М. Шабанової та ін.

Методологічні знання як когнітивний компонент методологічної культури вчителя досліджувалися у працях П. Кабанова, В. Кирилова, В. Клепикова, В. Кушніра, О. Лаврентьєвої, В. Сластьоніна, Б. Спаського, О. Тупілко, О. Ходусова, С. Шевцової та ін.

Невід'ємним аспектом формування методологічних знань і вмінь майбутнього вчителя математики є ознайомлення із сучасними концепціями і галузями математики. Сьогодні до сучасних розділів математики, на думку науковців, варто віднести не тільки ті галузі, що виникли із середини XIX ст., а й ті, які виникли порівняно давно, але зараз перебувають у стадії бурхливого розвитку[2]. Це теорія груп, зокрема теорія неперервних груп, функціональний аналіз, варіаційне числення, методи оптимізації, інтегральні рівняння, операційне числення, фрактальна геометрія тощо.

Мета пропонованої статті — виокремити методологічні знання у змісті дисципліни "Методи оптимізації" та відповідні їм методологічні вміння; охарактеризувати форми і методи формування окремих методологічних знань і вмінь.

Рівні методологічних знань та відповідні їм групи методологічних умінь ми розглядали раніше[3]. Розглянемо змістове наповнення цих рівнів на матеріалі

---

[1] *Бевз Г.П.* Методика викладання математики : навч. посіб. / Г.П. Бевз. — К. : Рад. школа, 1989. — С. 5.

[2] *Вірченко Н.О.* Нариси з методики викладання вищої математики / Н.О. Вірченко. — К., 2006. — С. 213—214.

[3] *Бевз В.Г.* Формирование методологических умений будущих учителей математики при изучении элементарной математики / В.Г. Бевз // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Международ. науч.-практ. конф. (10—13 мая, 2017 г., Минск) / В.Г. Бевз, Н.В. Кугай, Л.Ф. Сухойваненко // Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. С.И. Василец (отв. ред.) [и др.]. — Минск : БГПУ, 2017. — С. 30—31; *Кугай Н.В.* Зміст методологічних знань філософського рівня магістрів — майбутніх учителів математики / Н.В. Кугай // Глобальні виклики педагогічної освіти в університетському просторі: матеріали III Міжнародного Конгресу (18—21 травня 2017 р.). — Одеса : Гельветика,

навчальної дисципліни "Методи оптимізації". Варто зауважити, що формування методологічних знань і вмінь відбувається не відособлено від предметних знань і вмінь, а навпаки тісно залежить від змісту останніх. Тому важливу роль відіграє те, на якому саме математичному матеріалі будуть формуватися методологічні знання і вміння.

Як правило, задачі оптимізації поділяють на три класи: *задачі математичного програмування*, *задачі варіаційного числення*, *задачі оптимального керування*[4]. Наші дослідження показали, що для майбутніх учителів математики можна обмежитися розглядом окремих задач математичного програмування та задач варіаційного числення.

Методологічні знання філософського рівня. Філософські категорії: *скінченне — нескінченне* (скінченновимірні та нескінченновимірні задачі оптимізації), *загальне — окреме* (розв'язок задачі Лагранжа (найпростішої задачі варіаційного числення) є окремим розв'язком відповідного рівняння Ейлера. Задача математичного аналізу "Знайти умовний екстремум функції" є окремою задачею математичного програмування, якщо всі умови зв'язку задано рівностями), *форма — зміст* (задача математичного програмування "Знайти екстремум функції n змінних $u=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ за умов $\varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, j=1,2,\dots m, m<n$" має різний зміст для різних галузей застосування. Аналогічна ситуація і з варіаційною задачею), *існування і єдність* (розв'язку задачі математичного програмування, варіаційної задачі), *детерміноване — стохастичне* (такі назви мають задачі оптимізації: якщо є дані про всі умови оптимізації, то маємо детерміновану задачу оптимізації, у решті випадків — стохастичну).

До методологічних знань філософського рівня відносять і знання про *діалектичний метод* та його основні принципи: *єдності й різноманіття світу, розвитку, детермінізму*. Зміст кожного принципу розкривається через відповідні категорії, закони і часткові принципи.

Так, *закон єдності й різноманіття світу* розкривається через:

1. Категорії: Універсум. Матерія, матеріальне, ідеальне. Дійсність, реальність, об'єктивний, суб'єктивний. Об'єкт, властивість, відношення. Стан. Рух. Простір, час.

2. Закони і принципи: Принцип багаторівневої структури світу. Закон руху як способу існування світу.

Зміст другого основного принципу — *принципу розвитку* — розкривається через такі категорії і закони:

2017. — С. 248—249; *Кугай Н.В.* Методологічні знання майбутнього вчителя математики : монографія / Н.В. Кугай. — Харків : ФОП Панов А.М., 2017. — 336 с.

[4] *Овчинников П.П.* Вища математика : підручник : у 2 ч. / П.П Овчинников, В.М. Михайленко. — К. : Техніка, 2004. — Ч. 2. — 792 с.

1. Категорії: Розвиток. Протилежності, взаємодія, протиріччя. Якість, кількість, міра, скачок, еволюція, революція. Прогрес, регрес. Наступність, новизна, заперечення.

2. Закони: закон єдності і боротьби протилежностей, закон переходу кількісних змін в якісні, закон заперечення заперечення.

Принцип детермінізму розкривається через:

1. Категорії: Зв'язок, закон. Причина, наслідок, причинно-наслідковий зв'язок. Сутність і явище. Структура і функція. Система. Випадковість і необхідність.

2. Принципи: принцип взаємодії, принцип причинності, відношення основи, відношення умови, структурний зв'язок, зв'язок станів, ймовірнісний зв'язок.

Розглянемо конкретні прояви основних законів діалектики та шляхи формування методологічних знань філософського рівня і відповідних їм методологічних умінь під час вивчення навчальної дисципліни "Методи оптимізації".

Математика вивчає *математичні об'єкти, їх властивості і відношення*. Розуміння і засвоєння цих категорій дозволить майбутнім учителям математики розрізняти ці поняття, а також сприятиме розумінню необхідності ознайомлення своїх майбутніх учнів із цими поняттями. Крім того, варто наголосити, що математичний об'єкт, крім властивостей, має ознаки. Всі математичні об'єкти належать до *ідеальних*.

У процесі вивчення курсу "Методи оптимізації" студенти розглядають такі математичні об'єкти: функція цільова, функція лінійна, функція однієї змінної, функція n змінних, функція диференційована, рівняння, нерівність, система рівнянь (нерівностей), пряма, многокутник, вектор, градієнт, базис, матриця, визначник, диференціал функції, функціонал, диференціальне рівняння, система диференціальних рівнянь, екстремаль тощо.

Під час занять викладач звертає увагу студентів на ці об'єкти, у діалозі зі студентами з'ясовує їхні властивості (зауважимо, що з більшістю цих математичних об'єктів студенти вже ознайомлені), ознаки, відношення між об'єктами (якщо вони є). Для формування знань про категорії ідеальне — матеріальне доцільно під час першої лекції акцентувати увагу студентів на тому, що причиною виникнення методів оптимізації були практичні (тобто матеріальні) потреби. Як розділ математики, методи оптимізації оперують ідеальними об'єктами.

Зміст закону єдності і боротьби протилежностей розкривається частково через категорію "протилежність". У курсі "Методи оптимізації" варто акцентувати увагу на цій категорії під час розгляду таких питань: у напрямку градієнта функція зростає найшвидше, а у протилежному спадає найшвидше; якщо в точці M_0 цільова функція $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ набуває максимуму, то функція $z = -u = -f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (із протилежним знаком) набуває у цій самій точці мінімуму.

Як приклад прояву закону переходу кількісних змін в якісні можна розглянути такий: перехід від n-вимірного простору до нескінченновимірного привів від задач математичного програмування до задач варіаційного числення.

Наведемо приклади прояву під час вивчення навчальної дисципліни "Методи оптимізації" принципу детермінізму. Так, розв'язок задачі оптимізації залежить як від умов, за яких шукається оптимум цільової функції, так і від самої цільової функції. Розглядаються необхідні й достатні умови існування екстремуму функції і екстремуму функціонала, умовні екстремуми функції й умовні екстремуми функціонала тощо.

Розглянемо можливості і шляхи формування методологічних знань загальнонаукового рівня, зокрема загальнонаукових методів пізнання (детально про методологічні знання загальнонаукового рівня майбутнього вчителя математики у нашій роботі[5]).

Метод формалізації. Застосування методу формалізації практично спостерігається під час вивчення всіх дисциплін навчального плану підготовки магістрів: як правило, на першій лекції вивчення нової навчальної дисципліни розглядається задача (чи декілька), які привели до виникнення нового поняття. Зведення такої текстової задачі до математичної постановки і відбувається за допомогою методу формалізації. Розвиток знань про цей метод, необхідність та вміння його застосовувати відбувається і під час вивчення навчальної дисципліни "Методи оптимізації": за допомогою методу формалізації задача оптимізації зводиться до суто математичної постановки. Для цього визначають простір елементів X, множину допустимих елементів $C \subseteq X$, функціонал $f : X \to \overline{R}$, який необхідно мінімізувати (максимізувати) на множині допустимих елементів C, де $\overline{R} = R \cup \{\pm\infty\}$. Тоді екстремальна задача набирає вигляду $\begin{cases} f(x) \to extr, \\ x \in C \subseteq X \end{cases}$, тобто створюється математична модель.

Метод математичного моделювання. Під час вивчення дисциплін навчального плану підготовки магістрів розширюються знання майбутніх учителів математики про масив математичних моделей. Так, у курсі "Методи оптимізації" вводяться такі математичні моделі:

1) математична модель задач математичного програмування
$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \ \to extr$, якщо $\varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, j = 1, 2, \dots m, m < n$;

2) математична модель задач варіаційного числення

$$I = \int_a^b F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y_1', y_2', \dots, y_n')\, dx, y_i(a) = A_i, y_i(b) = B_i; i = 1, 2, \dots, n.$$

[5] *Кугай Н.В.* Методологічні знання майбутнього вчителя математики : монографія / Н.В. Кугай. — Харків : ФОП Панов А.М., 2017. — 336 с.

Метод аналогій. Варіаційне числення можна розглядати як аналог диференціального числення для функції n змінних. Крім того, поняття диференціала функціонала, варіаційної похідної аналогічні відповідно до понять диференціала функції n змінних, частинних похідних.

Порівняння і узагальнення. Задача математичного програмування є узагальненням задачі на умовний екстремум (з математичного аналізу), а задача на умовний екстремум за допомогою функції Лагранжа може бути зведена до задачі на безумовний екстремум.

У навчальній дисципліні “Методи оптимізації” закладений великий потенціал для формування *методологічних вмінь* застосовувати методи *формалізації, абстрагування, ідеалізації, математичного моделювання.* Так, під час вивчення теми “Лінійне програмування” варто вже на першій лекції розглянути прикладну задачу та побудувати її математичну модель. А для формування методологічних знань про категорії “*форма — зміст*” варто підібрати кілька задач з різних галузей виробництва так, щоб вони мали однакову математичну модель. Наведемо приклад.

Задача 1. Меблева фабрика для виробництва столів і шаф використовує деревину. Виготовлення одного столу потребує 0,2 м^3 деревини, а однієї шафи — 0,4 м^3. Трудомісткість виробу складає: одного столу — 4 люд-год, однієї шафи — 3 люд-год. Прибуток від реалізації становить: одного столу — 800 грн, а однієї шафи — 1000 грн. Підприємство для виготовлення столів і шаф у своєму розпорядженні має 40 м^3 деревини та 600 люд-год фонду робочого часу. Потрібно визначити, скільки столів і шаф треба виготовити, щоб прибуток від реалізації цих виробів був максимальним.

Ресурси	Норми витрат ресурсів на один виріб		Загальна кількість ресурсів
	Стіл	Шафа	
Деревина, м^3	0,2	0,4	40
Трудомісткість, люд-год	4	3	600
Прибуток від реалізації одного виробу, грн	800	1000	

Задача 2. Торговельне підприємство для організації продажу двох видів продукції впродовж кварталу має у своєму розпорядженні ресурси праці (600 люд-год) та торговельні площі (40 м^2). Нормативи їх витрат при реалізації продукції 1 складають: 0,2 м^2 та 4 люд-год, а продукції 2 — 0,4 м^2 та 3 люд-год. Торговельний прибуток на тисячу гривень товарообігу для продукції 1 складає 800 грн, а продукції 2 — 1000 грн. Потрібно скласти математичну модель задачі визначення квартального плану товарообігу для отримання максимального прибутку.

Ресурси	Норми витрат ресурсів на 1 тис. грн товарообігу		Загальна кількість ресурсів
	Продукція 1	Продукція 2	
Площа, м²	0,2	0,4	40
Трудомісткість, люд-год	4	3	600
Торговельний прибуток, грн	800	1000	

Зміст задач різний, але математична модель цих задач однакова:

$$z = 800x_1 + 1000x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} 0,2x_1 + 0,4x_2 \le 40, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 600, \\ x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0. \end{cases} \tag{1}$$

(Відповідь: оптимальний план (120; 40), оптимальний розв'язок $z_{\max}$ = = 136 000).

Аналогічну роботу варто здійснювати і під час вивчення решти тем цієї дисципліни.

Виокремимо *методологічні знання конкретно наукового рівня*. *Предметом* навчальної дисципліни "Методи оптимізації" є математичні моделі задач математичного програмування і варіаційного числення та методи їх дослідження і розв'язування.

Здійснений нами аналіз підручників, навчальних посібників, науково-методичної літератури свідчить, що під час вивчення навчальної дисципліни "Методи оптимізації" найчастіше використовуються такі методи:

I. *Методи математичного програмування*.

1) *Геометричний метод*. Найчастіше застосовується для розв'язування найпростіших задач лінійного програмування у випадку двох або трьох змінних, може бути поширений і на n-вимірний простір.

2) *Симплекс-метод* (метод послідовного покращення плану) належить до аналітичних методів лінійного програмування. Для використання цього методу застосовується метод проб.

3) *Метод умовного екстремуму*. Як правило, застосовується до задач нелінійного програмування.

4) *Числові методи*: прямі (наприклад метод поділу відрізка навпіл, метод рівномірного пошуку, метод золотого перетину) і непрямі (метод проб, хорд, дотичних, градієнтний метод та ін.).

II. *Методи варіаційного числення.*

Як правило, для розв'язання задач варіаційного числення використовуються *прямі методи*.

Варіаційна задача (знаходження екстремуму функціонала)

$$I = \int_a^b F(x, y_1, y_2, \ldots, y_n, y_1', y_2', \ldots, y_n')\,dx, y_i(a) = A_i, y_i(b) = B_i;$$
$$i = 1, 2, \ldots, n,\ y_i \in C^1([a;b])$$

зводиться до системи диференціальних рівнянь $\frac{\partial F}{\partial y_i} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y_i'}\right) = 0, i = 1, 2, \ldots, n$ з граничними умовами $y_i(a) = A_i, y_i(b) = B_i$. Із курсу диференціальних рівнянь відомо, що тільки в окремих випадках можна знайти розв'язок подібних систем у скінченному вигляді. Тому часто застосовують наближені методи розв'язування вказаних варіаційних задач. Ідея цих методів — звести варіаційну задачу до задачі на екстремум функції з нескінченною кількістю змінних. До прямих методів відносять: *метод Рітца*, *метод Гальоркіна*, *метод ламаних*. Прямі методи різняться між собою способом побудови мінімізуючої послідовності.

Виокремимо *фундаментальні поняття* досліджуваної навчальної дисципліни: цільова функція, допустимий план (розв'язок), оптимальний план (розв'язок), допустима множина, інтервал невизначеності, матриця Гессе, функціонал, функціонал лінійний і неперервний, приріст функціонала, диференціал (варіація) і екстремум функціонала, екстремаль, варіаційна похідна, можливий і придатний напрям, градієнт.

До *фундаментальних фактів* зараховуватимемо такі: задача оптимізації, задача лінійного програмування (ЗЛП), стандартна й основна форми ЗЛП, задача нелінійного програмування (ЗНП), класичні задачі варіаційного числення, необхідна і достатні умови екстремуму функціонала, рівняння Ейлера, рівняння Ейлера — Лагранжа, рівняння Ейлера — Пуассона, задача математичного програмування, зміст основних методів даної дисципліни та умови їх застосовності, теорема Куна — Такера.

До методологічних знань конкретно наукового рівня відносять *знання про міжпредметні зв'язки*. Для формування вмінь їх встановлювати доцільно пропонувати студентам (як завдання для самостійної роботи) після кожної лекції записувати у конспекти відповідні зв'язки: теми чи розділи навчальних дисциплін, під час вивчення яких відбувалося вивчення відповідних теоретичних фактів чи методів.

Перевірка виконання завдань має здійснюватися відповідно на практичних заняттях, під час проведення модульного та підсумкового контролю. Так, під час практичних занять у межах навчальної дисципліни "Методи оптимізації" варто (коли це можливо і доцільно) пропонувати студентам розв'язати задачу кількома методами й оцінити переваги/недоліки кожного з методів, їхню навчальну цінність. Водночас такі завдання сприяють рефлексії опанованих студентами як методологічних, так і математичних знань і вмінь, виникає реальна потреба відповісти на питання "Я знаю...", "Я вмію...".

Наведемо приклад.

Потрібно зайти мінімум функції $y = 2x^2 - 12x$ трьома методами: а) класичним; б) методом рівномірного пошуку; в) методом поділу інтервалу навпіл.

Дайте відповідь на запитання: 1) Який з методів ефективніший? 2) Чи до всіх задач такого типу цей метод може бути застосований? 3) Чи можна розглянути цю задачу під час вивчення шкільного курсу математики? Якщо так, то в якому (яких) класах?

Після закінчення вивчення навчальної дисципліни варто провести заняття (можна організувати його у формі інтерактивного навчання "Круглий стіл"), на якому узагальнити встановлені студентами міжпредметні зв'язки. Викладач на дошці (чи на слайді) пропонує схему зв'язків (рис. 1), а студенти ці зв'язки розкривають.

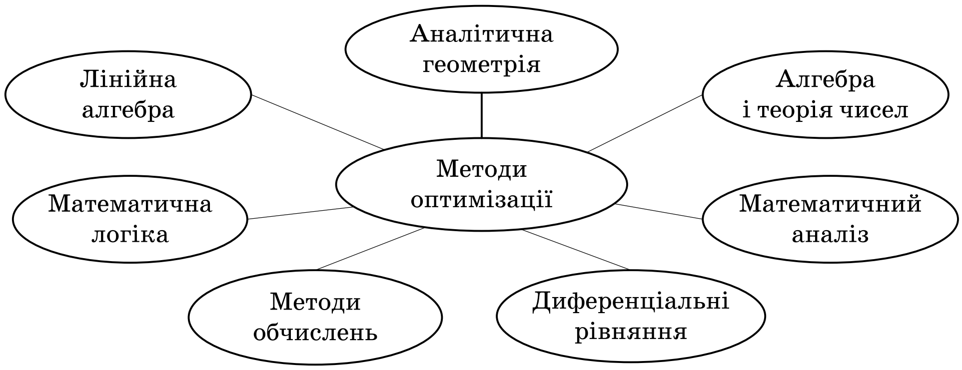


Рис. 1. **Міжпредметні зв'язки навчальної дисципліни "Методи оптимізації"**

Методи оптимізації отримали різноманітні застосування у різних галузях науки, техніки, виробництва. Для з'ясування цих зв'язків доцільно запропонувати студентам виконати навчально-дослідницький проект "Застосування методів оптимізації". Така робота сприяє формуванню *організаційно- та комунікативно-методологічних умінь* майбутнього вчителя математики, зокрема збирати, аналізувати і систематизовувати літературу з теми дослідження, формулювати висновки і рекомендації, оформляти і представляти роботу, спілкуватися у колективі тощо.

Помітну роль у формуванні методологічних знань студентів відіграє *ознайомлення з історією становлення і розвитку* певної математичної галузі.

Як зазначав М. Шмигевський[6], "математика, що висвітлюється в історико-методологічному плані, засвоюється набагато краще, глибше і легше". Для ознайомлення студентів з основними етапами розвитку методів оптимізації можна запропонувати їм (як завдання для самостійної роботи) заповнити табл. 1.

Таблиця 1. **Основні етапи розвитку методів оптимізації**

Ідеї	Століття, роки	Школи, вчені
Математичне програмування		
...	....	...
...	....	....
Варіаційне числення		
...	...	...
...	....	....

Навчальний матеріал дисципліни "Методи оптимізації" володіє значним потенціалом для формування *методологічних знань технологічного рівня* та вмінь їх застосовувати. Зокрема, це стосується методологічних знань про комп'ютерні математичні засоби.

Наші дослідження підтвердили ефективність застосування для формування методологічних знань комп'ютерних програм. Майбутній учитель математики має орієнтуватися у переліку назв таких програм, знати їхні можливості, вміти обрати серед розроблених комп'ютерних засобів математики необхідний і доцільний для розв'язання тієї чи іншої задачі.

Так, під час вивчення тих навчальних дисциплін, серед методів яких є числові методи, застосування комп'ютерних програм є необхідним (серед таких дисциплін і "Методи оптимізації"). Застосовувати їх доцільно на етапі реалізації розробленого алгоритму дослідження математичної моделі. Наведемо приклади.

Приклад 1. На етапі, коли студенти вже опанували геометричний метод розв'язування ЗЛП, а основна мета — розвиток уміння застосовувати метод математичного моделювання (або розвиток уміння застосовувати різні способи і методи розв'язування задачі, порівнювати їх доцільність і необхідність), доцільно після побудови математичної моделі задачі побудувати допустиму область ЗЛП за допомогою програмного засобу GRAN1 (рис. 2). Це допоможе з'ясувати, чи існує розв'язок задачі, чи єдиний він. Крім того, за до-

[6] Цит. за: *Вірченко Н.О.* Нариси з методики викладання вищої математики / Н.О. Вірченко. — К., 2006. — С. 17.

помогою цього ж програмного засобу можна і знайти розв'язок задачі. Продемонструємо це на прикладі математичної моделі (1).

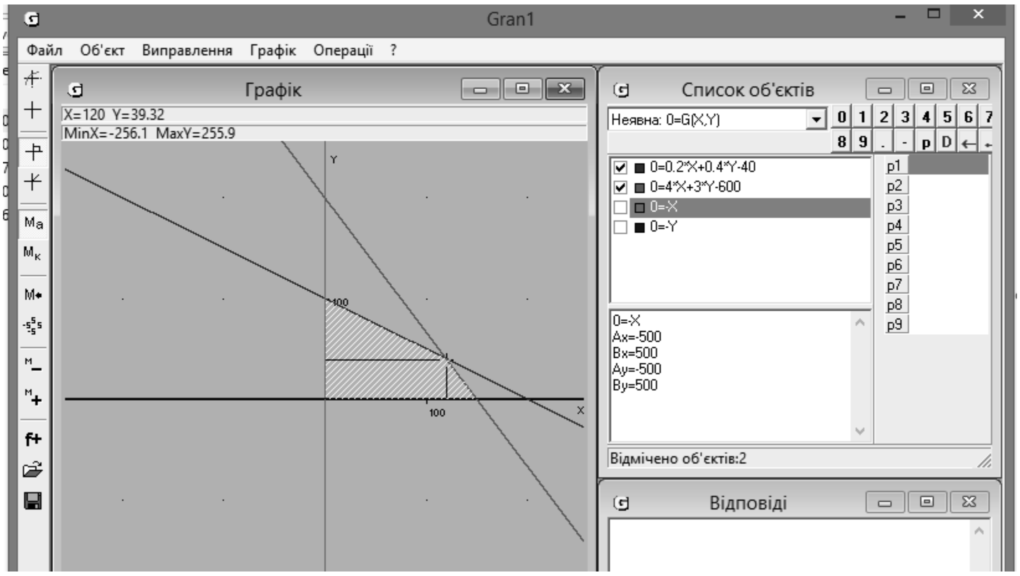


Рис. 2. **Область допустимих планів задачі оптимізації**

Приклад 2. За допомогою програмного засобу Matlab на лабораторних заняттях доцільно візуалізувати задачу оптимізації (на рис. 3 представлено графік функції Розенброка $f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$), зокрема для того, щоб задати інтервал невизначеності, а потім і знайти розв'язок задачі оптимізації (рис. 4).

Систематичне та доречне застосування програмних засобів під час вивчення дисциплін математичного циклу сприяє тому, що студенти — майбутні вчителі математики — набувають досвіду застосування комп'ютерних засобів математики у майбутній професійній діяльності.

Важливу роль у формуванні методологічних знань і вмінь майбутнього вчителя математики відіграє доцільне поєднання традиційного та інтерактивного навчання. Застосування окремих методів інтерактивного навчання у процесі вивчення курсу "Операційне числення" ми розглядали у попередній статті[7]. Ці ж методи можна використати і під час вивчення навчальної дисципліни "Методи оптимізації". Наведемо приклади застосування інших методів інтерактивного навчання.

[7] *Кугай Н.* Застосування методів інтерактивного навчання для формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики / Н. Кугай // Вища школа. — 2017. — № 11. — С. 33—41.

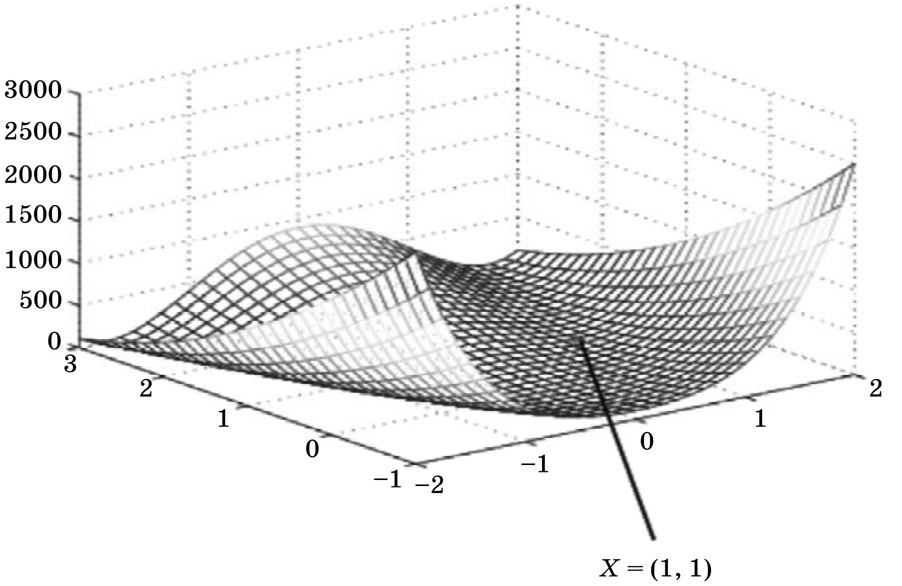


Рис. 3. **Графік функції Розенброка**

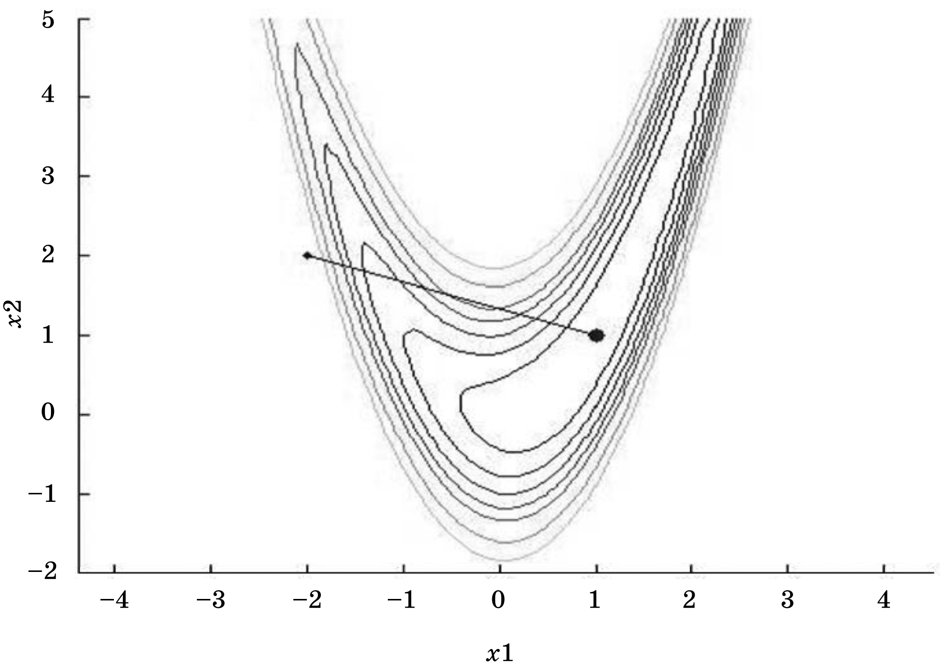


Рис. 4. **Лінії рівня функції Розенброка і розв'язок задачі оптимізації**

Лекції-бесіди, проблемні лекції, лекції-залучення. Під час вивчення теми "Методи безумовної оптимізації" доцільно розпочати лекцію з бесіди про класичні методи розв'язування задач одновимірної та багатовимірної безумовної оптимізації, оскільки з цими методами студенти ознайомлені в курсі математичного аналізу. Далі варто залучити студентів до розв'язування конкретних задач цими методами. Під час вивчення лінійного програмування студентам можна сформулювати проблему: "Ви вмієте досліджувати функцію, наприклад, двох змінних на умовний екстремум, якщо умова зв'язку задана рівнянням. А чи можна і як саме знайти екстремум функції, якщо умови зв'язку задані нерівностями?"

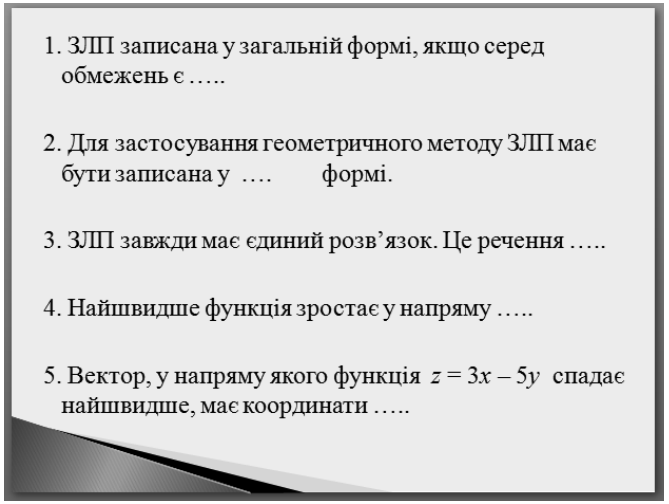
Для актуалізації знань студентів доцільно на початку практичного заняття застосовувати метод "Закінчи думку". На слайді поступово з'являється кілька незакінчених речень, а студентам необхідно їх доповнити. Після правильної відповіді з'являється закінчене речення. На рис. 5 наведено приклад можливих завдань.

Цей самий метод доцільно застосовувати і для проведення підсумків наприкінці лекційного чи практичного заняття.

Ефективним для формування методологічних знань і вмінь виявився і метод "Обговорення проблеми у широкому колі". Наведемо приклад його застосування. На практичному занятті перед застосуванням методу найшвидшого спуску (один із методів багатовимірної безумовної оптимізації) студенти називають алгоритм цього методу і з'ясовують, що для вибору кроку на кожній ітерації треба знайти мінімум функції у напрямку градієнта, тобто $h^{(k)} = \min_h f(\vec{u}_i^{(k)} - h\nabla f(\vec{u}^{(k)}))$. Таким чином, на кожній ітерації задача зводиться до мінімізації заданої функції по змінній h. Далі за допомогою методу "Обговорення проблеми у широкому колі" з'ясовуємо, яку задачу оптимізації на кожній ітерації ми розв'язуємо, які методи одновимірної оптимізації доцільно застосувати й чому саме, тощо. Така робота сприяє розвитку методологічних умінь переформулювання умови задачі, вибору оптимального методу розв'язання, встановленню міжпредметних зв'язків тощо.

Для визначення стану формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики під час навчання дисципліни "Методи оптимізації" використовувалася методика самооцінки студентів, яка полягала у визначенні індексів висвітлення методологічних знань і вмінь. Студентам пропонувалося відповісти на запитання "Якою мірою висвітлюються методологічні знання і вміння під час вивчення дисципліни "Методи оптимізації", обираючи одну із відповідей у табл. 2.

Індекс висвітлення методологічних знань і вмінь обчислювався за формулою $I = \dfrac{a + 0,5b + c - 0,5d - e}{N}$, де a, b, c, d, e — кількість студентів, які об-



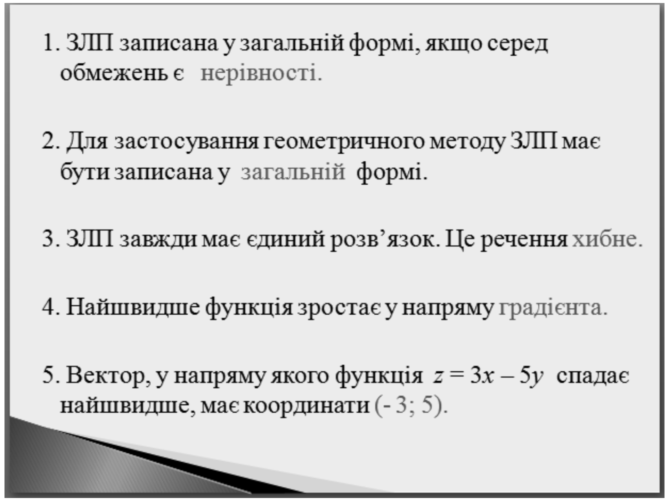


Рис. 5. **Фрагмент презентації**

Таблиця 2. **Анкета для студентів**

a	*b*	*c*	*d*	*e*
повною мірі достатньо	достатньо	не можу сказати	недостатньо	зовсім недостатньо

рали відповідні пункти шкали, N — загальна кількість анкетованих ($I \in [-1; 1]$).

Анкетування проводилося для студентів протягом чотирьох навчальних років. Результати анкетування подано у вигляді діаграми (рис. 6).

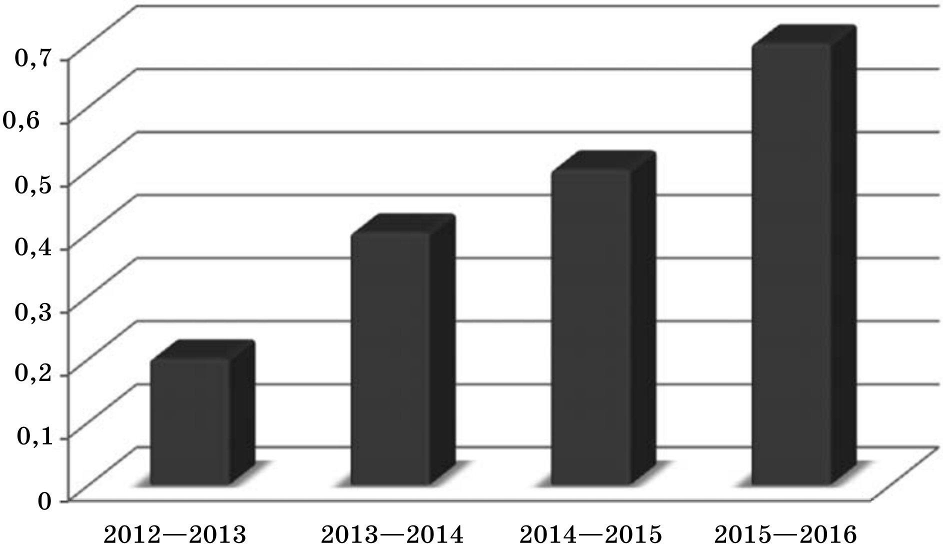


Рис. 6. **Індекс висвітлення методологічних знань і вмінь**

Зростання індексу висвітлення свідчить про позитивний вплив нашої методики на стан проблеми і необхідність упровадження цієї методики у процес підготовки майбутніх учителів математики.

Паралельно з визначенням індексу висвітлення методологічних знань і вмінь досліджувалося ставлення студентів до навчальної дисципліни "Методи оптимізації". Для визначення ставлення студентів до навчання їм роздавалися бланки з інструкцією і десяти твердженнями. Студент повинен висловити своє ставлення до предмета, використовуючи бали. Якщо він погоджується із твердженням, то ставить 2 бали, якщо не впевнений — 1 бал, якщо не погоджується, тобто це твердження не про нього, — 0 балів. На заповнення анкети відводилося 15 хвилин. Після її заповнення підраховувався бал і залежно від загального балу визначався тип ставлення до предмета: 0—5 балів

— дуже негативне (Д), 6—9 балів — негативне (Н), 10—12 балів — байдуже (Б), 13—17 балів — позитивне (П), 18—20 балів — активне (А). Анкетування проводилося протягом чотирьох навчальних років двічі під час вивчення дисципліни: на початку (після 2-3 занять) та наприкінці. Результати анкетування були представлені у вигляді діаграми (рис. 7). Тут по вертикалі позначено кількість студентів (у відсотках), які вибрали певний тип ставлення до предмета.

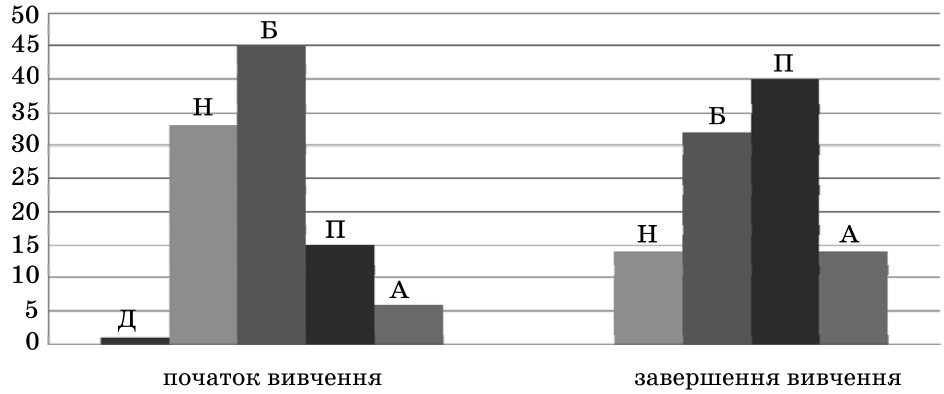


Рис. 7. **Тип ставлення до предмета у 2015/16 навч. році**

Результати дослідження показали поліпшення ставлення студентів до вивчення курсу "Методи оптимізації". Ми висунули гіпотезу, що зростання індексу висвітлення методологічних знань і вмінь під час вивчення навчальної дисципліни поліпшує ставлення студентів до цієї дисципліни.

Для перевірки цієї гіпотези ми порахували індекс ставлення студентів до навчальної дисципліни за формулою $I = \frac{А + 0,5П + Б - 0,5Н - Д}{N}$, де $А$, $П$, $Б$, $Н$, $Д$ — кількість студентів, які виявили відповідно активне, позитивне, байдуже, негативне та дуже негативне ставлення до предмета, N — загальна кількість анкетованих ($I \in [-1; 1]$).

Результати обох анкетувань (індекс висвітлення (ІВ) та індекс ставлення (ІС)) представлені у табл. 3.

Таблиця 3. **Результати анкетування студентів**

2012/13 навч. рік		2013/14 навч. рік		2014/15 навч. рік		2015/16 навч. рік		Приріст	
ІВ	ІС	ІВ	ІС	ІВ	ІС	ІВ	ІС	ІВ	ІС
0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,4	0,7	0,6	0,5	0,3

Отже, наша гіпотеза підтвердилася. Таким чином, навчальна дисципліна "Методи оптимізації" має високий потенціал для формування методологічних знань і вмінь майбутнього вчителя математики, розширює досвід пізнання студентів. Висвітлення методологічних знань і вмінь у процесі вивчення цієї дисципліни поліпшує ставлення студентів до її вивчення і, як наслідок, сприяє розвитку професійної компетентності майбутнього вчителя математики.

Список використаних джерел:

1. *Бевз В.Г.* Формирование методологических умений будущих учителей математики при изучении элементарной математики / В.Г. Бевз // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Международ. науч.-практ. конф. (10—13 мая, 2017 г., Минск) / В.Г. Бевз, Н.В. Кугай, Л.Ф. Сухойваненко // Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. С.И. Василец (отв. ред.) [и др.]. — Минск : БГПУ, 2017. — С. 30—31.

2. *Бевз Г.П.* Методика викладання математики : навч. посіб. / Г.П. Бевз. — К. : Рад. школа, 1989. — 296 с.

3. *Вірченко Н.О.* Нариси з методики викладання вищої математики / Н.О. Вірченко. — К., 2006. — 396 с.

4. *Кугай Н.* Застосування методів інтерактивного навчання для формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики / Н. Кугай // Вища школа. — 2017. — № 11. — С. 33—41.

5. *Кугай Н.В.* Зміст методологічних знань філософського рівня магістрів — майбутніх учителів математики / Н.В. Кугай // Глобальні виклики педагогічної освіти в університетському просторі: матеріали ІІІ Міжнародного Конгресу (18—21 травня 2017 р.). — Одеса : Гельветика, 2017. — С. 248—249.

6. *Кугай Н.В.* Методологічні знання майбутнього вчителя математики : монографія / Н.В. Кугай. — Харків : ФОП Панов А.М., 2017. — 336 с.

7. *Овчинников П.П.* Вища математика : підручник : у 2 ч. / П.П Овчинников, В.М. Михайленко. — К. : Техніка, 2004. — Ч. 2. — 792 с.

Надійшла до редакції 04.12.2017

Nataliia Kuhai, Mykola Kalinichenko. *Formation of Methodological Knowledge and Skills of Future Teachers of Mathematics in the Process of Teaching of Discipline "Methods of Optimization"*

The content of methodological knowledge of all levels (philosophical, general scientific, concrete scientific, technological) of the future teacher of mathematics on the material of the discipline "Methods of optimization" is disclosed in the article. It is shown which methodological skills on the basis of this methodological knowledge can and should be formulated. Concrete examples which are useful for formation of corresponding elements of methodological knowledge and skills are presented. The expediency of application of mathematical software tools, in particular GRAN1 and Matlab, for their formation is substantiated. Examples of the use of interactive learning methods for the formation of methodological knowledge and skills during the training of the discipline "Methods of optimization" are offered. The index of coverage of methodological knowledge and skills of the future mathematics teachers and the positive influence of this coverage on students' attitudes to the academic discipline were determined by using the questionnaire of students.